

УДК 624.131

А. Н. Ушаков

Волгоградский государственный технический университет

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОПУСТИМЫХ ВЕЛИЧИН
ВНУТРЕННЕГО РАВНОМЕРНОГО ДАВЛЕНИЯ
НА КОНТУРЫ ПОДЗЕМНЫХ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ВЫРАБОТОК
РАЗЛИЧНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ**

Приведены результаты исследования по определению напряженного состояния на контурах подземных горизонтальных выработок, поперечное сечение которых имеет вид трапеции, свода с вертикальными стенками и эллипса с фиксированным значением большой полуоси. Для выработок данного типа при различных значениях глубин их заложения определены допустимые значения всестороннего равномерного давления, приложенного в точках контуров выработок, при которых нормальные тангенциальные напряжения не превосходят пределов прочности вмещающей породы при растяжении и сжатии.

К л ю ч е в ы е с л о в а: отображающая функция, напряженное состояние, горизонтальная выработка, глубина заложения выработки, равномерное давление, коэффициент бокового распора.

Одной из актуальных проблем геомеханики является проблема использования подземных полостей в качестве хранилищ извлеченных запасов жидких и газообразных полезных ископаемых. Эта проблема напрямую связана с задачей исследования прочности подземных, в частности горизонтальных выработок.

Известно, что после исчерпания запасов месторождений полезных ископаемых, разрабатываемых подземным способом, остаются многокилометровые сети подземных выработок, которые и могут быть использованы для решения вышеупомянутой проблемы.

Для использования таких выработок в качестве хранилищ, например, газообразных углеводородов требуется проведение анализа напряженного состояния горного массива в окрестностях выработки и в точках ее контура.

Задачи, связанные с исследованием напряженного состояния вокруг выработок различных форм сечения, представляют для геомеханики существенный интерес [1—5], однако не менее важными являются задачи о распределении напряжений на контурах выработок, поскольку решение этих задач связано с проблемой их прочности.

В рамках модели линейно-деформируемой среды для решения таких задач могут быть использованы методы двумерной теории упругости [6—10], при этом весьма эффективным является применение методов теории функций комплексного переменного [11—16].

Для использования этих методов необходимо задать функцию комплексного переменного, совершающую конформное отображение одной из канонических областей, чаще всего внутренности или внешности единичного круга, на бесконечную односвязную область, границей которой является простая

замкнутая кривая, имитирующая контур подземной горизонтальной выработки нужной конфигурации.

Разработка отображающих функций представляет собой довольно трудную задачу. Даже если эта функция известна, она, как правило, представляется сложным аналитическим выражением, которое приводит на практике к большим вычислительным трудностям и неудобствам. По этой причине приходится отказываться от точных выражений для отображающих функций и заменять их удобными выражениями из простых и наиболее изученных функций. К таким функциям, безусловно, прежде всего следует отнести полиномы [17—19].

Зададим функцию комплексного переменного

$$z = x + iy = \omega(\zeta) = i(A\zeta^{-1} + B\zeta + C\zeta^2 + D\zeta^3 + E\zeta^4 + F\zeta^5), \quad (1)$$

где A, B, C, D, E, F — действительные коэффициенты, осуществляющие отображение внутренности единичного круга $|\zeta| < 1$ на внешность бесконечной односвязной области, границей которой является семейство простых замкнутых кривых.

Частный случай отображающей функции (1) был использован для решения задачи об определении допустимой глубины заложения некоторых типов одиночных выработок [20].

Рассмотрим подземную горизонтальную выработку в упругом изотропном массиве, форма поперечного сечения которой определяется при помощи отображающей функции (1). Пусть данная выработка расположена на достаточно большой глубине H , причем по контуру выработки (изнутри) действует всестороннее равномерное давление интенсивности p , что позволяет рассматривать ее как подземное хранилище, например газообразных углеводородов, заданного размера и конфигурации.

Целью настоящей работы является определение допустимых значений внутреннего равномерного давления, приложенного в точках контуров подземных горизонтальных выработок при различных наперед заданных значениях глубин заложения выработок и величин коэффициента бокового распора вмещающей горной породы на основе анализа напряженного состояния в точках контуров выработок.

В качестве критерия прочности (устойчивости), согласно [21], будем использовать условие отсутствия на контуре точек, в которых нормальные тангенциальные напряжения превосходят пределы прочности вмещающей породы при растяжении и сжатии, т. е.

$$\sigma_{\text{рас}} \leq \sigma_{\theta} \leq \sigma_{\text{сж}}. \quad (2)$$

В зависимости от значений коэффициентов отображающей функции (1) возможно построение достаточно широкого класса кривых различных конфигураций [22], имитирующих формы поперечных сечений подземных выработок. Некоторые из них приведены на рис. 1.

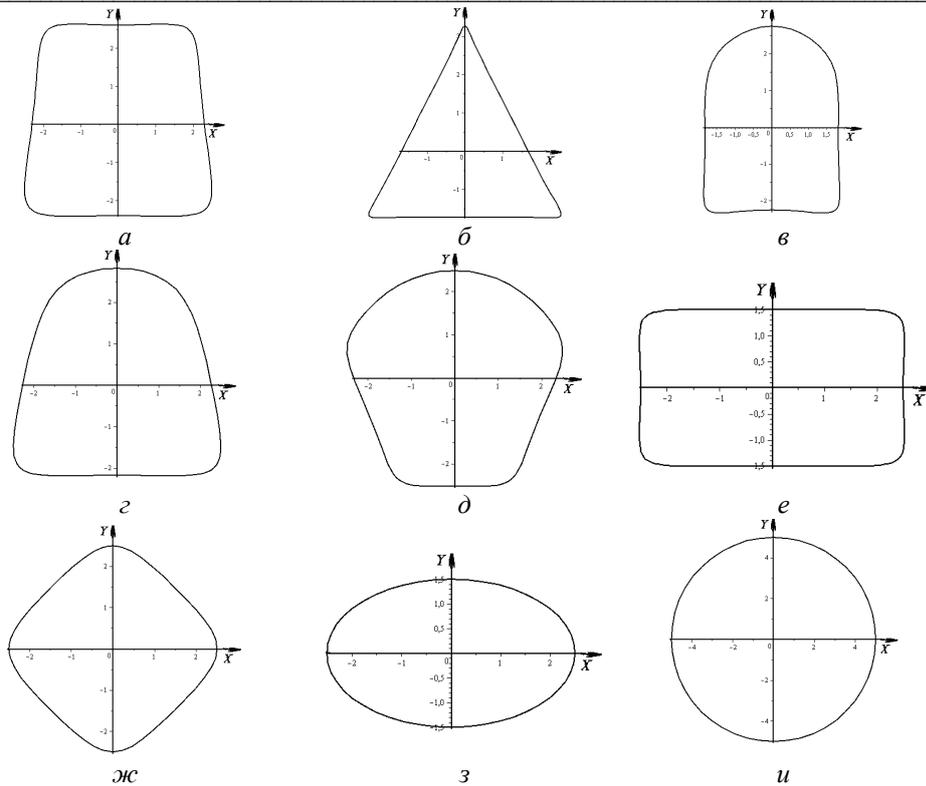


Рис. 1. Формы поперечного сечения выработок (отверстий): *a* — трапециевидная; *б* — треугольная; *в* — свод с вертикальными стенками; *г* — свод с наклонными стенками; *д* — подковообразная; *е* — прямоугольная; *жс* — ромбовидная; *з* — эллиптическая; *и* — круглая

Следуя [23], заметим, что формула, описывающая напряженное состояние в точках контура выработки, геометрическое строение которой определяется при помощи отображающей функции (1) при условии всестороннего равномерного давления заданной интенсивности p , приложенного к контуру, имеет вид

$$\sigma_{\theta} = -\gamma H \frac{\sum_{n=0}^4 J_n \cos n\theta}{K + L \cos \theta + M \cos 2\theta + N \cos 3\theta + R \cos 4\theta + U \cos 5\theta + V \cos 6\theta} +$$

$$+ p \left(1 - 4 \frac{\sum_{n=0}^4 J_n \cos n\theta - 4AE \cos 5\theta - 5AF \cos 6\theta}{K + L \cos \theta + M \cos 2\theta + N \cos 3\theta + R \cos 4\theta + U \cos 5\theta + V \cos 6\theta} \right), \quad (3)$$

где

$$K = A^2 + B^2 + 4C^2 + 9D^2 + 16E^2 + 25F^2,$$

$$L = 4C(B + 3D) + 8E(3D + 5F),$$

$$M = 2B(3D - A) + 16CE + 30DF, \quad (4)$$

$$N = 8BE + 4C(5F - A), R = 10BF - 6AD,$$

$$U = -8AE, V = -10AF;$$

$$I_k = (1 + \mu)I_{k_1} + (1 - \mu)I_{k_2}, \text{ где } k = 0, \dots, 4, \quad (5)$$

$$J_m = \frac{A}{T_1} \tilde{Q}_m + W_m, \quad m = 0, \dots, 4, \quad (6)$$

где γ — объемный вес пород; H — глубина заложения выработки; p — величина приложенного к контуру равномерного давления; коэффициенты $K - V$, а также $I_0 - I_4, J_0 - J_4, T_1, \tilde{Q}_0 - \tilde{Q}_4, W_0 - W_4$ зависят от коэффициентов отображающей функции (1), причем коэффициенты $I_0 - I_4$ зависят и от коэффициента бокового распора μ вмещающей породы.

Согласно [1], будем полагать, что при $p > 0$ контур выработки испытывает сжатие постоянной величины p , а при $p < 0$ — растяжение той же интенсивности.

Формула (3) получена в предположении, что глубина заложения выработки H значительна. Следуя [1], будем полагать, что

$$H \geq 50R_{\max}, \quad (7)$$

где R_{\max} — наибольший линейный размер сечения выработки.

Нахождение нулей тангенциального нормального напряжения сводится к решению уравнения

$$\lambda_6 \cos^6 \theta + \lambda_5 \cos^5 \theta - 8\lambda_4 \cos^4 \theta - 4\lambda_3 \cos^3 \theta - 2\lambda_2 \cos^2 \theta - \lambda_1 \cos \theta - \lambda_0 = 0, \quad (8)$$

где

$$\lambda_6 = 320AFp, \lambda_5 = 128Aep, \lambda_4 = \gamma HI_4 - p(R - 60AF - 4J_4),$$

$$\lambda_3 = \gamma HI_3 - p(N - 40AE - 4J_3),$$

$$\lambda_2 = \gamma H(I_2 - 4I_4) - p(M - 4R + 90AF - 4(J_2 - 4J_4)), \quad (9)$$

$$\lambda_1 = \gamma H(I_1 - 3I_3) - p(L - 3N + 40AE - 4(J_1 - 3J_3)),$$

$$\lambda_0 = \gamma H(I_0 - I_2 + I_4) - p(K - M + R - 10AF - 4(J_0 - J_2 + J_4)).$$

Уравнения для нахождения экстремальных значений имеют вид:

$$\sin \theta = 0,$$

$$\begin{aligned} 512\delta_9 \cos^9 \theta + 128\delta_8 \cos^8 \theta + 128\delta_7 \cos^7 \theta + 32\delta_6 \cos^6 \theta + \\ + 32\delta_5 \cos^5 \theta + 8\delta_4 \cos^4 \theta + 8\delta_3 \cos^3 \theta + 2\delta_2 \cos^2 \theta + \\ + 2\delta_1 \cos \theta + \delta_0 = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

где δ_i зависят от коэффициентов отображающей функции (1), глубины заложения выработки H и интенсивности всестороннего равномерного давления p .

Теперь, используя приведенные выше формулы, рассмотрим задачу о распределении напряжений на контурах, имеющих поперечное сечение в виде трапеции, свода с вертикальными стенками и эллипса с фиксированным значением большой полуоси.

Для каждого из рассматриваемого в данной работе типа выработок в качестве вмещающей породы примем гранит с объемным весом $\gamma = 2,5 \text{ т/м}^3$ и пределами прочности при растяжении $R_{\text{рас}} = 1735 \text{ т/м}^2$ и сжатии $R_{\text{сж}} = 20\,400 \text{ т/м}^2$.

Поскольку наибольший линейный размер каждой из рассматриваемых выработок равен 5 м, то с учетом (7) положим $H = 250 \text{ м}$.

При решении задачи примем величину коэффициента бокового распора $\mu = 0,25$, что соответствует величине коэффициента Пуассона, принимаемого в среднем для горных пород $\nu = 0,20$ [1].

1. Выработка трапециевидной формы сечения. Рассмотрим подземную выработку трапециевидной формы сечения, описываемую отображающей функцией (1) с коэффициентами

$$A = -2,775, B = -0,099, C = 0,156, D = 0,364, E = -0,051, F = 0,011.$$

На основании формул (5) и (6) с учетом соотношений для I_k и J_k , $k = 0, \dots, 4$ [23] получаем

$$\begin{aligned} I_0 &= -8,400, I_1 = 1,455, I_2 = 13,970, I_3 = -0,321, I_4 = 0,076; \\ J_0 &= 1,342, J_1 = 0,198, J_2 = -0,415, J_3 = 0,884, J_4 = 3,029; \\ K &= 9,045, L = 0,151, M = -0,772, N = 1,806, R = 6,050; \\ U &= -1,132, V = 0,305. \end{aligned} \quad (11)$$

Тогда уравнение (8) с учетом соотношений (9) и (11) принимает вид

$$\begin{aligned} &9,768p \cos^6 \theta - 18,115p \cos^5 \theta + (0,606\gamma H + 33,865p) \cos^4 \theta + \\ &+ (1,286\gamma H + 29,560p) \cos^3 \theta + (27,334\gamma H - 44,797p) \cos^2 \theta + \\ &+ (2,420\gamma H - 10,207p) \cos \theta - 22,295\gamma H + 2,968p = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Для нахождения нулей необходимо задать значения давления p . Из постановки задачи следует, что необходимо выбирать значения $p < 0$.

В качестве значений напряжений, приложенных к контуру выработки, примем:

$$p_0 = 0 \text{ т/м}^2, p_1 = 204 \text{ т/м}^2, p_2 = 408 \text{ т/м}^2. \quad (13)$$

Решая уравнение (12) с учетом значений (13), получим:

$$\begin{aligned} \text{при } p_0 &= 0 \text{ т/м}^2 \quad \theta_1 = 0,516, \theta_2 = 2,736; \\ \text{при } p_1 &= 204 \text{ т/м}^2 \quad \theta_1 = 0,616, \theta_2 = 2,607; \\ \text{при } p_2 &= 408 \text{ т/м}^2 \quad \theta_1 = 0,749, \theta_2 = 2,463. \end{aligned}$$

Перейдем к вычислению экстремальных значений тангенциальных нормальных напряжений.

Решая уравнение (10), находим:

$$\text{при } p_0 = 0 \text{ т/м}^2 \quad \theta_1 = 0,916, \theta_2 = 1,727, \theta_3 = 2,373.$$

Присоединяя к полученным значениям $\theta_4 = 0$ и $\theta_5 = \pi$, по формуле (3) имеем

$$\begin{aligned}\sigma(\theta_1) &= 2\,439\,120,119, & \sigma(\theta_4) &= -274\,183,672, \\ \sigma(\theta_2) &= 854\,470,321, & \sigma(\theta_5) &= -2\,043\,101,372. \\ \sigma(\theta_3) &= 1\,816\,307,223,\end{aligned}$$

Тогда

$$\sigma_{\min}(\theta_4) = -274\,183,672, \quad \sigma_{\max}(\theta_1) = 2\,439\,120,119.$$

Для остальных значений давления (13) аналогичными вычислениями находим:

$$\text{при } p_1 = 204 \text{ т/м}^2$$

$$\theta_1 = 0,303, \quad \theta_2 = 0,959, \quad \theta_3 = 1,751, \quad \theta_4 = 2,306, \quad \theta_5 = 2,832, \quad \theta_6 = 0, \quad \theta_7 = \pi.$$

Тогда

$$\sigma_{\min}(\theta_1) = -243\,660,983, \quad \sigma_{\max}(\theta_2) = 1\,787\,487,034;$$

$$\text{при } p_2 = 408 \text{ т/м}^2 \text{ имеем}$$

$$\theta_1 = 0,564, \quad \theta_2 = 1,051, \quad \theta_3 = 1,821, \quad \theta_4 = 2,123, \quad \theta_5 = 2,625, \quad \theta_6 = 0, \quad \theta_7 = \pi.$$

Тогда

$$\sigma_{\min}(\theta_5) = -468\,656,535, \quad \sigma_{\max}(\theta_2) = 1\,301\,487,544.$$

Проведенные вычисления позволяют выделить участки, на которых при заданных значениях равномерного давления действуют растягивающие напряжения, а именно:

$$\text{при } p_0 = 0 \text{ т/м}^2 \text{ имеем } \theta \in (0, 0,516) \cup (2,736, 3,547) \cup (5,767, 2\pi);$$

$$\text{при } p_1 = 204 \text{ т/м}^2 \text{ имеем } \theta \in (0, 0,616) \cup (2,607, 3,676) \cup (5,667, 2\pi);$$

$$\text{при } p_2 = 408 \text{ т/м}^2 \text{ имеем } \theta \in (0, 0,749) \cup (2,463, 3,820) \cup (5,534, 2\pi).$$

На остальных участках интервала $(0, 2\pi)$ действуют сжимающие напряжения.

Эпюры тангенциальных нормальных напряжений для данной выработки трапециевидной формы сечения при заданных значениях равномерного давления $p_0 - p_2$ в случае $\mu = 0,25$ приведены на рис. 2.

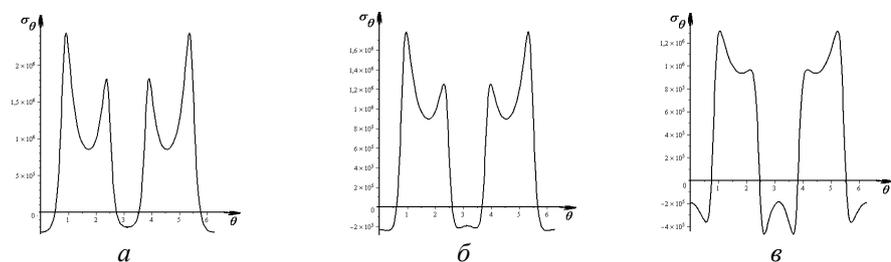


Рис. 2. Эпюры тангенциальных нормальных напряжений на контуре в виде трапеции при: *a* — $p_0 = 0 \text{ т/м}^2$; *б* — $p_1 = 204 \text{ т/м}^2$; *в* — 408 т/м^2

Пусть в точках контура выработки действует всестороннее равномерное давление величины $p = 102 \text{ т/м}^2$.

Будем изучать распределение напряжений на контуре выработки, изменяя значения глубин заложения, для чего положим:

$$H_0 = 250 \text{ м}, H_1 = 500 \text{ м}, H_2 = 700 \text{ м}. \quad (14)$$

Прямыми вычислениями находим:

при $H_0 = 250 \text{ м}$ $\theta_1 = 0,560$, $\theta_2 = 2,678$;

при $H_1 = 500 \text{ м}$ $\theta_1 = 0,536$, $\theta_2 = 2,709$;

при $H_2 = 700 \text{ м}$ $\theta_1 = 0,530$, $\theta_2 = 2,717$.

Приведем результаты вычисления экстремальных значений тангенциальных нормальных напряжений. Итак,

при $H_0 = 250 \text{ м}$ имеем $\theta_1 = 0,934$, $\theta_2 = 1,750$, $\theta_3 = 2,350$, $\theta_4 = 0$, $\theta_5 = \pi$.

Тогда

$$\sigma_{\min}(\theta_4) = -254\,109,724, \quad \sigma_{\max}(\theta_1) = 2\,100\,142,887;$$

при $H_1 = 500 \text{ м}$ имеем $\theta_1 = 0,924$, $\theta_2 = 1,720$, $\theta_3 = 2,340$, $\theta_4 = 0$, $\theta_5 = \pi$.

Тогда

$$\sigma_{\min}(\theta_4) = -528\,293,396, \quad \sigma_{\max}(\theta_1) = 4\,534\,062,848;$$

при $H_2 = 700 \text{ м}$ имеем $\theta_1 = 0,922$, $\theta_2 = 1,700$, $\theta_3 = 2,370$, $\theta_4 = 0$, $\theta_5 = \pi$.

Тогда

$$\sigma_{\min}(\theta_4) = -747\,640,335, \quad \sigma_{\max}(\theta_1) = 6\,484\,011,815.$$

Выделим участки, на которых при заданных значениях глубин заложения выработки действуют растягивающие напряжения, а именно:

при $H_0 = 250 \text{ м}$ имеем $\theta \in (0, 0,560) \cup (2,678, 3,605) \cup (5,723, 2\pi)$;

при $H_1 = 500 \text{ м}$ имеем $\theta \in (0, 0,536) \cup (2,709, 3,574) \cup (5,747, 2\pi)$;

при $H_2 = 700 \text{ м}$ имеем $\theta \in (0, 0,530) \cup (2,717, 3,566) \cup (5,753, 2\pi)$.

На остальных участках интервала $(0, 2\pi)$ действуют сжимающие напряжения.

Эпюры тангенциальных нормальных напряжений для данной выработки трапецевидной формы сечения при заданных значениях глубин заложения $H_0 - H_2$ в случае $\mu = 0,25$ приведены на рис. 3.

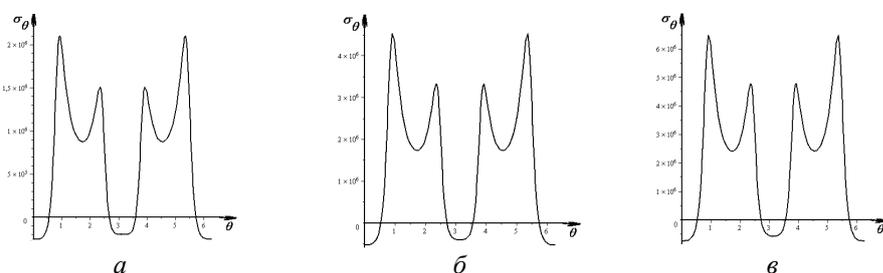


Рис. 3. Эпюры тангенциальных нормальных напряжений на контуре в виде трапеции при: а — $H_0 = 250 \text{ м}$; б — $H_1 = 500 \text{ м}$; в — $H_2 = 700 \text{ м}$

2. Свод с вертикальными стенками. Полагая в отображающей функции (1) коэффициенты равными:

$$A = -2,4, B = -0,339, C = 0,16, D = 0,24, E = 0,087, F = -0,004,$$

получим подземную горизонтальную выработку, изображенную на рис. 1, в.

Распределение нулей тангенциального нормального напряжения на контуре при заданных значениях напряжений и глубине заложения выработки, равной $H_0 = 250$ м, имеет вид:

$$\text{при } p_0 = 0 \text{ т/м}^2 \theta_1 = 0,496, \theta_2 = 2,947;$$

$$\text{при } p_1 = 204 \text{ т/м}^2 \theta_1 = 0,602, \theta_2 = 2,736;$$

$$\text{при } p_2 = 408 \text{ т/м}^2 \theta_1 = 0,724, \theta_2 = 2,594.$$

Аналогично предыдущему случаю приведем результаты вычислений экстремальных значений нормальных тангенциальных напряжений при изменении значений (13) равномерного давления, приложенного в точках контура выработки, при заданной глубине ее заложения. Имеем:

$$\text{при } p_0 = 0 \text{ т/м}^2 \text{ имеем } \theta_{\min} = 0, \theta_{\max} = 0,784.$$

$$\sigma_{\min} = \sigma(\theta_{\min}) = -256\,971,25, \sigma_{\max} = \sigma(\theta_{\max}) = 871\,997,575;$$

$$\text{при } p_1 = 204 \text{ т/м}^2 \text{ имеем } \theta_{\min} = \pi, \theta_{\max} = 0,820.$$

$$\sigma_{\min} = \sigma(\theta_{\min}) = -424\,802,740, \sigma_{\max} = \sigma(\theta_{\max}) = 1\,604\,756,374;$$

$$\text{при } p_2 = 408 \text{ т/м}^2 \text{ имеем } \theta_{\min} = \pi, \theta_{\max} = 1,990.$$

$$\sigma_{\min} = \sigma(\theta_{\min}) = -785\,381,866, \sigma_{\max} = \sigma(\theta_{\max}) = 1\,124\,940,988.$$

Теперь приведем результаты вычислений экстремальных значений нормальных тангенциальных напряжений при изменении значений глубин заложения (14) для рассматриваемого типа выработки при фиксированной величине интенсивности равномерного давления $p = 102 \text{ т/м}^2$:

$$\text{при } H_0 = 250 \text{ м имеем } \theta_{\min} = 0,275, \theta_{\max} = 0,812.$$

$$\sigma_{\min} = \sigma(\theta_{\min}) = -258\,122,935, \sigma_{\max} = \sigma(\theta_{\max}) = 2\,003\,030,865;$$

$$\text{при } H_1 = 500 \text{ м имеем } \theta_{\min} = 0,225, \theta_{\max} = 0,802;$$

$$\sigma_{\min} = \sigma(\theta_{\min}) = -523\,604,052, \sigma_{\max} = \sigma(\theta_{\max}) = 4\,450\,337,582;$$

$$\text{при } H_2 = 700 \text{ м имеем } \theta_{\min} = 0,125, \theta_{\max} = 0,789.$$

$$\sigma_{\min} = \sigma(\theta_{\min}) = -744\,310,684, \sigma_{\max} = \sigma(\theta_{\max}) = 6\,434\,615,566.$$

Выделим участки, на которых при заданных значениях равномерного давления действуют растягивающие напряжения. Итак,

$$\text{при } p_0 = 0 \text{ т/м}^2 \text{ имеем } \theta \in (0, 0,496) \cup (2,947, 3,336) \cup (5,878, 2\pi);$$

$$\text{при } p_1 = 204 \text{ т/м}^2 \text{ имеем } \theta \in (0, 0,602) \cup (2,736, 3,547) \cup (5,681, 2\pi);$$

$$\text{при } p_2 = 408 \text{ т/м}^2 \text{ имеем } \theta \in (0, 0,724) \cup (2,594, 3,689) \cup (5,559, 2\pi).$$

На остальных участках интервала $(0, 2\pi)$ действуют сжимающие напряжения.

Эпюры тангенциальных нормальных напряжений для данной выработки в виде свода с вертикальными стенками при заданных значениях равномерного давления $p_0 - p_2$ в случае $\mu = 0,25$ приведены на рис. 4.

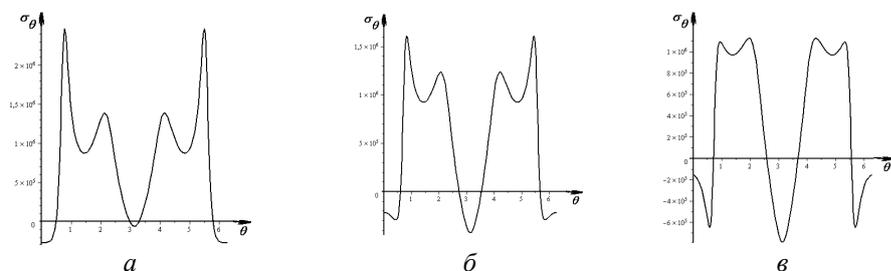


Рис. 4. Эпюры тангенциальных нормальных напряжений на контуре в виде свода при: $a - p_0 = 0 \text{ т/м}^2$; $b - p_1 = 204 \text{ т/м}^2$; $v - p_2 = 408 \text{ т/м}^2$

Теперь выделим участки, на которых при заданных значениях равномерного давления действуют растягивающие напряжения:

при $H_0 = 250 \text{ м}$ имеем $\theta \in (0, 0,544) \cup (2,831, 3,452) \cup (5,739, 2\pi)$;

при $H_1 = 500 \text{ м}$ имеем $\theta \in (0, 0,519) \cup (2,892, 3,391) \cup (5,764, 2\pi)$;

при $H_2 = 700 \text{ м}$ имеем $\theta \in (0, 0,512) \cup (2,914, 3,369) \cup (5,771, 2\pi)$.

На остальных участках интервала $(0, 2\pi)$ действуют сжимающие напряжения.

Эпюры тангенциальных нормальных напряжений для данной выработки трапецевидной формы сечения при заданных значениях глубин заложения $H_0 - H_2$ в случае $\mu = 0,25$ приведены на рис. 5.

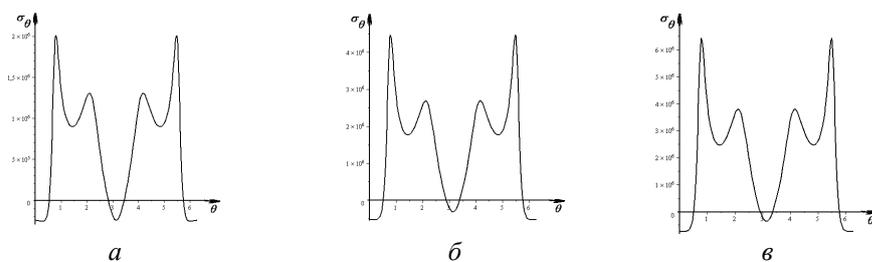


Рис. 5. Эпюры тангенциальных нормальных напряжений на контуре в виде свода при: $a - H_0 = 250 \text{ м}$; $b - H_1 = 500 \text{ м}$; $v - H_2 = 700 \text{ м}$

3. Выработка эллиптической формы сечения. Положим

$$A = \frac{R}{2}(n+1), B = \frac{R}{2}(n-1), C = D = 0, \quad R > 0, 0 < n \leq 1.$$

Рассмотрим семейство эллипсов, отношение большой полуоси к малой которых принимает значения:

$$n_1 = 0,2, n_2 = 0,5, n_3 = 0,8, n_4 = 1. \quad (15)$$

Таким образом, согласно (15), будем рассматривать эллипсы с фиксированным значением большой полуоси при увеличивающихся значениях малой полуоси; при $n = 1$ получим выработку круглого сечения радиуса R .

Заметим, что экстремальные значения нормальных тангенциальных напряжений на отрезке $0 \leq \theta \leq \pi$ достигаются в точках

$$\theta_1 = 0, \theta_2 = \frac{\pi}{2}, \theta_3 = \pi. \quad (16)$$

Пусть наибольший линейный размер эллипса, т. е. величина его большей полуоси, $R = 2,5$ м. Тогда $R_{\max} = 5$ м и, согласно условию (7), $H = 250$ м.

Воспользовавшись уравнением (8) и вычисляя нули нормальных тангенциальных напряжений при заданных значениях интенсивности давления (13), выделим участки контура, на которых при заданных значениях равномерного давления (13) и значениях (15) действуют растягивающие напряжения:

при $n_1 = 0,2$

и $p_0 = 0$ т/м² имеем $\theta \in (0, 0,888) \cup (2,254, 4,029) \cup (5,395, 2\pi)$,

и $p_1 = 204$ т/м² имеем $\theta \in (0, 0,878) \cup (2,263, 4,020) \cup (5,405, 2\pi)$,

и $p_2 = 408$ т/м² имеем $\theta \in (0, 0,855) \cup (2,286, 4,997) \cup (5,428, 2\pi)$;

при $n_2 = 0,8$

и $p_0 = 0$ т/м² имеем $\theta \in (0, 0,389) \cup (2,752, 3,531) \cup (5,894, 2\pi)$,

и $p_1 = 204$ т/м² имеем $\theta \in (0, 0,507) \cup (2,634, 3,649) \cup (5,776, 2\pi)$,

и $p_2 = 408$ т/м² имеем $\theta \in (0, 0,620) \cup (2,521, 3,762) \cup (5,663, 2\pi)$;

при $n_3 = 1$

и $p_0 = 0$ т/м² имеем $\theta \in (0, 0,293) \cup (2,848, 3,435) \cup (5,990, 2\pi)$,

и $p_1 = 204$ т/м² имеем $\theta \in (0, 0,454) \cup (2,687, 3,596) \cup (5,829, 2\pi)$,

и $p_2 = 408$ т/м² имеем, $\theta \in (0, 0,581) \cup (2,560, 3,723) \cup (5,702, 2\pi)$.

На остальных участках интервала $(0, 2\pi)$ действуют сжимающие напряжения.

Эпюры нормальных тангенциальных напряжений для выработки эллиптической формы сечения при заданных значениях равномерного давления $p_0 - p_2$ и значениях параметра эллипса $n_2 = 0,8$ в случае $\mu = 0,25$ приведены на рис. 6.

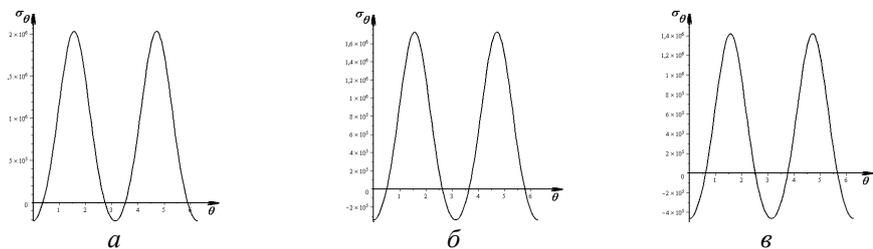


Рис. 6. Эпюры тангенциальных нормальных напряжений на контуре в виде эллипса при: а — $p_0 = 0$ т/м²; б — $p_1 = 204$ т/м²; в — $p_2 = 408$ т/м² и $n_2 = 0,8$

Аналогично рассмотренным выше примерам выработок можно выделить участки контуров, на которых действуют растягивающие и сжимающие напряжения при изменяющихся значениях глубин заложения выработок эллиптической формы поперечного сечения.

Теперь перейдем к определению допустимых значений давления в точках контуров для рассматриваемых в данной работе примерах типов выработок.

1. Выработка трапецевидной формы сечения.

Рассмотрим выражение

$$\sigma_{\theta} = -\gamma H \frac{\sum_{n=0}^4 I_n \cos n\theta}{K + L \cos \theta + M \cos 2\theta + N \cos 3\theta + R \cos 4\theta + U \cos 5\theta + V \cos 6\theta} +$$

$$+ p \left(1 - 4 \frac{\sum_{n=0}^4 J_n \cos n\theta - 4AE \cos 5\theta - 5AF \cos 6\theta}{K + L \cos \theta + M \cos 2\theta + N \cos 3\theta + R \cos 4\theta + U \cos 5\theta + V \cos 6\theta} \right) = R_{\text{рас}}, \quad (17)$$

где $R_{\text{рас}}$ — предел прочности горной породы при растяжении, как функцию давления $p(\theta)$.

Дифференцированием выражения (17) получаем для определения экстремальных значений функции $p(\theta)$ вместе с уравнением $\sin \theta = 0$ тригонометрическое уравнение пятнадцатой степени. Будем искать значение аргумента θ , при котором функция $p(\theta)$ принимает наименьшее из максимальных значений. Этим значением при $H_0 = 250$ м является $\theta = 2,51$. Тогда величина допустимого равномерного растягивающего давления равна $p = 835,456$ т/м².

Пусть теперь выработка находится на глубине $H_1 = 500$ м. Проведя необходимые вычисления, получаем, что при $\theta = 2,56$ величина допустимого растягивающего давления равна $p = 1132,104$ т/м². Аналогично на глубине $H_2 = 700$ м при $\theta = 2,59$ искомая величина равна $p = 1328,460$ т/м².

Графики функции $p(\theta)$ при рассматриваемых выше значениях глубины заложения приведены на рис. 7.

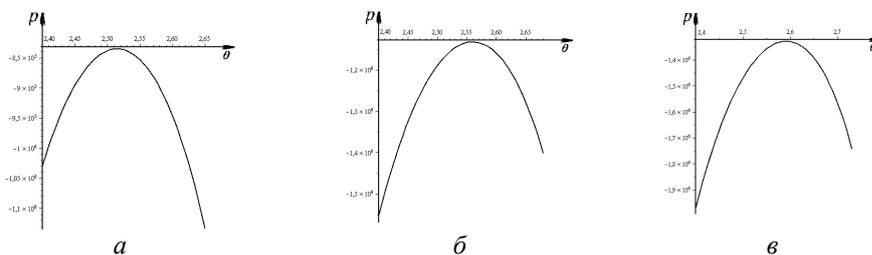


Рис. 7. Графики функции давления $p(\theta)$ при: а — $H_0 = 250$ м; б — $H_1 = 500$ м; в — $H_2 = 700$ м

Решение задачи об определении допустимых величин всестороннего равномерного давления для двух других типов выработок, рассматриваемых в данной статье, приведено в табл. 1 и 2.

2. Свод с вертикальными стенками.

Таблица 1

Свод с вертикальными стенками

Глубина заложения	Аргумент допустимого значения	Допустимая величина давления, т/м ²
$H_0 = 250$ м	$\theta = 0,66$	$p = 682,405$
$H_1 = 500$ м	$\theta = \pi$	$p = 908,744$
$H_2 = 700$ м	$\theta = \pi$	$p = 879,677$

3. Выработка эллиптической формы сечения.

Таблица 2

Выработка эллиптической формы сечения

n	Величины давления, м	Допустимая глубина заложения, т/м ²
0,2	$H_0 = 250$	$p = 939,271$
	$H_1 = 500$	$p = 1685,799$
	$H_2 = 700$	$p = 2283,021$
0,8	$H_0 = 250$	$p = 4948,129$
	$H_1 = 500$	$p = 2161,990$
	$H_2 = 700$	$p = 1870,323$
1,0	$H_0 = 250$	$p = 1578,444$
	$H_1 = 500$	$p = 1422,194$
	$H_2 = 700$	$p = 1297,194$

Заметим, что аргументами допустимых значений являются значения (16).

Выводы

1. Приведенные в статье формулы для нахождения величин нормальных тангенциальных напряжений, определения их нулей и экстремальных значений на контурах выработок различных форм поперечного сечения позволяют проводить исследование напряженного состояния выработок, испытывающих равномерное внутреннее всестороннее давление и находящихся на заданной глубине при известных значениях коэффициента бокового распора горной породы.

2. На примере выработок трапециевидной формы сечения, свода с вертикальными стенками и эллипса с фиксированным значением большой полуоси при заданных значениях коэффициента бокового распора горной породы и значениях равномерного давления и глубин заложения выработок выделены участки, на которых действуют растягивающие и сжимающие напряжения.

3. Определены допустимые значения всестороннего равномерного давления на контурах рассматриваемых выработок при различных значениях глубин заложения и коэффициента бокового распора, равного $\mu = 0,25$. Показано, что увеличение значений глубины заложения выработки влечет за собой

рост предельно допустимого значения величины равномерного всестороннего растягивающего внутреннего давления, причем в случае выработки эллиптической формы поперечного сечения при $n < 0,5$ допустимая глубина заложения выработки увеличивается, а при $n > 0,5$ — уменьшается.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Цимбаревич П. М. Механика горных пород. М. : Углетехиздат, 1948. 184 с.
2. Булычев Н. С. Механика подземных сооружений. М. : Недра, 1989. 270 с.
3. Турчанинов И. А., Иофис М. А., Каспарьян Э. В. Основы механики горных пород. Л. : Недра, 1989. 488 с.
4. Aysen A. Soil mechanics // Balkana Publ., Rotterdam, Netherlands, 2002. 459 p.
5. Smith G. N., Smith I. G. N. Elements of soil mechanics // Blackwell Science, 1998. 494 p.
6. Партон В. З., Перлин П. И. Методы математической теории упругости. М. : Наука, 1981. 688 с.
7. Green A. E., Zerna W. Theoretical elasticity. Oxford : Clarendon Press, 1968. 457 p.
8. Chau K. T. Analytical Methods in Geomechanics. New York : CRC Press, 2012. 424 p.
9. Brown J. W., Churchill R. V. Complex variables and applications. New York : McGraw — Hill, 2009. 482 p.
10. Poulos H. G., Davis E. H. Elastic solutions for soil and rock mechanics. New York : Wiley, 1974. 411 p.
11. Мухелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М. : Наука, 1966. 708 с.
12. Jian-ke Lu. Complex variable methods in plane elasticity // World Scientific, 1995. 237 p.
13. Каландия А. И. Математические методы двумерной упругости. М. : Наука, 1973. 304 с.
14. Akinola A. On complex variable method in finite elasticity // Applied Mathematics. 2009. No. 1. Pp. 1—16.
15. Stevenson A. C. Complex potential in two-dimensional elasticity // Proceeding of the Royal Society. Ser. A. 1945. Vol. 184. No. 997. Pp. 129—179, 218—229.
16. Schinzinger R., Laura P. Conformal mappings. Methods and applications. Elsevier, 1991. 581 p.
17. Савин Г. Н. Распределение напряжений около отверстий. Киев : Наукова думка, 1968. 888 с.
18. Фильчаков П. Ф. Приближенные методы конформных отображений. Киев : Наукова Думка, 1964. 536 с.
19. Фильчакова В. П. Конформные отображения областей специального типа. Киев: Наукова Думка, 1972. 252 с.
20. Богомолов А. Н., Богомолова О. А., Ушаков А. Н. Расчет экстремальных глубин заложения горизонтальных выработок различной формы на основе анализа напряженного состояния однородного вмещающего массива // Вестн. Волгогр. гос. архитектур.-строит. ун-та. Сер. : Стр-во и архитектура. 2018. Вып. 52(71). С. 5—18.
21. Богомолов А. Н., Богомолова О. А., Ушаков А. Н. Определение глубины заложения горизонтальной выработки на основе анализа напряженного состояния вмещающего массива // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2017. № 5. С. 2—9.
22. Ушаков А. Н. О построении контуров подземных горизонтальных выработок различных форм поперечного сечения // Вестн. Волгогр. гос. архитектур.-строит. ун-та. Сер. : Стр-во и архитектура. 2020. Вып. 4(81). С. 50—64.
23. Ушаков А. Н. О распределении напряжений на контурах подземных горизонтальных выработок различных форм поперечного сечения // Вестн. Волгогр. гос. архитектур.-строит. ун-та. Сер. : Стр-во и архитектура. 2021. Вып. 1(82). С. 101—117.

© Ушаков А. Н., 2022

Поступила в редакцию
в январе 2022 г.

Ссылка для цитирования:

Ушаков А. Н. Определение допустимых величин внутреннего равномерного давления на контуры подземных горизонтальных выработок различного поперечного сечения // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2022. Вып. 1(86). С. 57—70.

Об авторе:

Ушаков Андрей Николаевич — канд. техн. наук, доц., зав. каф. математики и информатики, Волгоградский государственный технический университет (ВолгГТУ). Российская Федерация, 400074, г. Волгоград, ул. Академическая, 1; ushakov.andrej2012@yandex.ru

Andrei N. Ushakov

Volgograd State Technical University

DETERMINATION OF PERMISSIBLE VALUES OF INTERNAL UNIFORM PRESSURE ON THE CONTOURS OF UNDERGROUND HORIZONTAL EXCAVATIONS OF VARIOUS CROSS-SECTIONS

The paper presents the results of a study to determine the stress state on the contours of underground horizontal workings, the cross-section of which has the form of a trapezoid, a vault with vertical walls and an ellipse with a fixed value of the large semi-major axis. The permissible values of the all-round uniform pressure applied in the points of the excavation contours at which the normal tangential stresses do not exceed the strength limits of the host rock in tension and compression, are determined for excavations of this type at different values of their depth.

Key words: mapping function, stress state, horizontal excavation, excavation depth, uniform pressure, lateral distribution coefficient.

For citation:

Ushakov A. N. [Determination of permissible values of internal uniform pressure on the contours of underground horizontal excavations of various cross-sections]. *Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Seriya: Stroitel'stvo i arhitektura* [Bulletin of Volgograd State University of Architecture and Civil Engineering. Series: Civil Engineering and Architecture], 2022, iss. 1, pp. 57—70.

About author:

Andrei N. Ushakov — Candidate of Engineering Sciences, Docent, Volgograd State Technical University (VSTU). 1, Akademicheskaya st., Volgograd, 400074, Russian Federation; ushakov.andrej2012@yandex.ru