

## ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Игнатьева Александра Владимировича

«Развитие метода конечных элементов  
в форме классического смешанного метода строительной механики»,  
представленную на соискание ученой степени доктора технических наук  
по специальности 05.23.17 - Строительная механика

Основной задачей исследований в области строительной механики является развитие и совершенствование методов расчёта сооружений. Этот процесс связан не только с взаимовлиянием и взаимным обогащением аналитических и численных методов расчёта, но и с переосмыслением идей и методов пройденных этапов развития.

В этой связи представляется уместным обратить внимание на тот факт, что сформулированный А.А. Гвоздевым ещё в 1927 году смешанный метод строительной механики, не нашёл должного места в смысле его теории и возможности применения даже в учебниках по строительной механике до конца 20-го века.

Отсутствие внимания исследователей к этому методу отмечено и в выполненном диссертантом обзоре по становлению и развитию классических методов строительной механики. Этот обзор необходим для понимания роли этих методов в становлении и развитии метода конечных элементов.

Предложенная диссертантом классификация различных форм и модификаций метода конечных элементов представляется логичной и убедительной. В ней хорошо показаны побудительные мотивы для разработки теории этих форм и модификаций, и соответствующих алгоритмов расчёта.

Этими побудительными мотивами являлись, как показано диссертантом, проблемы и недостатки существующих вариантов и форм МКЭ и вытекающая из этого необходимость разработки новых форм МКЭ, расширения и углубления его теории. Всё это лежит в обосновании диссертантом *актуальности темы исследования*, которое, по моему мнению, является логически убедительным и не вызывает возражений.

Пересказывать содержание диссертации по главам мне представляется нецелесообразным. Намного важнее оценить содержащиеся в них *научную новизну, теоретическую и практическую значимость*, четко и убедительно сформулированные в диссертации. Тем не менее хочу отметить, что *самым главным пунктом научной новизны* в диссертационной работе является, по моему мнению, разработка расширенной теории МКЭ за счёт включения в неё МКЭ в форме классического смешанного метода, наиболее общего по сравнению с методом сил и методом перемещений.

Эта форма не получила бы той же степени формализации и алгоритмизации, как МКЭ в перемещениях, без введенного диссертантом впервые нового термина – понятия “матрица откликов” обобщающим понятием “матрица жесткости” и “матрица податливости”.

Введение этого понятия позволило диссертанту обосновать соответствующие классическому смешанному методу основные системы конечных элементов различных типов и алгоритм построения систем разрешающих уравнений более эффективный по сравнению с алгоритмами зарубежных ученых (Почески, Бреззи и др.), реализующих МКЭ в смешанной форме.

Диссертантом показано, что для аналогичных по числу неизвестных конечных элементов, число этих уравнений совпадает с числом этих уравнений в методе конечных элементов в перемещениях. Преимуществом разрешающих уравнений метода конечных элементов в форме классического смешанного метода является то, что они состоят из двух групп – уравнений равновесия и уравнений неразрывности перемещений в узлах конечно-элементной сетки. В результате решения находятся одновременно как перемещения узлов, так и усилия в узлах сетки конечных элементов. При этом следует отметить, что алгоритм решения этой системы уравнений позволяет предварительно свести её к системе уравнений метода перемещений, что устраняет проблему отсутствия положительной определённости системы разрешающих уравнений смешанного метода.

Для тестирования *достоверности и точности решений* по МКЭ в форме классического смешанного метода диссертантом выполнено сравнение расчетов

стержневых систем по всем трём методам. Решения получены одинаковые, так как все три метода основаны на одних и тех же положениях, гипотезах и допущениях линейной строительной механики.

С использованием разработанных алгоритмов и программ выполнены расчёты стержневых систем различных видов и пластинок, позволившие выявить преимущества, особенности, проблемы и возможности применения МКЭ в форме классического смешанного метода. Наиболее показательны примеры расчета стержневых систем с очень жесткими или абсолютно жесткими вставками, а также пластинки с жесткими включениями и вырезами, иллюстрирующие это.

**Научная новизна** в задачах динамики заключается, по нашему мнению, в следующем:

- алгоритм формирования уравнений собственных колебаний стержневых систем и пластин в рассматриваемой форме метода конечных элементов;
- методы частотно-динамической конденсации (редуцирования) частотных уравнений высоких порядков и алгоритмы их реализации.

Здесь я хотел бы отметить, что сама идея использования метода приведения масс в форме метода сил для конденсации к частотному уравнению не выше второго порядка была впервые высказана и применена С.Я. Землянухиным в 1961 году и была затем развита В.А. Игнатьевым как в форме метода сил, так и в форме метода перемещений для редуцирования частотных уравнений высоких порядков.

В математическом плане все разработанные в диссертации варианты редуцирования (на основе конденсации) частотных уравнений высоких порядков сводятся к решению неполной проблемы собственных векторов (СВ) и собственных значений (СЗ) для редуцированной системы с небольшим числом степеней свободы. Это означает, что эти найденные с заданной степенью точности СЗ являются нижней частью спектра системы частотных уравнений высокого порядка.

Так как проблема нахождения спектра критических нагрузок и форм потери устойчивости системы с большим числом степеней свободы также сводится к решению неполной проблемы СЗ и СВ, то упомянутые выше алгоритмы и программы применимы и при решении задач устойчивости.

Для этих задач в диссертации рассмотрены проблемы математического моделирования на основе МКЭ в форме классического смешанного метода.

При решении задачи устойчивости матрица откликов системы представляется в виде разности двух матриц: матрицы, получаемой в статических задачах, и матрицы, состоящей из добавок от учёта продольно-поперечного изгиба.

Разработанные в диссертации варианты решения задач устойчивости на основе МКЭ в форме классического смешанного метода дают возможность решить отмеченную во многих работах проблему наличия в расчётной конечно-элементной схеме очень жестких или бесконечно жестких элементов.

В диссертации рассмотрено моделирование геометрически и конструктивно нелинейных задач и изложен разработанный диссертантом алгоритм решения нелинейной системы разрешающих уравнений на основе МКЭ в форме классического смешанного метода относительно искомых узловых перемещений и усилий.

Эта математическая модель и разработанный алгоритм являются обобщением моделей и алгоритмов расчёта линейно деформируемых систем, используемых на каждом шаге пошаговой процедуры нагружения, с итерационным уточнением решения линеаризованной системы нелинейных уравнений на каждом шаге.

В разрешающей системе нелинейных уравнений можно, как это показано диссертантом, менять местами часть искомых параметров и часть заданных параметров. Такой приём позволяет проследить “ветвление решений” в закритической области и выяснить какие из равновесных состояний являются устойчивыми, а какие нет.

***Проблема достоверности*** численного решения геометрически и конструктивно нелинейных задач до сих пор вызывает большой научный интерес. Полную достоверность решения может подтвердить только совпадение результатов, полученных несколькими различными методами. Одним из таких методов безусловно может быть разработанный диссертантом расширенный МКЭ в форме классического смешанного метода. Именно такое сравнение результатов решения некоторых модельных задач, связанных с выявленными “подводными камнями” при расчёте по МКЭ в перемещениях, позволило диссертанту показать некорректность

математических выкладок, выводов и рекомендаций в некоторых публикациях по этому поводу.

*Диссертантом впервые* на основе МКЭ в форме классического смешанного метода выполнено математическое моделирование и разработан алгоритм исследования геометрически нелинейного поведения нерастяжимых и растяжимых нитей и тросов. Сделать это в рамках традиционного МКЭ невозможно. Хорошая сходимость полученных численных решений подтверждена сравнением с аналитическим решением.

Алгоритмы расчёта конструктивно нелинейных систем, рассматриваемых в диссертации, являются, по сути, расширением общего алгоритма, разработанного диссертантом для расчёта геометрически нелинейных систем.

Разница лишь в том, что физическая модель конструктивно нелинейной системы предусматривает описание геометрии расположения односторонних опор, их характеристик, размещения и величин нагрузок.

На основе физической модели строится математическая модель конструкции и соответствующая ей расчётная схема на каждом шаге приращения нагрузки. Так как величина шага нагружения принимается малой, то для нахождения расчётной схемы требуется небольшое число итераций, не приводящих к заикливанию итерационного процесса, возникающему при расчёте по аналогичному алгоритму по МКЭ в перемещениях.

Выполненные в диссертации примеры расчёта показали, что на каждом шаге приращения нагрузки находятся за малое число итераций точные параметры рабочей расчётной схемы. Это позволяет отследить весь процесс изменения напряженно-деформированного состояния системы.

На этих примерах проиллюстрированы преимущества разработанного диссертантом нового эффективного алгоритма расчёта конструктивно нелинейных систем.

*Достоверность результатов* обеспечивается удовлетворением разработанных алгоритмов положениям, гипотезам и допущениям, принятым в строительной механике и теории упругости, использованием математически обоснованных ме-

тодов решения задач и подтверждается проверкой на многочисленных примерах расчёта стержневых систем различных видов и пластинок.

В целом работа выполнена на высоком научном уровне и является законченным научным исследованием. *Личный вклад* в нее диссертанта, сформулированный им в диссертации, не вызывает сомнения. Автореферат соответствует диссертации и в достаточной степени даёт представление об основных положениях работы.

Основные результаты диссертации достаточно полно изложены в 75 работах, 32 из которых - статьи в ведущих рецензируемых научных журналах и изданиях, 6 - статьи в изданиях, входящих в международные реферативные базы данных и системы цитирований Web of Science и Scopus, 1 монография, 6 свидетельств о регистрации программ для ЭВМ, 5 учебных пособий. Результаты исследований обсуждались на различных семинарах и конференциях.

По содержанию диссертационной работы можно сделать следующие замечания:

1. По моему мнению некоторые разделы диссертации изложены в слишком сжатом виде, хотя диссертант и ссылается в них на подробные тексты своих публикаций.

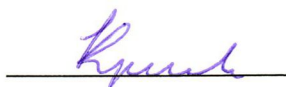
2. Содержание работ иностранных авторов, касающихся темы диссертации, можно было бы изложить более подробно, чтобы лучше понять уровень их научных достижений.

Указанные замечания не снижают значимости полученных результатов и не влияют на общую положительную оценку диссертационного исследования А.В. Игнатьева.

**Заключение.** Диссертация Игнатьева Александра Владимировича на соискание ученой степени доктора наук выполнена на актуальную тему, является законченной научно-квалификационной работой, в которой разработаны теоретические положения расширения теории метода конечных элементов включением в неё МКЭ в форме классического смешанного метода строительной механики и разработки соответствующих физико-математических моделей конечных элементов, дающее возможность сравнительного анализа результатов расчета по-

лучаемых на основе различных форм МКЭ, что можно классифицировать как научное достижение в области строительной механики. Диссертация характеризуется научной новизной, теоретической и практической значимостью, отвечает требованиям п.п. 9-14 Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013 г. № 842, а ее автор Игнатьев Александр Владимирович заслуживает присуждения ему ученой степени доктора технических наук по специальности 05.23.17 – Строительная механика.

Официальный оппонент  
доктор технических наук, профессор,  
Заслуженный деятель науки и техники РСФСР,  
Почетный доктор технического университета г. Лодзь,  
заведующий кафедрой математики и моделирования СГТУ имени Гагарина Ю.А.



Крысько Вадим Анатольевич

Сведения об официальном оппоненте  
ФИО: Крысько Вадим Анатольевич  
Ученая степень: доктор технических наук  
Ученое звание: профессор  
Шифр и наименование научной специальности: 05.23.17 - Строительная механика  
Организация – место работы: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.» (ФГБОУ ВО СГТУ имени Гагарина Ю.А.)  
Должность: Заведующий кафедрой математики и моделирования  
Почтовый адрес организации: 410054, г. Саратов, ул. Политехническая, 77  
Телефон: 8 (8452) 99-87-24  
Факс: 8 (8452) 99-88-10  
e-mail: vm@sstu.ru

Подпись В.А. Крысько заверяю  
Ученый секретарь  
Ученого Совета СГТУ имени Гагарина Ю.А.  
к.ф.-м.н., доцент

23.09.2019



О.А. Салтыкова



## Согласие официального оппонента

Я, Крысько Вадим Анатольевич, согласен выступить в роли официального оппонента на защите диссертации Игнатьева Александра Владимировича «Развитие метода конечных элементов в форме классического смешанного метода строительной механики», представленную к защите на соискание учёной степени доктора технических наук по специальности 05.23.17 - Строительная механика.

Даю согласие на обработку и передачу моих персональных данных.

О себе сообщаю следующие сведения:

Ученая степень	доктор технических наук
Ученое звание	профессор
Шифр и наименование научной специальности	05.23.17 - Строительная механика
Полное и сокращенное наименование организации – места работы	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.» (ФГБОУ ВО СГТУ имени Гагарина Ю.А.)
Должность	Заведующий кафедрой математики и моделирования
Почтовый адрес организации	410054, г. Саратов, ул. Политехническая, 77
Телефон	84952998724
Факс	84952998810
e-mail	vm@sstu.ru
Список основных публикаций по теме диссертации в ведущих рецензируемых научных журналах и изданиях, а также в изданиях, входящих в международные реферативные базы данных и системы цитирования Web of Science и Scopus	<p>1. Крысько, В. А. Математическая модель колебаний размерно-зависимых цилиндрических оболочек сетчатой структуры с учетом гипотез Кирхгофа-Лява / Е. Ю. Крылова, И. В. Папкина, О. А. Салтыкова, А. О. Синичкина, <b>В. А. Крысько</b> // Нелинейный мир. - 2018. - Т. 16. - № 4. - С. 17-28.</p> <p>2. Krysko, V.A. Mathematical models for quantifying flexible multilayer orthotropic shells under transverse shear stresses / J., Awrejcewicz <b>V. A. Krysko</b>, M. V. Zhigalov, I. V. Papkova // Composite Structures. - 2018. - Т. 204. - С. 896-911.</p> <p>3. Krysko, V. A. On the mathematical models of the Timoshenko-type multi-layer flexible orthotropic shells</p>



- / **V. A. Krysko**, M. V. Zhigalov, I. V. Papkova, T. V. Yakovleva, J. Awrejcewicz, A. V. Krysko // Nonlinear Dynamics. - 2018. - T. 92. - № 4. - С. 2093-2118.
4. Krysko, V. A. Non-symmetric forms of non-linear vibrations of flexible cylindrical panels and plates under longitudinal load and additive white noise / **V. A. Krysko**, I. V. Papkova, J. Awrejcewicz, E. Y. Krylova, A. V. Krysko // Journal of Sound and Vibration. - 2018. - T. 423. - С. 212-229.
5. Krysko, V. A. Nonlinear dynamics of contact interaction of a size-dependent plate supported by a size-dependent beam / J. Awrejcewicz, **V. A. Krysko**, T. V. Yakovleva, S. P. Pavlov // Chaos (Woodbury, N.Y.). - 2018. - T. 28. - № 5. - С. 053102.
6. Крысько, В. А. Динамическая устойчивость пологих оболочек на прямоугольном плане с учетом геометрической и физической нелинейности / С. А. Мицкевич, А. В. Крысько, М. В. Жигалов, **В. А. Крысько** // Проблемы прочности и пластичности. - 2017. - Т. 79. - № 3. - С. 249-258.
7. Крысько, В. А. Контактное взаимодействие двух балок Тимошенко / О. А. Салтыкова, **В. А. Крысько** // Нелинейная динамика. - 2017. - Т. 13. - № 1. - С. 41-53.
8. Krysko, V. A. Contact interaction of two rectangular plates made from different materials with an account of physical nonlinearity / J. Awrejcewicz, **V. A. Krysko**, M. V. Zhigalov, A. V. Krysko // Nonlinear Dynamics. - 2017. - С. 1191-1211.
9. Krysko, V. A. Mathematical modelling of physically/geometrically non-linear micro-shells with account of coupling of temperature and deformation fields / J. Awrejcewicz, **V. A. Krysko**, A. A. Sopenko, M. V. Zhigalov, A. V. Kirichenko, A. V. Krysko // Chaos, Solitons & Fractals. - 2017. - T. 104. - С. 635-654.
10. Krysko, V. A. Design of composite structures with extremal elastic properties in the presence of technological constraints / J. Awrejcewicz, S.P. Pavlov, K. S. Bodyagina, M. V. Zhigalov, **V. A. Krysko** // Composite Structures. - 2017. - T. 174. - С. 19-25.
11. Крысько, В. А. Сложные колебания гибких пластин под действием продольных нагрузок с

- учетом белого шума / Е. Ю. Крылова, И. В. Папкова, Н. П. Ерофеев, В. М. Захаров, **В. А. Крысько** // Прикладная механика и техническая физика. - 2016. - Т. 57. - № 4 (338). - С. 163-169.
12. Крысько, В. А. Сложные колебания и контактное взаимодействие пластины, подкрепленной балкой с зазором между ними, в условиях экстремальных режимов нагружения / Т. В. Яковлева, Е. Ю. Крылова, В. Г. Баженов, **В. А. Крысько** // Известия высших учебных заведений. Строительство. - 2016. - № 3 (687). - С. 13-23.
13. Krysko, V. A. On the contact interaction between two rectangular plates / A. V. Krysko, J. Awrejcewicz, M. V. Zhigalov, **V. A. Krysko** // Nonlinear Dynamics. - 2016. - Т. 85. - № 4. - С. 2729-2748.
14. Крысько, В. А. Контактное взаимодействие пластины с системой балок при наличии зазоров с учетом белого шума / Т. В. Яковлева, В. Г. Баженов, **В. А. Крысько**, Е. Ю. Крылова // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. - 2015. - № 4. - С. 259-272.
15. Крысько, В. А. Диссипативная динамика геометрически нелинейной балки Бернулли-Эйлера при действии поперечной знакопеременной нагрузки с учетом белого шума / Н. П. Ерофеев, В. М. Захаров, Е. Ю. Крылова, **В. А. Крысько**, И. В. Папкова // Нелинейный мир. - 2015. - Т. 13. - № 7. - С. 57-64.

Доктор технических наук, профессор,  
заведующий кафедрой математики и моделирования  
ФГБОУ ВО СГТУ имени Гагарина Ю.А.

Вадим Анатольевич Крысько

Подпись В.А. Крысько заверяю  
Секретарь Ученого Совета к.ф.-м.н., доцент  
СГТУ имени Гагарина Ю.А.

Салтыкова О.А.

23.09.2019

