

УДК 624.04:519.6

**О. В. Душко^а, М. И. Бочков^а, С. А. Калиновский^б, Д. Г. Кузнецов^а, А. И. Чеблукова^а,
И. Э. Султанова^а**

^а *Волгоградский государственный технический университет*

^б *Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет*

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ФОРМЕ КЛАССИЧЕСКОГО СМЕШАННОГО МЕТОДА К РАСЧЕТУ РОСТВЕРКА С НЕЛИНЕЙНЫМИ УПРУГО-ПОДАТЛИВЫМИ СВЯЗЯМИ

Исследование выполнено за счет средств программы развития ВолгГТУ
«Приоритет 2030», в рамках научного проекта № 45/654-24

Рассмотрен алгоритм расчета конструктивно-нелинейных задач строительной механики, сочетающий преимущества метода конечных элементов в форме классического смешанного метода и метода компенсирующих нагрузок. Произведено исследование эффективности предлагаемого алгоритма к расчету задач расчета ростверка с моделированием свай, как нелинейных упруго-податливых связей. Проанализирована итерационная эффективность предлагаемого алгоритма с учетом параметров упрочнения связей под нагрузкой.

Ключевые слова: МКЭ в форме классического смешанного метода, конструктивная нелинейность, свайный фундамент, ростверк.

Введение

Долговечность и безопасность здания или сооружения напрямую зависят от исправного состояния фундамента, поэтому в процессе проектирования строительных объектов возникает необходимость всестороннего анализа и учета множества факторов, влияющих на реальное поведение и работу грунтового основания. Основания не всегда могут быть изучены и оценены с абсолютной точностью, ввиду многообразия и природной изменчивости свойств грунтов, которыми это основание сложено. Это обстоятельство вызывает необходимость прибегать в расчетной практике к использованию большого спектра коэффициентов надежности и условий работы, которые завышают в несколько раз результаты расчетов величин осадок свайных фундаментов. Такой подход приводит к значительному перерасходу материалов и завышению сметной стоимости строящегося объекта.

Для уточнения расчетов часто используются методы полевых испытаний [1], позволяющие получить данные о несущей способности и поведении грунтов под воздействием различных нагрузок. В случае устройства свайного фундамента используют метод испытания грунтов сваями на статические вдавливающие усилия. Сущность его заключается в том, что к заглубленной в грунт свае прикладывают давление гидравлическим домкратом, постепенно увеличивающим величину нагрузки¹ [2]. Однако, несмотря на высокую степень детализации и стандартизации, в реальной расчетной практике результаты таких испытаний часто используются не в полном

¹ ГОСТ 5686—2020. Грунты. Методы полевых испытаний сваями: Межгосударственный стандарт. М.: Стандартинформ, 2020. 51 с.

объеме и ограничиваются учетом работы свай на линейном участке графиков зависимостей. Учет нелинейной работы сваи в грунте позволит уточнить расчет ростверка и нагрузки на сваи и определить поправочные коэффициенты. Кроме того, теоретическое представление свай как конструктивно-нелинейных опор, позволит моделировать такие особенности некоторых грунтов как сжимаемость, возникновение усилий морозного пучения, просадочность, сопротивление грунтов сдвигу.

В современной практике используются сваи различных видов и длин [3, 4]. Тип сваи выбирается, исходя из геологических условий и требований к несущей способности конструкции. Длина сваи определяется, исходя из необходимой глубины погружения в грунт и требуемого уровня несущей способности. Моделирование сваи требует особых уточнений, а именно при взаимодействии сваи с грунтом в процессе возведения здания [5].

В этой статье изучается возможность моделирования нелинейной работы сваи в грунте как конструктивно-нелинейной связи, имеющей прочностные характеристики, определенные в соответствии с графиком зависимости осадки сваи от нагрузки. Рассмотренный авторами в [6, 7] алгоритм сочетает преимущества метода конечных элементов (МКЭ) в форме классического смешанного метода [8, 9] и метода компенсирующих нагрузок [10]. Обычно для учета нелинейной работы сваи приходится усложнять расчетную схему, добавляя дополнительные элементы или узлы, а также определять промежуточные шаги расчета параметров моделирования нелинейной работы связи на основе дополнительных вычислений, что требует времени и ресурсов. Использование перечисленных методов позволяет производить расчет без изменений расчетной схемы и без промежуточных шагов расчета свайного фундамента с учетом нелинейной работы сваи в грунте как опоры.

Цель исследования — анализ применимости обобщенного алгоритма расчета свайного фундамента с учетом нелинейной работы сваи в грунте как упрочняющейся упруго-податливой опоры, а также изучение других вариантов алгоритмов, скорости их сходимости и анализ решения данной задачи, позволяющий, в перспективе, оптимизировать алгоритм расчета.

Методы исследования

В качестве базового метода для применения разработанного алгоритма в настоящей работе использован МКЭ в форме классического смешанного метода [11]. В рамках рассматриваемой теории на сегодняшний день уже существует большое количество хорошо разработанных конечных элементов. На рисунке 1 показан конечный элемент, применяемый в данной работе — прямоугольный конечный элемент-пластина, работающая на изгиб. Разработке этого конечного элемента посвящены работы ряда отечественных и зарубежных ученых [12—14].

В общем виде конечный элемент-пластинка, работающая на изгиб, обладает двенадцатью степенями свободы — в каждом узле по одному неизвестному перемещению q_1, q_2, q_3, q_4 и по два неизвестных изгибающих момента, действующих в перпендикулярных друг другу плоскостях $\tilde{q}_5 - \tilde{q}_{12}$.

В работе [6] МКЭ в форме классического смешанного модифицирован применительно к расчету систем с конструктивно нелинейной работой узлов,

что в итоге позволило разработать в рамках данного исследования специализированный алгоритм расчета систем, включающих нелинейно работающие связи.

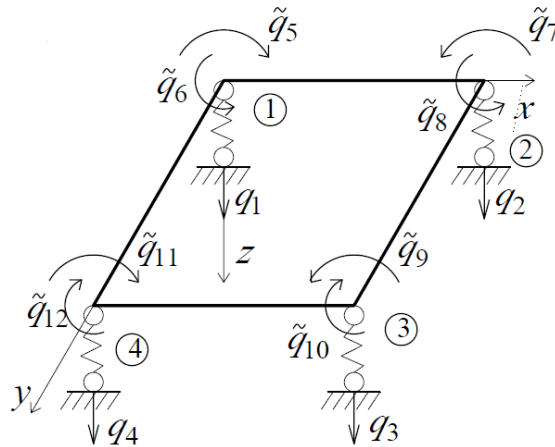


Рис. 1. Конечный элемент-пластина, работающая на изгиб

Алгоритм разработан для общего случая расчета системы с упруго-податливыми упрочняющимися или разупрочняющимися опорами, работа которых, в общем виде, может быть описана посредством *кусочной функции*:

$$R^{(i)} = \begin{cases} A^{(i)} \cdot \Delta^{(i)}, & 0 \leq q_{\Delta}^{(i)} \leq \Delta_0^{(i)}; \\ B^{(i)} \cdot \Delta^{(i)} + C^{(i)}, & \Delta_0^{(i)} \leq q_{\Delta}^{(i)}, \end{cases} \quad (1)$$

здесь $R^{(i)}$ — реакция, возникающая в i -й опоре; $q_{\Delta}^{(i)}$ — перемещение, возникающая в i -й опоре; $A^{(i)}$, $B^{(i)}$, $C^{(i)}$ — прочностные характеристики i -й опоры, присущие ей на разных этапах нагружения; $\Delta_0^{(i)}$ — перемещение, при достижении которого работа опоры начинает происходить по другому закону.

В рамках реализации метода расчета систем с нелинейной работой опор осуществляется введение по направлению этих опор нагрузок, компенсирующих изменение их жесткости. Этот прием можно назвать методом компенсирующих нагрузок. Расчет на первой итерации производится по линейному закону, впоследствии вычисляется невязка, позволяющая учесть изменение жесткости и вводятся компенсирующие нагрузки. На следующем шаге также вычисляется невязка. Критерием выхода из алгоритма и будет разница невязок на j -й и $(j+1)$ -й итерации расчета. Этот критерий вычисляется по формуле:

$$\delta_{(j+1)} = \frac{\Delta F_{(j+1)} - \Delta F_{(j)}}{\Delta F_{(j+1)}} \cdot 100\%, \quad (2)$$

здесь $\delta_{(j+1)}$ — критерий выхода из алгоритма; $\Delta F_{(j)}$ — величина компенсирующей нагрузки на (j) -й итерации.

В виде блок-схемы алгоритм приведен на рис. 2.

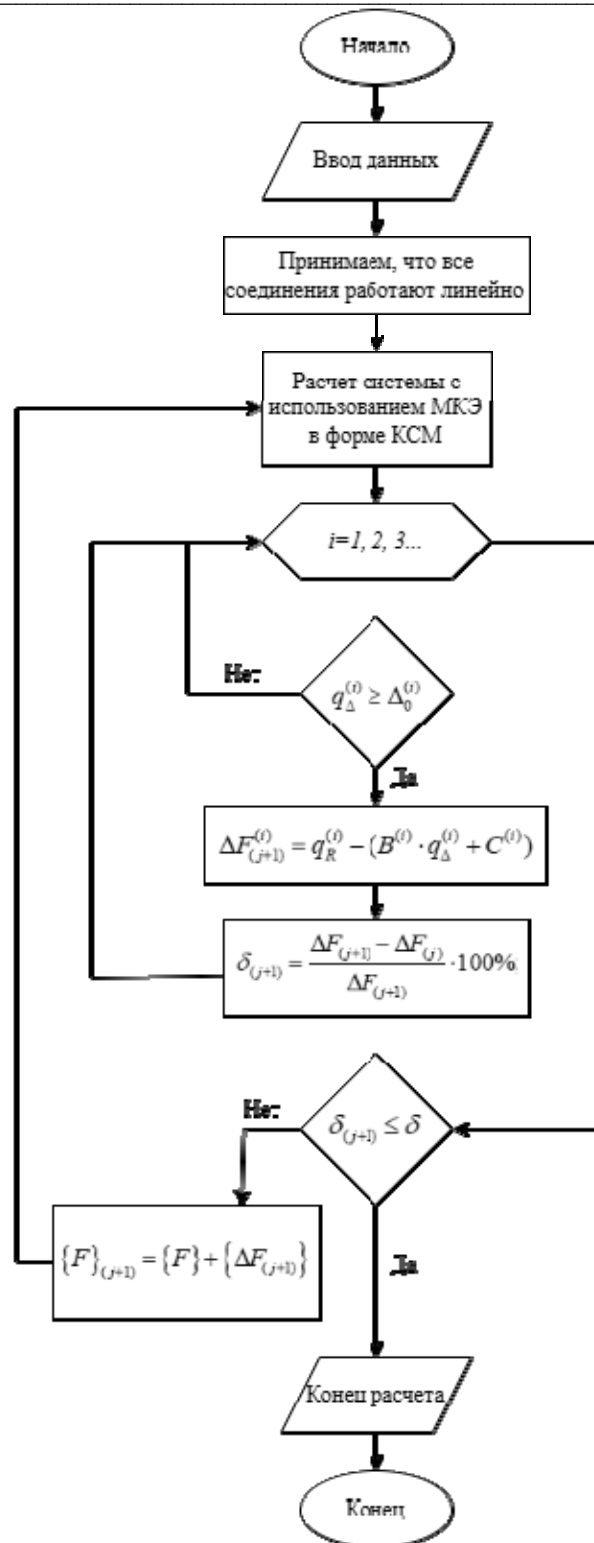


Рис. 2. Блок-схема алгоритма расчета

Анализ результатов

Ниже приведены результаты статического испытания грунтов сваями. Для описания работы сваи в грунте как отдельно стоящей, упруго-податливой опоры может быть использована следующая функция, имеющая общий вид (1), представленный выше:

$$R^{(i)} = \begin{cases} 120570 \cdot \Delta^{(i)}; 0 \leq \Delta^{(i)} \leq 0,35 \cdot 10^{-3} \\ 23115 \cdot \Delta^{(i)} + 34,105; 0,35 \cdot 10^{-3} < \Delta^{(i)} \leq 2,18 \cdot 10^{-3} \end{cases}$$

Расчетная схема фундаментной плиты представлена на рис. 3.

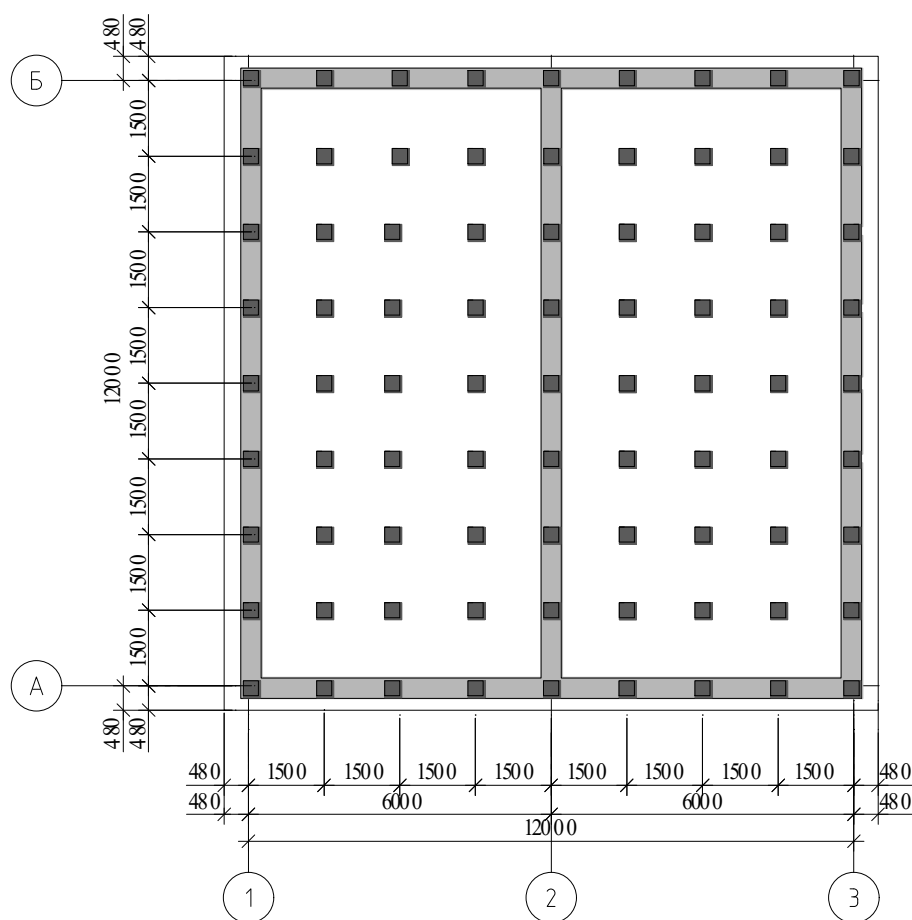


Рис. 3. Расчетная схема фундаментной плиты

В рамках проведенного исследования расчет фундаментной плиты выполнялся при различных жесткостях связей путем итераций. Результаты выполненных расчетов представлены в табл. 1, 2.

С целью углубленного анализа эффективности предлагаемого алгоритма к расчету систем с большим количеством неизвестных рассмотрим несколько вариантов жесткостей второй ветви работы упруго-податливой опоры. Приведем эти варианты в графическом виде на рис. 4.

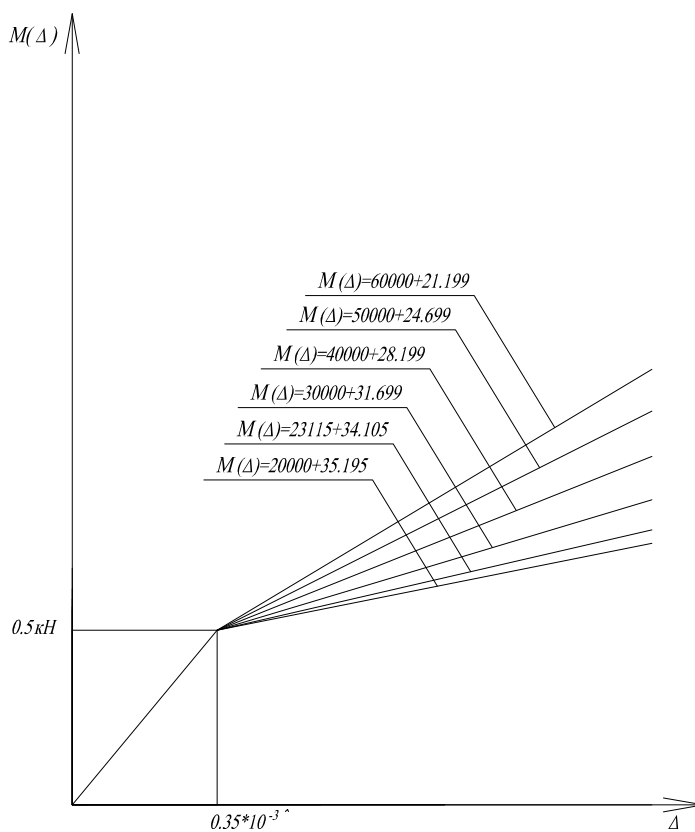


Рис. 4. Зависимость усилия от перемещения при различных типах жесткости

На рисунке 5 приведена расчетная схема МКЭ в форме классического смешанного метода для рассматриваемой задачи. Основой для создания расчетной схемы является конечный элемент плиты, указанный на рис. 1

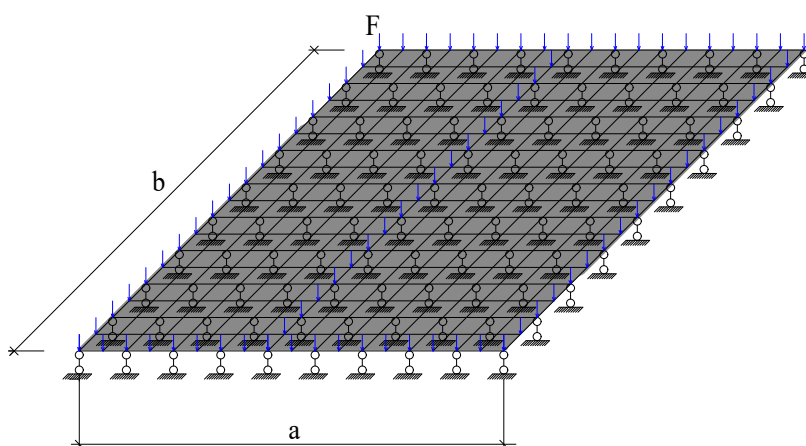


Рис. 5. Расчетная конечно-элементная модель для МКЭ
в форме классического смешанного метода

Расчет фундаментной плиты выполнялся с различными жесткостями связей путем итераций. Условием завершения итерационного расчета является достижение величины невязок значения менее 1 %. Результаты вычислений представлены в табл. 1.

Т а б л и ц а 1

№ j -й итерации	dF_1	dF_2	dF_{cp}	$\delta, \%$
20000 Δ + 35,195				
1	0,2744	0,4193	4,1638	32,92
5	2,167	3,5243	16,612	21,74
10	3,3917	6,2514	23,757	6,45
15	3,9129	7,5298	26,457	2,37
20	4,1356	8,079	27,484	0,93
40000 Δ + 28,1995				
1	0,21949	0,33556	3,3354	16,18
6	1,22621	1,98207	10,0102	9,28
12	1,39269	2,36299	10,9658	0,87
60000 Δ + 21,1995				
1	0,165	0,25226	2,50745	11,49
5	0,52959	0,82262	5,46348	6,89
10	0,55827	0,88557	5,70059	0,26

В таблице 2 приведены результаты расчетов с точки зрения вычислительной сложности, в зависимости от величины жесткости упруго-податливых связей в рамках работы, описываемой вторым участком представленной выше кусочной функции (1), после упрочнения или разупрочнения.

Т а б л и ц а 2

Типы жесткости	Количество итераций	$\delta, \%$
20 000 Δ + 35,195	20	0,93
30 000 Δ + 31,6995	15	0,90
40 000 Δ + 28,1995	12	0,87
50 000 Δ + 24,6995	10	0,80
60 000 Δ + 21,1995	10	0,95

В рамках дальнейшего развития исследований авторами планируется изучение влияние вида функции работы упруго-податливой связи на процесс схождения итерационного процесса. Это связано с тем, что реальная диаграмма работы сваи в грунте не совсем корректно описывается кусочной функцией, а имеет более сложную форму.

Выводы

На основании изложенного можно сделать следующие выводы:

1. Приведенный в статье алгоритм, сочетающий преимущества МКЭ в форме классического смешанного метода и метода компенсирующих нагрузок, позволяет производить расчет ростверка с учетом упруго-податливой работы свайного основания с достаточной точностью. Предлагаемый расчет позволяет учесть работу каждой отдельной сваи, как упруго-податливой упорочняющейся опоры, что соответствует физике работы сваи в грунте.

2. Изменение жесткости упруго-податливых опор на второй ветви кусочной функции, описывающей их работу, показало увеличение скорости сходимости алгоритма с равной долей достоверности при приближении жесткости опоры на второй части диаграммы к изначальной расчетной жесткости. При этом *вычислительная сложность* изменилась в 2 раза — с 20 до 10 итераций.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Савинов А. В. Современные методы оценки несущей способности вдавливаемых свай по предельному усилию погружения // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2013. Вып. 30(49). С. 80—86.
2. Khoirunisaa T., Setiawan B., Purwana Y. M. Comparative study of axial bearing capacity for pile foundation based on empirical, numerical method and pile driving analyzer test // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2023. Vol. 19. Iss. 4. Pp. 196—207. DOI: 10.22337/2587-9618-2023-19-4-196-207.
3. Research on the bearing behavior of single pile in self-weight collapsible loess areas / D. Gao, K. Zhao, B. Ma, Z. Han, J. Fan // PLoS ONE. 2023. Vol. 18. Iss. 8. DOI: 10.1371/journal.pone.0290878
4. Basu P., Prezzi M., Basu D. Drilled Displacement Piles — Current Practice and Design // DFI Journal. 2010. Vol. 4. Iss. 1. Pp. 3—20.
5. Yuan X., Chen L., Deng J. Calculation of displacements and internal forces of anchored retaining piles // PLoS ONE. 2020. Vol. 15. Iss. 12. DOI: 10.1371/journal.pone.0243659.
6. Бочков М. И. Определение напряженно-деформированного состояния систем с односторонними связями от кинематического смещения связей с помощью метода конечных элементов в форме классического смешанного метода // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2021. Вып. 4(85). С. 137—147.
7. Бочков М. И., Игнатьев В. А. Development of Single-Node Finite Elements for the Calculation of Systems with Unilateral Constraints by FEM in the Form of the Classical Mixed Method // Proceedings of the 7th International Conference on Construction, Architecture and Technosphere Safety. 2023. Pp. 222—231. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-031-47810-921>.
8. Игнатьев А. В., Игнатьев В. А., Бочков М. И. Расчет многопролетных балок с односторонними связями по МКЭ в форме классического смешанного метода // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2017. Вып. 48(67). С. 94—108.
9. Игнатьев А. В., Игнатьев В. А., Онищенко Е. В. Возможность использования метода конечных элементов в форме классического смешанного метода для геометрически нелинейного анализа шарнирно-стержневых систем // Вестник МГСУ. 2015. № 12. С. 47—58.
10. Аленин В. П. Итерационные методы расчета систем с внешними и внутренними односторонними связями: дис....д-ра техн. наук. Волгоград, 2002. 325 с.
11. Игнатьев А. В. Метод конечных элементов в форме классического смешанного метода (особенности и возможности применения) // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 3(260). С. 55—60.
12. Ignatyev A. V., Ignatyev V. A. Specific Features and Advantages of the Finite Element Method in the Form of Classical Mixed Method as an Alternative for the Traditional Finite Element Method // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2014. Vol. 10. Iss. 4. Pp. 121—124.
13. Laursen T. A., Kim T. Y., Dolbow J. E. A Mortared Finite Element Method for Frictional Contact on Arbitrary Surfaces // Computational Mechanics. 2007. Vol. 39. Pp. 223—235.
14. Laursen T. A., Yang B. A contact searching algorithm including bounding volume trees applied to finite sliding mortar formulations // Computational Mechanics. 2008. Vol. 41. Pp. 189—205.

© Душко О. В., Бочков М. И., Калиновский С. А., Кузнецов Д. Г.,
Чеблукова А. И., Султанова И. Э., 2025

Поступила в редакцию
в декабре 2024 г.

Ссылка для цитирования:

Применение метода конечных элементов в форме классического смешанного метода к расчету рост-верка с нелинейными упруго-податливыми связями / О. В. Душко, М. И. Бочков, С. А. Калиновский, Д. Г. Кузнецов, А. И. Чеблуква, И. Э. Султанова // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2025. Вып. 1(98). С. 135—144. DOI: 10.35211/18154360_2025_1_135.

Об авторах:

Душко Олег Викторович — д-р техн. наук, доц., зав. каф. строительной механики, Волгоградский государственный технический университет (ВолгГТУ). Российская Федерация, 400074, г. Волгоград, ул. Академическая, 1; ovd28@mail.ru; ORCID: 0000-0002-3982-1899

Бочков Максим Иванович — канд. техн. наук, доц. каф. строительной механики, Волгоградский государственный технический университет (ВолгГТУ). Российская Федерация, 400074, г. Волгоград, ул. Академическая, 1; stroymech@vgasu.ru

Калиновский Сергей Андреевич — канд. техн. наук, доц., доц. каф. строительной и теоретической механики, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ). Российская Федерация, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, 26; stroitmeh@mgsu.ru

Кузнецов Денис Григорьевич — канд. техн. наук, доц. каф. строительных конструкций, оснований и надежности сооружений, Волгоградский государственный технический университет (ВолгГТУ). Российская Федерация, 400074, г. Волгоград, ул. Академическая, 1; skoins@mail.ru

Чеблуква Анастасия Игоревна — студентка, Волгоградский государственный технический университет (ВолгГТУ). Российская Федерация, 400074, г. Волгоград, ул. Академическая, 1

Султанова Ирина Эдуардовна — студентка, Волгоградский государственный технический университет (ВолгГТУ). Российская Федерация, 400074, г. Волгоград, ул. Академическая, 1

Oleg V. Dushko^a, Maxim I. Bochkov^a, Sergey A. Kalinovskiy^b, Denis G. Kuznetsov^a, Anastasia I. Cheblukova^a, Irina E. Sultanova^a

^a *Volgograd State Technical University*

^b *National Research Moscow State University of Civil Engineering*

**APPLICATION OF THE FINITE ELEMENT METHOD
IN THE FORM OF A CLASSICAL MIXED METHOD TO THE CALCULATION
OF A GRILLAGE WITH NONLINEAR ELASTIC-MALLEABLE CONNECTIONS**

The research was carried out at the expense of the funds of the development program of VSTU "Priority 2030", within the framework of scientific project No. 45/654-24.

The algorithm for calculating structural-nonlinear problems of structural mechanics is considered, combining the advantages of the finite element method in the form of a classical mixed method and the method of compensating loads. A study of the efficiency of the proposed algorithm was made for calculating problems of calculating a grillage with modeling piles as nonlinear elastic-malleable connections. The iterative efficiency of the proposed algorithm is analyzed taking into account the parameters of strengthening of connections under load.

Key words: FEM in the form of a classical mixed method, structural nonlinearity, pile foundation, grillage.

For citation:

Dushko O. V., Bochkov M. I., Kalinovskiy S. A., Kuznetsov D. G., Cheblukova A. I., Sultanova I. E. [Application of the finite element method in the form of a classical mixed method to the calculation of a grillage with nonlinear elastic-malleable connections]. *Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Seriya: Stroitel'stvo i arhitektura* [Bulletin of Volgograd State University of Architecture and Civil Engineering. Series: Civil Engineering and Architecture], 2025, iss. 1, pp. 135—144. DOI: 10.35211/18154360_2025_1_135.

About authors:

Oleg V. Dushko — Doctor of Engineering Sciences, Docent, Volgograd State Technical University (VSTU). 1, Akademicheskaya st., Volgograd, 400074, Russian Federation; ovd28@mail.ru; ORCID: 0000-0002-3982-1899

Maxim I. Bochkov — Candidate of Engineering Sciences, Volgograd State Technical University (VSTU). 1, Akademicheskaya st., Volgograd, 400074, Russian Federation; stroymech@vgasu.ru

Sergey A. Kalinovsky — Candidate of Engineering Sciences, Docent, National Research Moscow State University of Civil Engineering. 26, Yaroslavskoe highway, Moscow, 129337, Russian Federation; stroitmeh@mgsu.ru

Denis G. Kuznetsov — Candidate of Engineering Sciences, Volgograd State Technical University (VSTU). 1, Akademicheskaya st., Volgograd, 400074, Russian Federation; skoins@mail.ru.

Anastasia I. Cheblukova — Student, Volgograd State Technical University (VSTU). 1, Akademicheskaya st., Volgograd, 400074, Russian Federation

Irina E. Sultanova — Student, Volgograd State Technical University (VSTU). 1, Akademicheskaya st., Volgograd, 400074, Russian Federation