

Министерство образования и науки Российской Федерации
Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет

**СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА.
КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ПРИМЕРЫ ИХ РЕШЕНИЯ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ**

В двух частях

Часть II. Статически неопределимые системы

Методические указания к контрольным работам

Составители Г. В. Воронкова, С. С. Рекунов

Волгоград. ВолгГАСУ. 2016



© Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Волгоградский государственный
архитектурно-строительный университет», 2016



УДК 624.041(075.8)
ББК 38.112я73
С863

Строительная механика. Контрольные задания и примеры их решения для студентов заочной формы обучения : в 2 ч. Ч. 2. Статически неопределимые системы [Электронный ресурс] : методические указания к контрольным работам / М-во образования и науки Рос. Федерации, Волгогр. гос. архит.-строит. ун-т ; сост. Г. В. Воронкова, С. С. Рекунов. — Электронные текстовые и графические данные (0,3 Мбайт). — Волгоград : ВолгГАСУ, 2016. — Учебное электронное издание. — Систем. требования: PC 486 DX-33; Microsoft Windows XP; Internet Explorer 6.0; Adobe Reader 6.0. — Официальный сайт Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Режим доступа: <http://www.vgasu.ru/publishing/on-line/> — Загл. с титул. экрана.

Разработаны в соответствии с программой учебной дисциплины «Строительная механика» для студентов заочной формы обучения направления подготовки «Строительство». Содержат варианты контрольных работ по второй части курса — построение эпюр внутренних усилий в статически неопределимых стержневых системах. Каждая контрольная работа включает расчетные схемы и таблицы с исходными данными. Приводятся примеры решения контрольных работ, даются необходимые пояснения.

Рекомендованы для самостоятельной работы студентов при выполнении контрольных работ и подготовке к промежуточной аттестации.

Для удобства работы с изданием рекомендуется пользоваться функцией Bookmarks (Закладки) в боковом меню программы Adobe Reader и системой ссылок.

УДК 624.041(075.8)
ББК 38.112я73

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	4
Общие указания о порядке выполнения контрольных работ	4
Контрольная работа № 4. Расчет статически неопределимой плоской рамы методом сил	5
Пояснения к контрольной работе № 4	5
Пример решения задания к контрольной работе № 4	7
Контрольная работа № 5. Расчет статически неопределимой плоской рамы методом перемещений	17
Пояснения к контрольной работе № 5	17
Пример решения задания к контрольной работе № 5	19
Список рекомендуемой литературы	26
Приложение. Эпюры моментов для метода перемещений	27

ПРЕДИСЛОВИЕ

Для студентов строительных специальностей строительная механика является одной из основных дисциплин прочностного цикла. Она базируется на положениях, установленных теоретической механикой и сопротивлением материалов, а сама, в свою очередь, является базой для таких курсов, как «Железобетонные, металлические, деревянные конструкции», «Основания и фундаменты» и др.

Курс строительной механики для студентов заочной формы, обучающихся по направлению подготовки «Строительство», состоит из двух частей. Во второй части данных методических указаний рассматриваются вопросы, связанные с расчетом статически неопределимых систем.

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ О ПОРЯДКЕ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Исходные данные для решения задач выбираются студентом из таблиц, содержащих варианты задач, в соответствии с его личным учебным шифром (номером зачетной книжки). Из таблиц выписываются три строчки, соответствующие трем последним цифрам номера зачетки. Например, для зачетной книжки под номером 3200**591** учебный шифр будет **591**. При решении первой задачи «Расчет статически неопределимой плоской рамы методом сил», согласно [табл. 1](#), получим следующие исходные данные:

для первой цифры шифра «5»: $L_1 = 5$ м, $F = 30$ кН;

для второй цифры шифра «9»: $L_2 = 5$ м, $h_1 = 5$ м, $q = 20$ кН/м;

для третьей цифры шифра «1»: номер схемы 1, $h_1 = 5$ м, $EI_1:EI_2 = 1:2$.

Работы, выполненные не по шифру и не в соответствии с таблицами исходных данных, не засчитываются и возвращаются без рассмотрения.

Прежде чем приступить к выполнению контрольных работ, рекомендуется изучить теоретический материал по учебникам и учебным пособиям, список которых приведен в конце данных методических указаний.

Контрольные работы выполняются в тетради в клетку, с размещением в ней всех чертежей и необходимых расчетов. При оформлении задачи следует привести все исходные данные, вычертить заданную схему и указать на ней все размеры и нагрузки. Решение задачи должно сопровождаться краткими и последовательными пояснениями, четкими схемами, выполненными в масштабе. На эпюрах и линиях влияния должны быть проставлены значения всех характерных ординат.

На обложке тетради с контрольными работами должны быть указаны фамилия и инициалы студента, форма обучения, направление подготовки и номер зачетной книжки.

Получив после проверки контрольную работу, студент должен учесть все замечания преподавателя, если они есть. Исправления можно вносить на том же листе или на отдельном. Не допускается стирать отмеченные преподавателем ошибки и сделанные замечания.

Контрольная работа № 4 РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ ПЛОСКОЙ РАМЫ МЕТОДОМ СИЛ

Для плоской рамы, выбранной согласно варианту (табл. 1, [рис. 1, 2](#)), необходимо построить эпюры моментов, поперечных и продольных сил.

Пояснения к контрольной работе № 4

При построении единичных и грузовых эпюр необходимо приводить определение опорных реакций. Эпюры должны быть построены со стороны растянутых волокон. После определения коэффициентов канонических уравнений необходимо провести их проверку (универсальную и грузовых коэффициентов).

После построения окончательной эпюры моментов необходимо проверить равновесие узлов и провести деформационную проверку. Для этого необходимо «умножить» окончательную эпюру на одну из единичных эпюр или суммарную единичную эпюру. Результат должен быть равен нулю или быть близким к нулю.

Построение эпюры поперечных сил необходимо проводить по эпюре моментов.

Построение эпюры продольных сил ведется с использованием эпюры поперечных сил способом вырезания узлов.

После построения всех эпюр проводится статическая проверка путем составления уравнений равновесия для всей рамы.

Таблица 1

Первая цифра шифра	L_1 , м	F , кН	Вторая цифра шифра	L_2 , м	h_1 , м	q , кН/м	Третья цифра шифра (номер схемы)	h_2	$EI_1: EI_2$
1	4	30	1	4	3	20	1	5	1:2
2	5	40	2	4	4	10	2	6	2:1
3	6	30	3	5	3	20	3	5	1:2
4	4	40	4	5	4	10	4	6	2:1
5	5	30	5	6	3	20	5	5	1:2
6	6	40	6	6	4	10	6	6	2:1
7	4	30	7	4	5	20	7	4	1:2
8	5	40	8	4	6	10	8	3	2:1
9	6	30	9	5	5	20	9	4	1:2
0	4	40	0	5	6	10	10	3	2:1

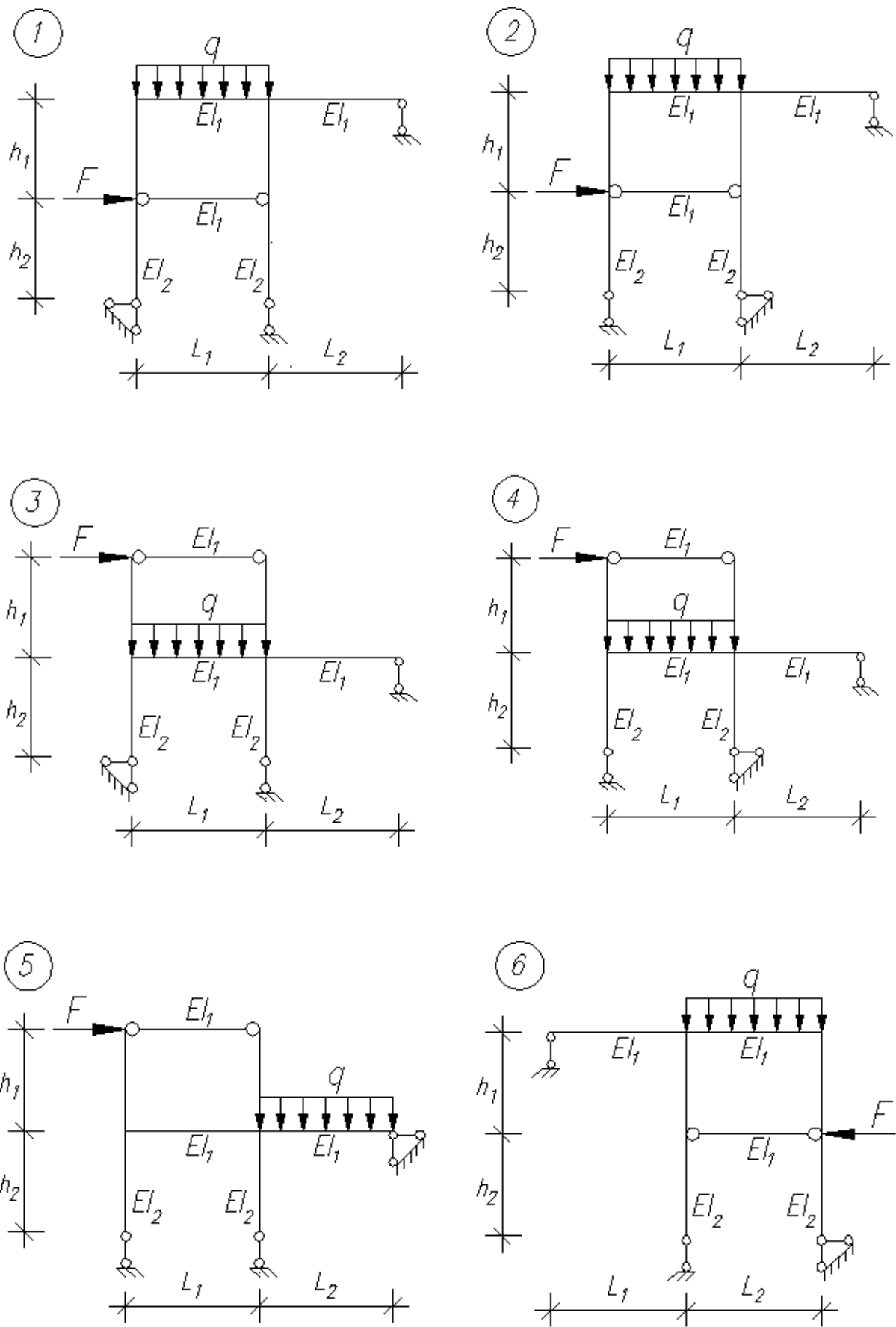


Рис. 1

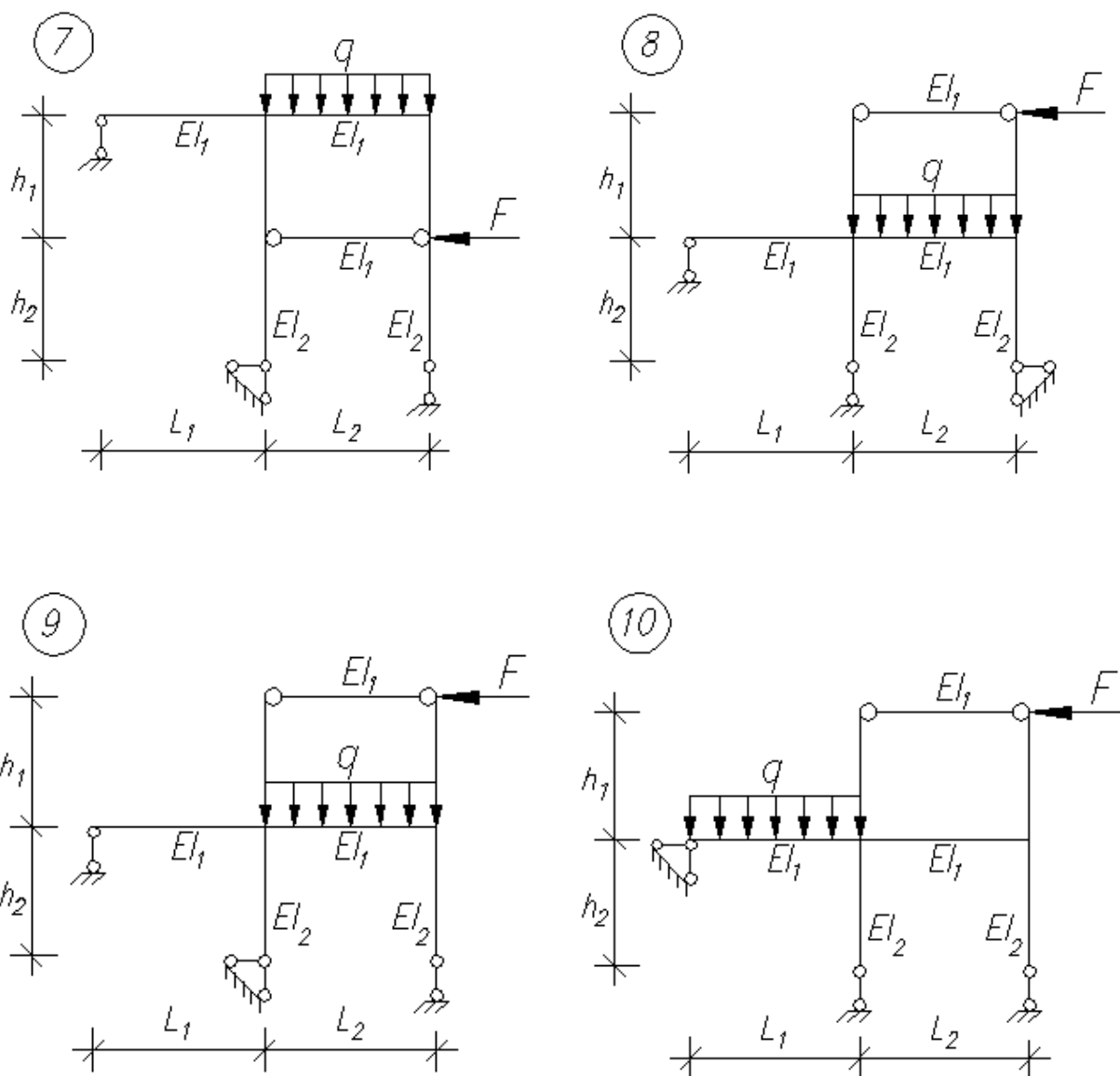


Рис. 2

Пример решения задания к контрольной работе № 4

Для заданной рамы ([рис. 3](#)) необходимо построить эпюры внутренних сил.

1. Степень статической неопределенности:

$$C_H = 3K - \Pi = 3 \cdot 3 - 7 = 2.$$

2. Выбираем основную систему путем удаления двух связей: шарнирно-подвижной опоры и горизонтальной затяжки. Вместо отброшенных связей ставим неизвестные усилия X_1 и X_2 ([рис. 4](#)).

3. Система канонических уравнений:

$$\begin{cases} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1F} = 0; \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2F} = 0. \end{cases}$$

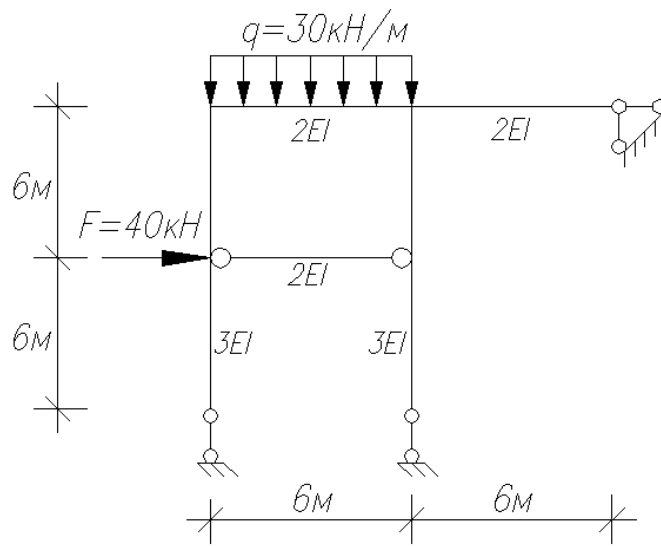


Рис. 3

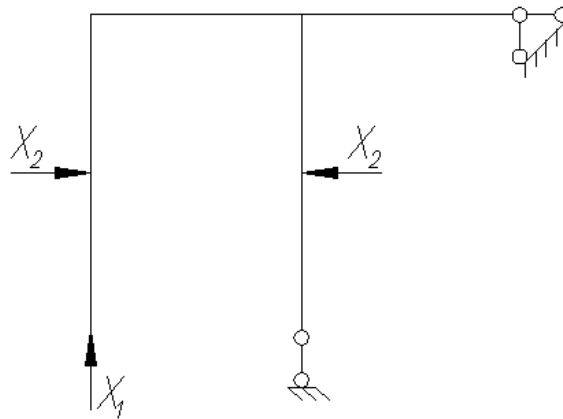


Рис. 4

4. Построение эпюр моментов в основной системе от единичных и внешней нагрузок.

Определяем опорные реакции для первого нагружения (рис. 5).

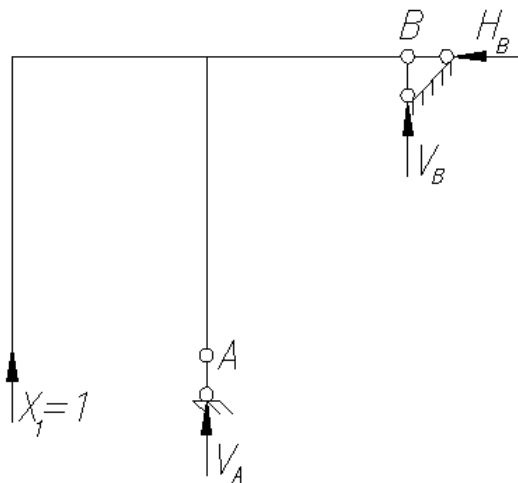


Рис. 5

$$\sum X = 0, \quad H_B = 0;$$

$$\sum M_A = 0, \quad V_B \cdot 6 - X_1 \cdot 6 = 0, \quad V_B = 1;$$

$$\sum M_B = 0, \quad -V_A \cdot 6 - X_1 \cdot 12 = 0, \quad V_A = -2.$$

Строим эпюру M_1 (рис. 6).

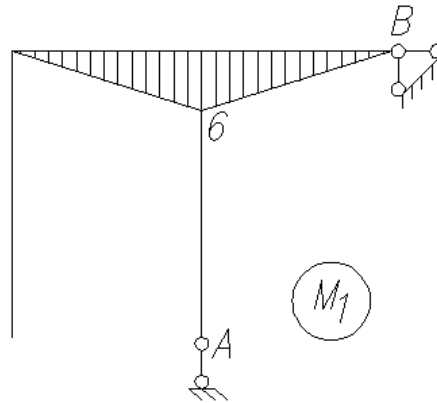


Рис. 6

Определяем опорные реакции для второго нагружения (рис. 7).

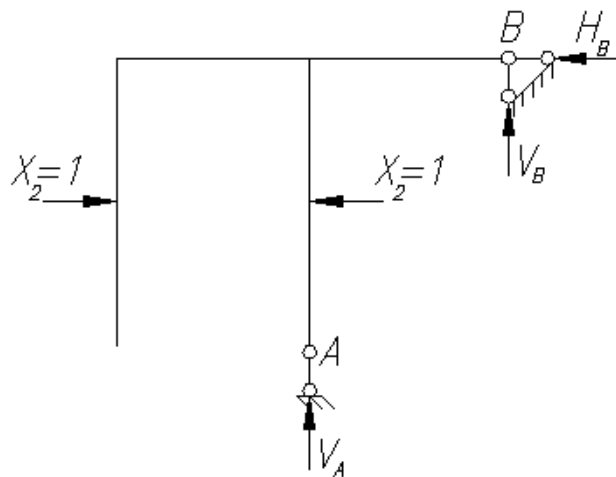


Рис. 7

$$\sum X = 0, \quad H_B = 0;$$

$$\sum M_A = 0, \quad V_B \cdot 6 - X_1 \cdot 6 + X_1 \cdot 6 = 0, \quad V_B = 0;$$

$$\sum M_B = 0, \quad -V_A \cdot 6 - X_1 \cdot 6 + X_1 \cdot 6 = 0, \quad V_A = 0.$$

Строим эпюру M_2 ([рис. 8](#)).

Определяем опорные реакции от внешней нагрузки ([рис. 9](#)).

$$\sum X = 0, \quad H_B = F = 40 \text{ кН};$$

$$\sum M_A = 0, \quad V_B \cdot 6 - F \cdot 6 + H_B \cdot 6 + q \cdot 6 \cdot 3 = 0, \quad V_B = -130 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = 0, \quad -V_A \cdot 6 - F \cdot 6 + q \cdot 6 \cdot 9 = 0, \quad V_A = 310 \text{ кН}.$$

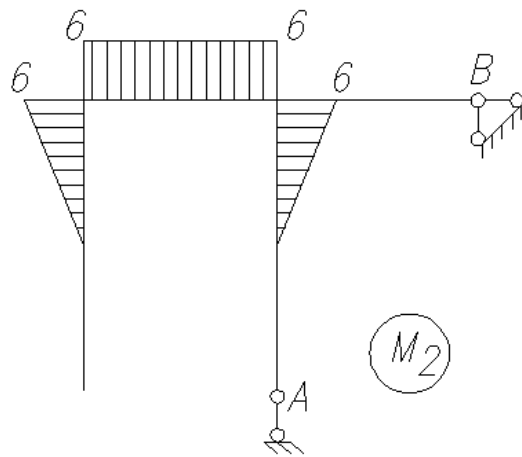


Рис. 8

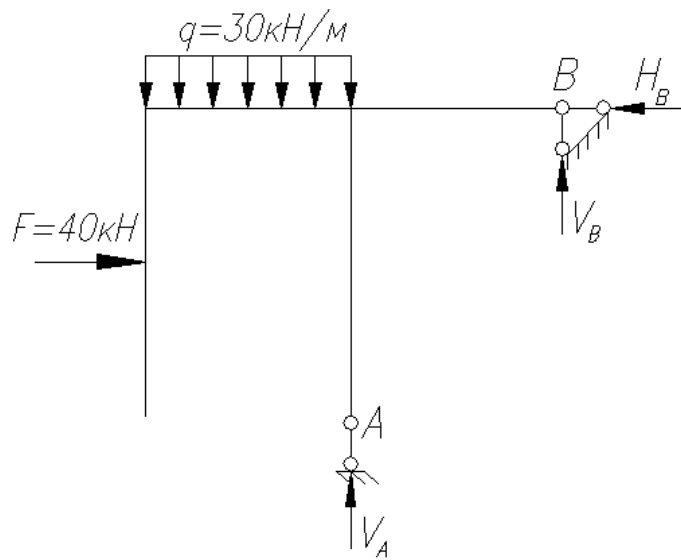


Рис. 9

Строим эпюру M_F (рис. 10).

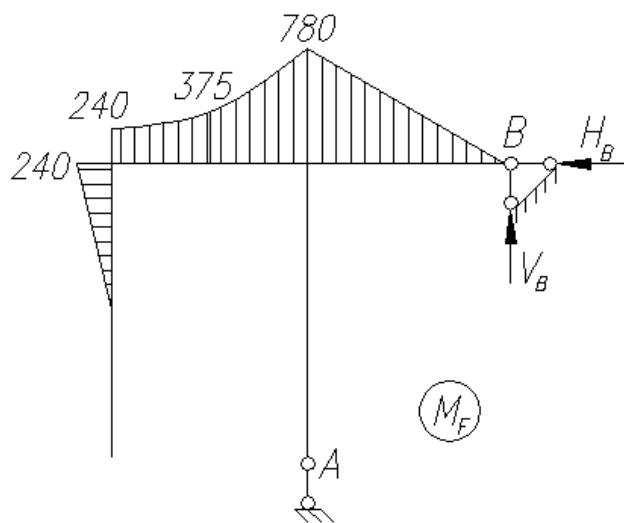


Рис. 10

5. Определение коэффициентов канонических уравнений.

Для определения коэффициентов канонических уравнений используем формулу Мора. Эпюры будем перемножать по формуле Симпсона — Маркина:

$$\delta_{11} = \sum \int \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_1}{EI} ds = \frac{6}{6 \cdot 2EI} (0 \cdot 0 + 4 \cdot 3 \cdot 3 + 6 \cdot 6) \cdot 2 = \frac{72}{EI};$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \sum \int \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_2}{EI} ds = \frac{6}{6 \cdot 2EI} (0 \cdot 0 - 4 \cdot 3 \cdot 6 - 6 \cdot 6) \cdot 2 = -\frac{54}{EI};$$

$$\delta_{22} = \sum \int \frac{\bar{M}_2 \bar{M}_2}{EI} ds = \frac{6}{6 \cdot 3EI} (0 \cdot 0 + 4 \cdot 3 \cdot 3 + 6 \cdot 6) \cdot 2 +$$

$$+ \frac{6}{6 \cdot 2EI} (6 \cdot 6 + 4 \cdot 6 \cdot 6 + 6 \cdot 6) = \frac{156}{EI};$$

$$\Delta_{1F} = \sum \int \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_F}{EI} ds = \frac{6}{6 \cdot 2EI} (0 \cdot 240 - 4 \cdot 3 \cdot 375 - 6 \cdot 780) +$$

$$+ \frac{6}{6 \cdot 3EI} (-6 \cdot 780 - 4 \cdot 3 \cdot 390 + 0 \cdot 0) = -\frac{9270}{EI};$$

$$\Delta_{2F} = \sum \int \frac{\bar{M}_2 \bar{M}_F}{EI} ds = \frac{6}{6 \cdot 2EI} (6 \cdot 240 + 4 \cdot 6 \cdot 375 + 6 \cdot 780) +$$

$$+ \frac{6}{6 \cdot 3EI} (0 \cdot 0 + 4 \cdot 3 \cdot 120 + 6 \cdot 240) = \frac{8520}{EI}.$$

6. Проверка коэффициентов канонических уравнений.

Для проверки коэффициентов канонических уравнений необходимо построить суммарную единичную эпюру моментов (рис. 11):

$$\bar{M}_S = \bar{M}_1 + \bar{M}_2.$$

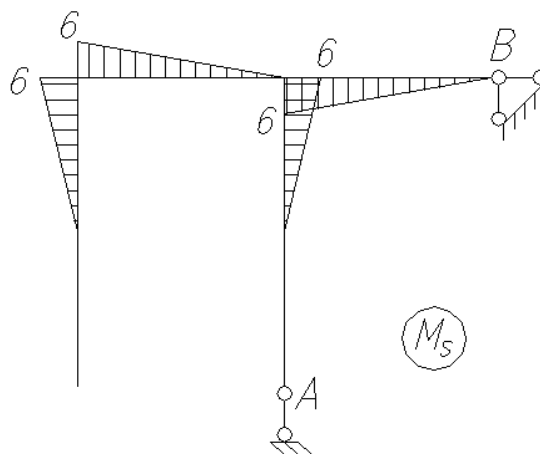


Рис. 11

Для универсальной проверки умножаем суммарную эпюру саму на себя, суммируем коэффициенты при неизвестных. Результаты вычислений должны совпадать:

$$\begin{aligned}\delta_{SS} &= \sum \int \frac{\bar{M}_S \bar{M}_S}{EI} ds = \frac{6}{6 \cdot 3EI} (0 \cdot 0 + 4 \cdot 3 \cdot 3 + 6 \cdot 6) \cdot 2 + \\ &+ \frac{6}{6 \cdot 2EI} (0 \cdot 0 + 4 \cdot 3 \cdot 3 + 6 \cdot 6) \cdot 2 = \frac{120}{EI}; \\ \delta_{SS} &= \delta_{11} + 2\delta_{12} + \delta_{22} = \frac{72}{EI} + 2 \left(-\frac{54}{EI} \right) + \frac{156}{EI}.\end{aligned}$$

Результаты совпали, следовательно, вычисления проведены верно.

Для проверки грузовых коэффициентов умножаем суммарную эпюру на эпюру моментов от внешней нагрузки, суммируем грузовые коэффициенты. Результаты вычислений должны совпадать:

$$\begin{aligned}\Delta_{SF} &= \sum \int \frac{\bar{M}_S \bar{M}_F}{EI} ds = \frac{6}{6 \cdot 3EI} (0 \cdot 0 + 4 \cdot 3 \cdot 120 + 6 \cdot 240) + \\ &+ \frac{6}{6 \cdot 2EI} (6 \cdot 240 + 4 \cdot 3 \cdot 375 + 0 \cdot 780) + \\ &+ \frac{6}{6 \cdot 2EI} (-6 \cdot 780 - 4 \cdot 3 \cdot 390 + 0 \cdot 0) = -\frac{750}{EI}; \\ \Delta_{SF} &= \Delta_{1F} + \Delta_{2F} = -\frac{9270}{EI} + \frac{8520}{EI} = -\frac{750}{EI}.\end{aligned}$$

Результаты совпали, следовательно, вычисления проведены верно.

7. Решение канонических уравнений.

Решаем канонические уравнения, подставив найденные коэффициенты канонических уравнений:

$$\begin{cases} \frac{72}{EI} X_1 - \frac{54}{EI} X_2 - \frac{9270}{EI} = 0; \\ -\frac{54}{EI} X_1 + \frac{156}{EI} X_2 + \frac{8520}{EI} = 0. \end{cases}$$

Для решения используем метод Крамера, предварительно сократив на $1/EI$:

$$\begin{cases} 72X_1 - 54X_2 - 9270 = 0; \\ -54X_1 + 156X_2 + 8520 = 0. \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 72 & -54 \\ -54 & 156 \end{vmatrix} = 72 \cdot 156 - (-54)(-54) = 8316;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -9270 & -54 \\ 8520 & 156 \end{vmatrix} = (-9270) \cdot 156 - (-54)8520 = -986\,040;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 72 & -9270 \\ -54 & 8520 \end{vmatrix} = 72 \cdot 8520 - (-9270)(-54) = 112\,860;$$

$$X_1 = -\frac{\Delta_1}{\Delta} = -\frac{(-986\,040)}{8316} = 118,571;$$

$$X_2 = -\frac{\Delta_2}{\Delta} = -\frac{112\,860}{8316} = 13,571.$$

8. Построение исправленных эпюр.

Умножаем координаты построенных единичных эпюр на соответствующие найденные усилия: эпюру \bar{M}_1 на X_1 , эпюру \bar{M}_2 на X_2 , и т. д. (рис. 12). Если найденное усилие получилось со знаком «-», то необходимо исправленную эпюру развернуть в обратную сторону (пример исправленной эпюры $\bar{M}_2 X_2$ приведен на рис. 12).

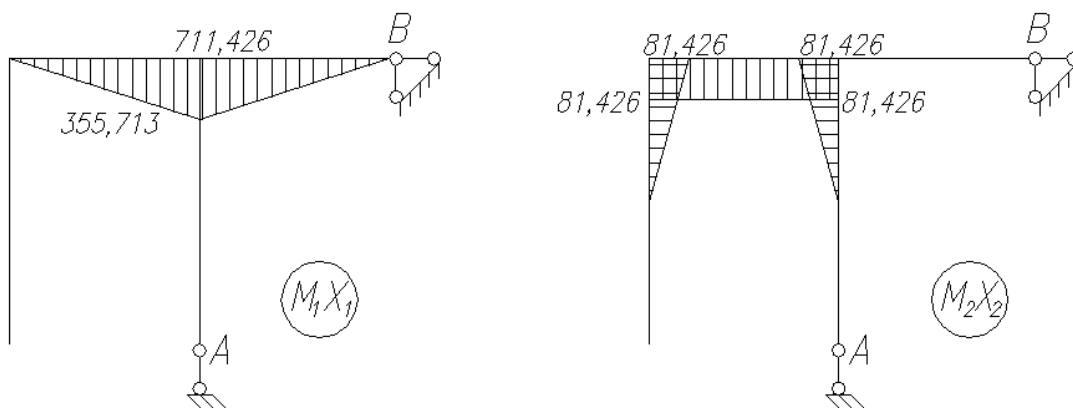


Рис. 12

9. Построение окончательной эпюры моментов.

Для построения окончательной эпюры моментов суммируем исправленные эпюры моментов с грузовой эпюрой (рис. 13):

$$M_{\text{ок}} = \bar{M}_1 X_1 + \bar{M}_2 X_2 + M_F.$$

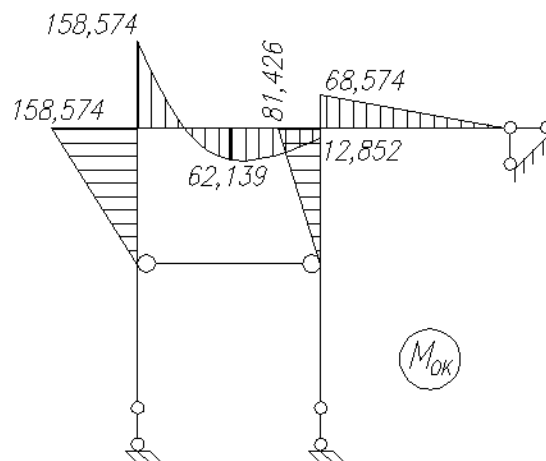


Рис. 13

10. Построение эюры поперечных сил.

Эпюру поперечных сил строим по эюре моментов с использованием правила Журавского (рис. 14):

$$Q = \frac{\text{перепад } M_{\text{уч}}}{l_{\text{уч}}} \pm \frac{ql_{\text{уч}}}{2}.$$

Для перепада используется следующее правило знаков: если ось стержня вращается к эюре по часовой стрелке, то перепад эюры на участке берется со знаком «+», если ось стержня вращается к эюре против часовой стрелки, то перепад эюры на участке берется со знаком «-»:

$$Q_1 = \frac{-158,574}{6} = -26,429 \text{ кН};$$

$$Q_2 = \frac{-81,426}{6} = -13,571 \text{ кН};$$

$$Q_3 = \frac{68,574}{6} = 11,429 \text{ кН};$$

$$Q_4 = \frac{158,574 + 12,852}{6} \pm \frac{30 \cdot 6}{2} = 28,571 \pm 90 = \begin{matrix} 118,571 \text{ кН} \\ -61,429 \text{ кН} \end{matrix}$$

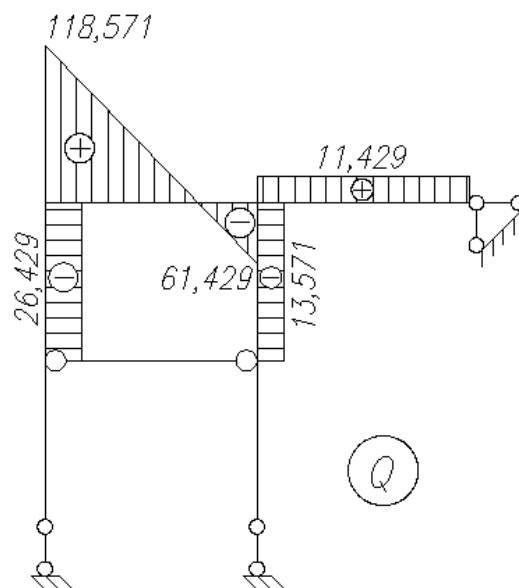
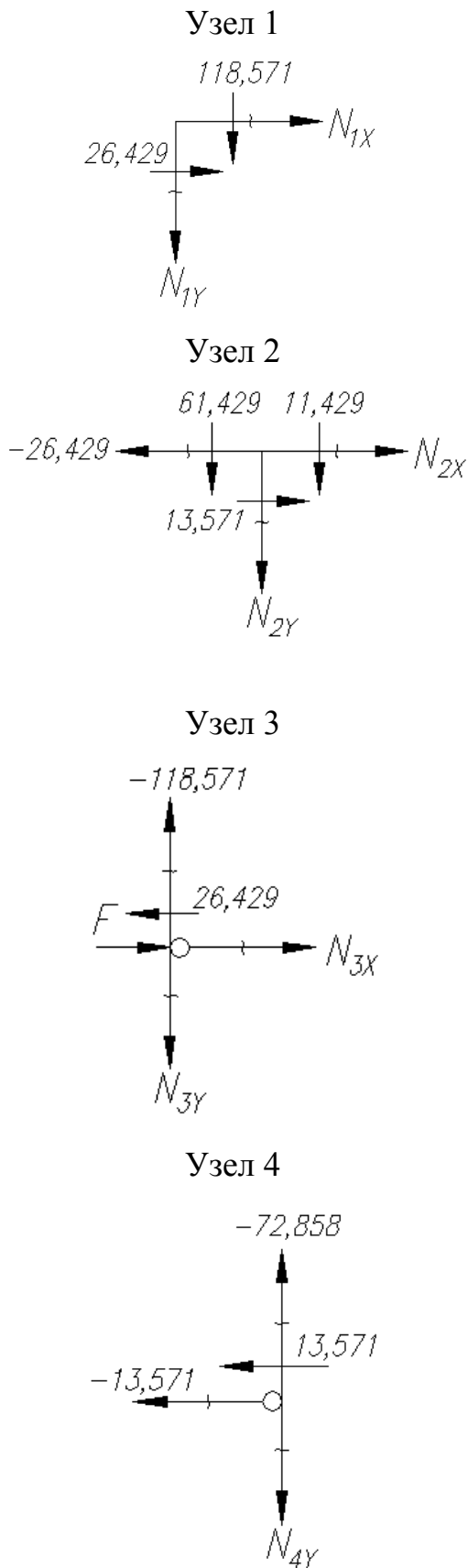


Рис. 14

При построении эюры Q знаки ставятся внутри эюры (см. рис. 14).

11. Построение эюры продольных сил.

Эпюру продольных сил N строим по эюре поперечных сил способом вырезания узлов. Первым желательно вырезать узел, состоящий из двух стержней, в нашем примере это верхний левый узел.



$$\sum X = 0, N_{1X} + 26,429 = 0,$$

$$N_{1X} = -26,429 \text{ кН};$$

$$\sum Y = 0, N_{1Y} + 118,571 = 0,$$

$$N_{1Y} = -118,571 \text{ кН}$$

$$\sum X = 0,$$

$$N_{2X} + 26,429 + 13,571 = 0,$$

$$N_{2X} = -40,0 \text{ кН};$$

$$\sum Y = 0,$$

$$N_{2Y} + 11,429 + 61,429 = 0,$$

$$N_{2Y} = -72,858 \text{ кН}$$

$$\sum X = 0,$$

$$N_{3X} - 26,429 + F = 0,$$

$$N_{3X} = -13,571 \text{ кН};$$

$$\sum Y = 0,$$

$$N_{3Y} + 118,571 = 0,$$

$$N_{3Y} = -118,571 \text{ кН}$$

$$\sum X = 0,$$

$$N_{3X} - 13,571 + 13,571 = 0;$$

$$\sum Y = 0,$$

$$N_{4Y} + 72,858 = 0,$$

$$N_{4Y} = -72,858 \text{ кН}$$

При построении эпюры N знаки ставятся внутри эпюры ([рис. 15](#)).

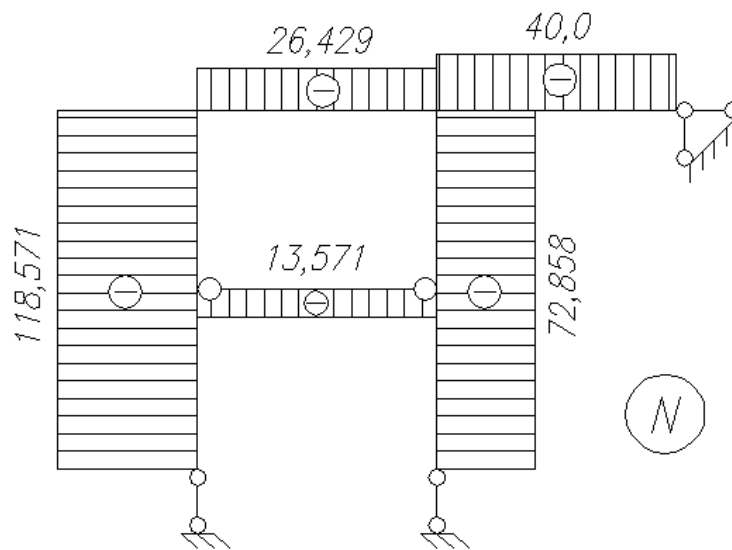


Рис. 15

12. Статическая проверка.

Для статической проверки отбрасываем опорные связи и прикладываем реакции, которые берем из построенных эпюр продольных и поперечных сил (рис. 16):

$$\sum X = 0,$$

$$F - 40 = 0,$$

$$\sum Y = 0,$$

$$q \cdot 6 + 11,429 - 118,571 - 72,858 = 0.$$

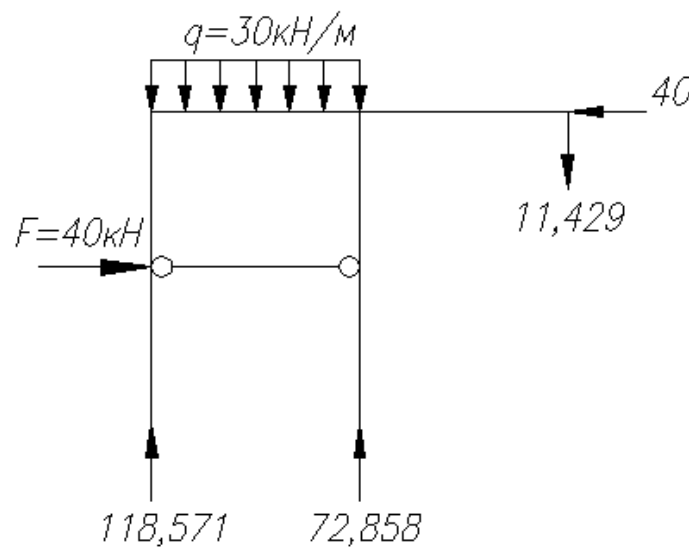


Рис. 16

Контрольная работа № 5 РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ ПЛОСКОЙ РАМЫ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Для плоской рамы, выбранной согласно варианту (табл. 2, [рис. 17](#), [18](#)), необходимо построить эпюры моментов, поперечных и продольных сил.

Пояснения к контрольной работе № 5

При построении единичных и грузовых эпюр моментов необходимо использовать таблицы реактивных усилий.

После определения коэффициентов канонических уравнений рекомендуется провести их проверку (универсальную и грузовых коэффициентов).

После построения окончательной эпюры моментов необходимо проверить равновесие узлов и провести деформационную проверку. Для этого необходимо выбрать основную систему метода сил, построить единичную эпюру и «умножить» ее на окончательную эпюру. Результат должен быть равен нулю или быть близким к нулю.

Построение эпюры поперечных сил необходимо проводить по эпюре моментов.

Построение эпюры продольных сил ведется с использованием эпюры поперечных сил способом вырезания узлов.

После построения всех эпюр проводится статическая проверка путем составления уравнений равновесия для всей рамы.

Таблица 2

Первая цифра шифра	L_1 , м	$EI_1:EI_2$	Вторая цифра шифра	F_1 , кН	F_2 , м	F_3 , м	F_4 , м	Третья цифра шифра (номер схемы)	L_2 , м	h
1	4	1:2	1	30	0	0	0	1	4	5
2	5	2:1	2	40	0	0	0	2	4	6
3	6	1:2	3	0	30	0	0	3	5	5
4	4	2:1	4	0	40	0	0	4	5	6
5	5	1:2	5	0	0	30	0	5	6	5
6	6	2:1	6	0	0	40	0	6	6	6
7	4	1:2	7	0	0	0	30	7	4	4
8	5	2:1	8	0	0	0	40	8	4	3
9	6	1:2	9	50	0	0	0	9	5	4
0	4	2:1	0	0	50	0	0	10	5	3

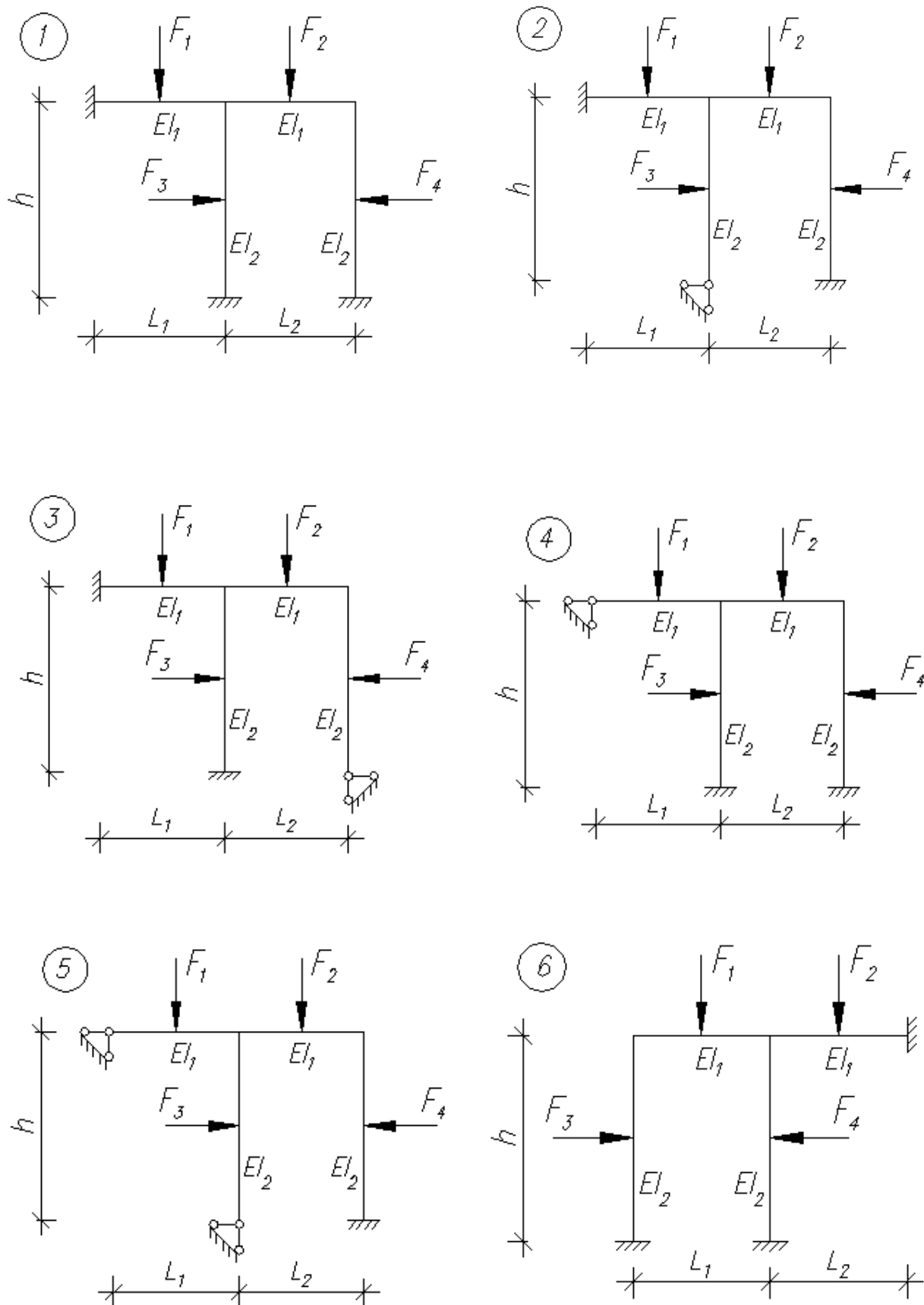


Рис. 17

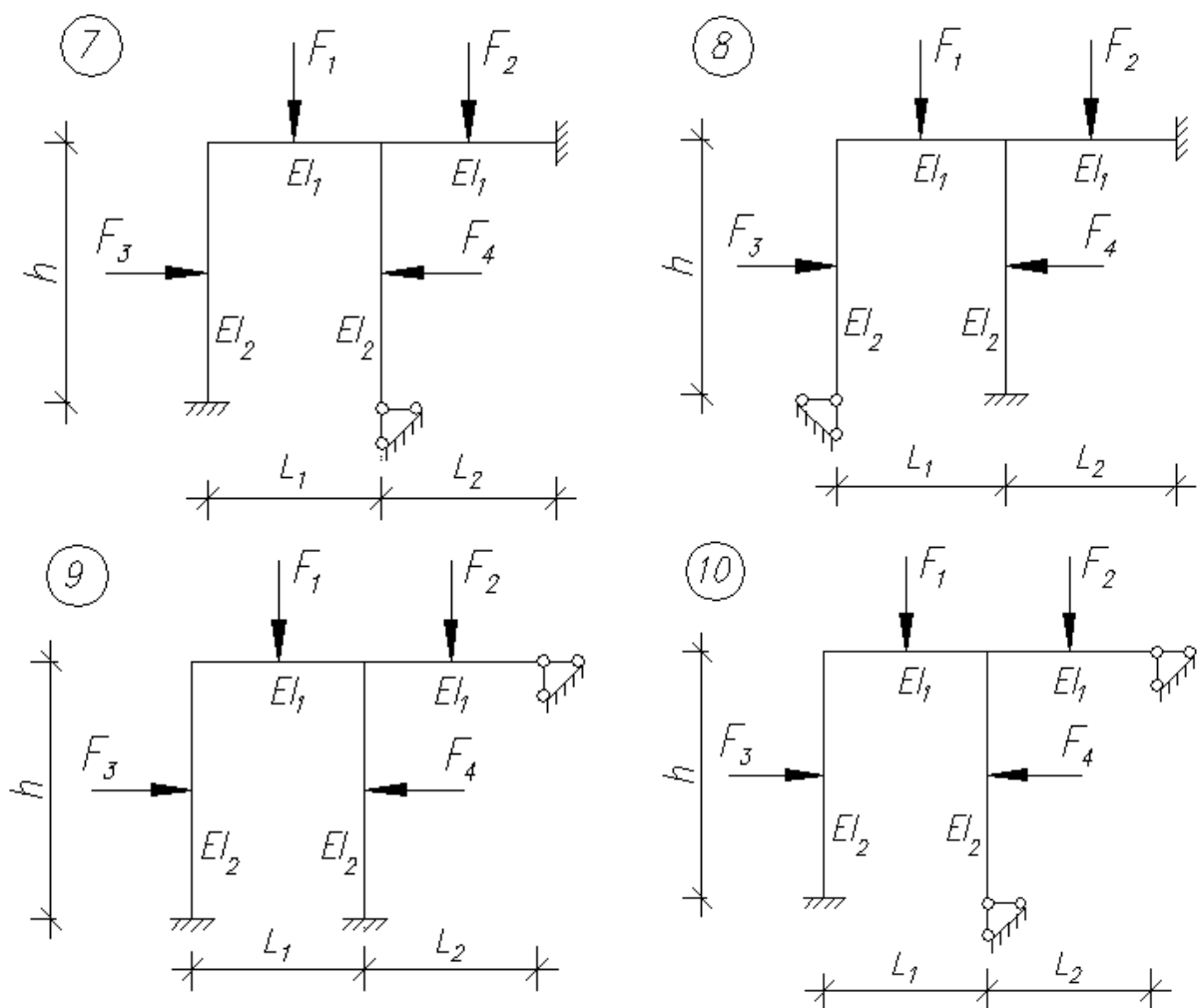


Рис. 18

Пример решения задания к контрольной работе № 5

Для заданной рамы (рис. 19) необходимо построить эпюры внутренних сил. Исходные данные: $EI_1 : EI_2 = 3 : 1$; $F = 80$ кН; $l_1 = 3$ м; $l_2 = 5$ м; $h = 4$ м.

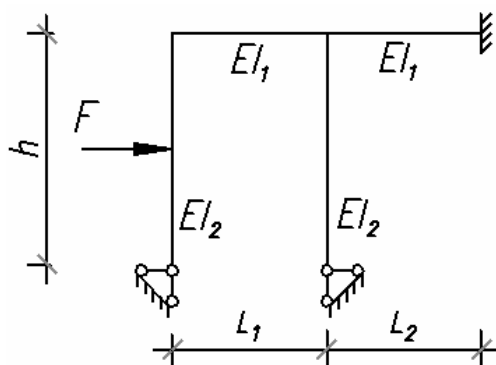


Рис. 19

1. Степень кинематической неопределенности:

$$N = N_y + N_{\text{л}} = 2 + 0 = 2.$$

2. Выбираем основную систему путем введения двух жестких заделок в жесткие узлы конструкции. Прикладываем неизвестные углы поворота Z_1 и Z_2 (рис. 20).

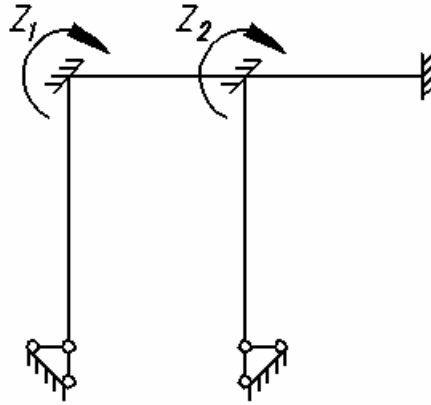


Рис. 20

3. Система канонических уравнений:

$$\begin{cases} r_{11} \cdot Z_1 + r_{12} \cdot Z_2 + R_{1F} = 0; \\ r_{21} \cdot Z_1 + r_{22} \cdot Z_2 + R_{2F} = 0. \end{cases}$$

4. Построение эпюр моментов в основной системе от единичных и внешней нагрузок.

Строим эпюру M_1 (рис. 21), используя табличные эпюры для отдельных стержней [[прил.](#)].

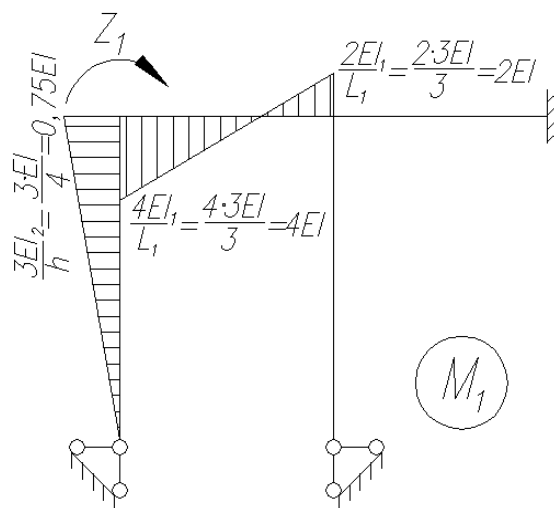


Рис. 21

Строим эпюру M_2 ([рис. 22](#)), используя табличные эпюры для отдельных стержней [[прил.](#)].

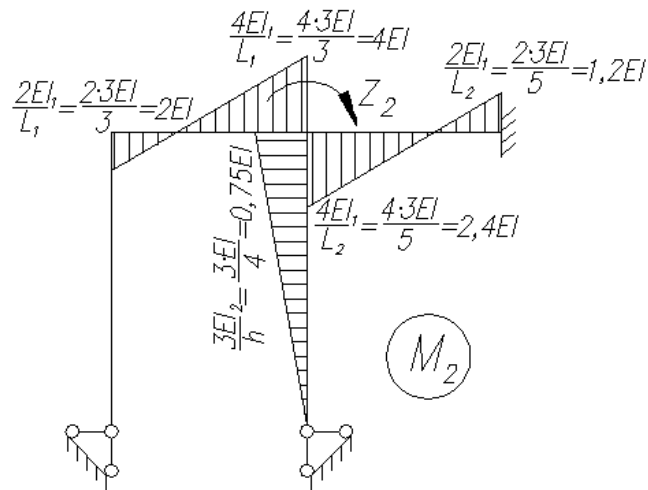


Рис. 22

Строим грузовую эпюру M_F (рис. 23), используя табличные эпюры для отдельных стержней [прил.].

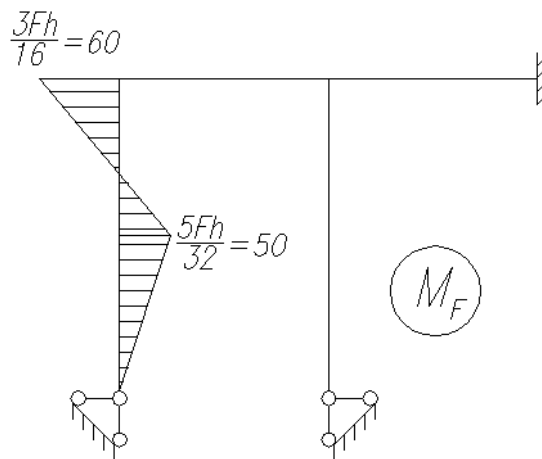
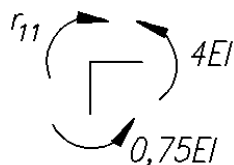


Рис. 23

5. Определение коэффициентов канонических уравнений.

Для определения коэффициентов канонических уравнений используем способ вырезания узлов.

Вырезаем первый узел из первой эпюры:



$$\begin{aligned} \sum M &= 0, \\ r_{11} - 4EI - 0,75EI &= 0, \\ r_{11} &= 4EI + 0,75EI = 4,75EI. \end{aligned}$$

Вырезаем первый узел из второй эпюры:



$$\begin{aligned} \sum M &= 0, \\ r_{12} - 2EI &= 0, \\ r_{12} &= 2EI. \end{aligned}$$

Вырезаем первый узел из грузовой эпюры:



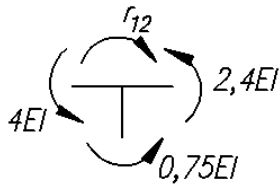
$$\begin{aligned}\sum M &= 0, \\ R_{1F} - 60 &= 0, \\ R_{1F} &= 60.\end{aligned}$$

Вырезаем второй узел из первой эпюры:



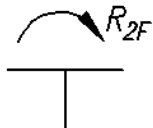
$$\begin{aligned}\sum M &= 0, \\ r_{21} - 2EI &= 0, \\ r_{21} &= 2EI.\end{aligned}$$

Вырезаем второй узел из второй эпюры:



$$\begin{aligned}\sum M &= 0, \\ r_{22} - 4EI - 0,75EI - 2,4EI &= 0, \\ r_{22} &= 4EI + 0,75EI + 2,4EI = 7,15EI.\end{aligned}$$

Вырезаем второй узел из грузовой эпюры:



$$\begin{aligned}\sum M &= 0, \\ R_{1F} &= 0.\end{aligned}$$

7. Решение канонических уравнений.

Решаем канонические уравнения, подставив найденные коэффициенты канонических уравнений:

$$\begin{cases} 4,75EI \cdot Z_1 + 2EI \cdot Z_2 + 60 = 0; \\ 2EI \cdot Z_1 + 7,15EI \cdot Z_2 = 0. \end{cases}$$

Для решения используем метод Крамера, предварительно разделив на EI :

$$\begin{cases} 4,75X_1 + 2X_2 + 60 / EI = 0; \\ 2X_1 + 7,15X_2 = 0. \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4,75 & 2 \\ 2 & 7,15 \end{vmatrix} = 4,75 \cdot 7,15 - 2 \cdot 2 = 29,9625;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 60 / EI & 2 \\ 0 & 7,15 \end{vmatrix} = (60 / EI)7,15 - 2 \cdot 0 = 429 / EI;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 4,75 & 60 / EI \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 4,75 \cdot 0 - 2 \cdot 60 / EI = -120 / EI;$$

$$Z_1 = -\frac{\Delta_1}{\Delta} = -\frac{429 / EI}{29,9625} = -14,318 / EI;$$

$$Z_2 = -\frac{\Delta_2}{\Delta} = -\frac{-120 / EI}{29,9625} = 4,005 / EI.$$

8. Построение исправленных эпюр.

Умножаем координаты построенных единичных эпюр на соответствующие найденные усилия: эпюру M_1 на Z_1 , эпюру M_2 на Z_2 и т. д. (рис. 24). Если найденное усилие получилось со знаком « \leftarrow », то необходимо исправленную эпюру развернуть в обратную сторону (в примере представлена исправленная эпюра $M_1 Z_1$).

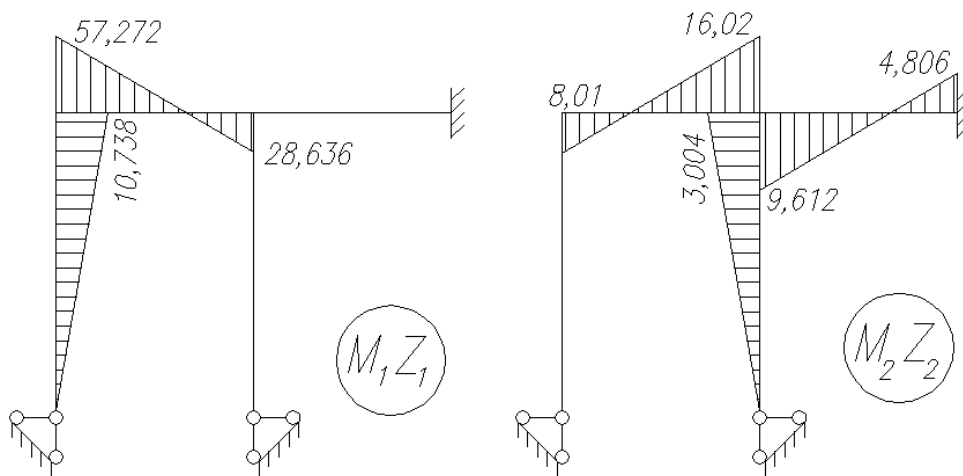


Рис. 24

9. Построение окончательной эпюры моментов.

Для построения окончательной эпюры моментов суммируем исправленные эпюры моментов с грузовой эпюрой (рис. 25):

$$M_{ок} = M_1 Z_1 + M_2 Z_2 + M_F.$$

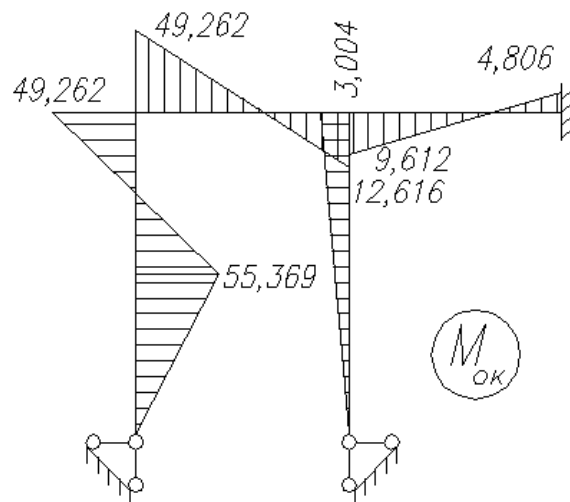


Рис. 25

10. Построение эпюры поперечных сил.

Эпюру поперечных сил строим по эпюре моментов с использованием правила Журавского (рис. 26):

$$Q = \frac{\text{перепад } M_{\text{уч}}}{l_{\text{уч}}} \pm \frac{q \cdot l_{\text{уч}}}{2}.$$

Для перепада используется следующее правило знаков: если ось стержня вращается к эпюре по часовой стрелке, то перепад эпюры на участке берется со знаком «+», если ось стержня вращается к эпюре против часовой стрелки, то перепад эпюры на участке берется со знаком «-».

$$Q_1 = \frac{55,369}{2} = 27,685 \text{ кН};$$

$$Q_2 = \frac{-55,369 - 49,262}{2} = -52,315 \text{ кН};$$

$$Q_3 = \frac{49,262 + 12,616}{3} = 22,047 \text{ кН};$$

$$Q_4 = \frac{-9,612 - 4,806}{5} = -2,884 \text{ кН};$$

$$Q_5 = \frac{-3,004}{4} = -0,751 \text{ кН}.$$

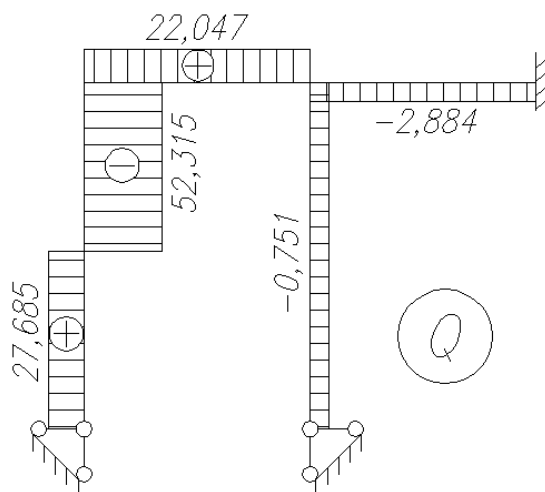
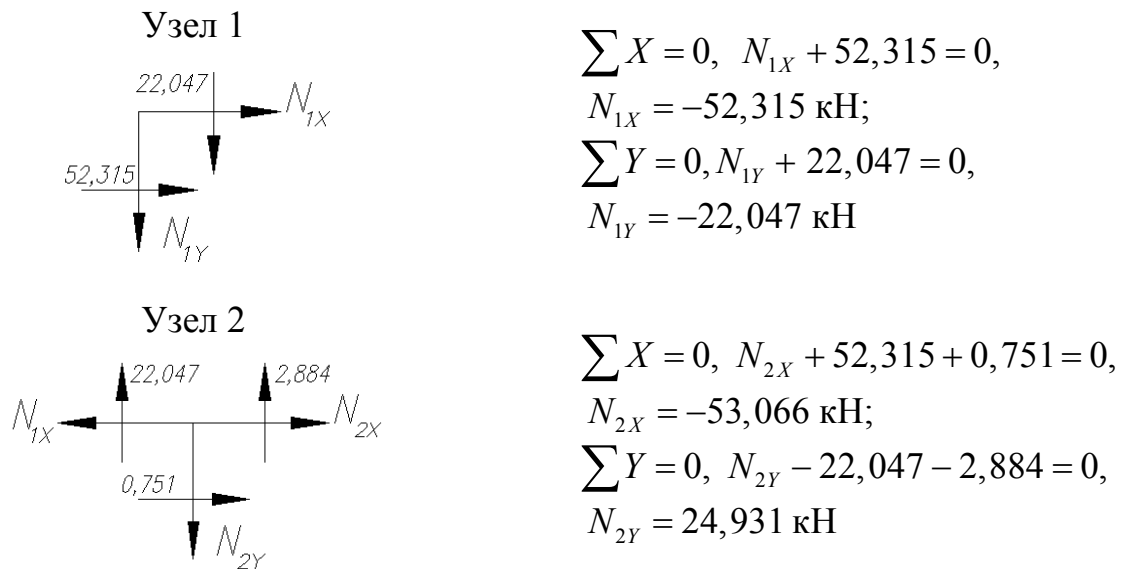


Рис. 26

При построении эпюры Q знаки ставятся внутри эпюры (см. рис. 26).

11. Построение эпюры продольных сил.

Эпюру продольных сил N строим по эпюре поперечных сил способом вырезания узлов. Первым желательно вырезать узел, состоящий из двух стержней, в нашем примере это верхний левый узел.



При построении эпюры N знаки ставятся внутри эпюры (рис. 27).

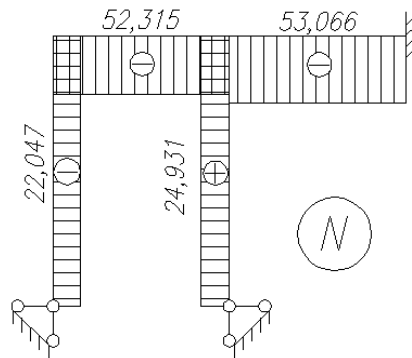


Рис. 27

12. Статическая проверка.

Для статической проверки отбрасываем опорные связи и прикладываем реакции, которые берем из построенных эпюр продольных и поперечных сил (рис. 28):

$$\sum X = 0, F - 27,685 + 0,751 - 53,066 = 0;$$

$$\sum Y = 0, 22,047 - 24,931 + 2,884 = 0.$$

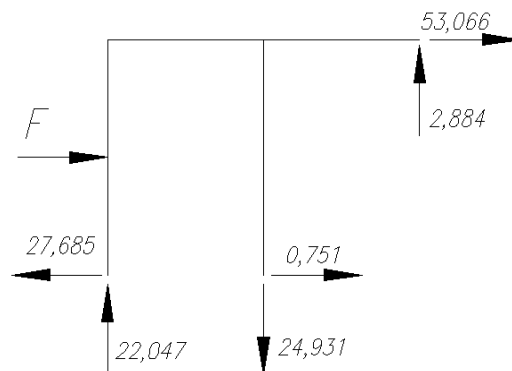
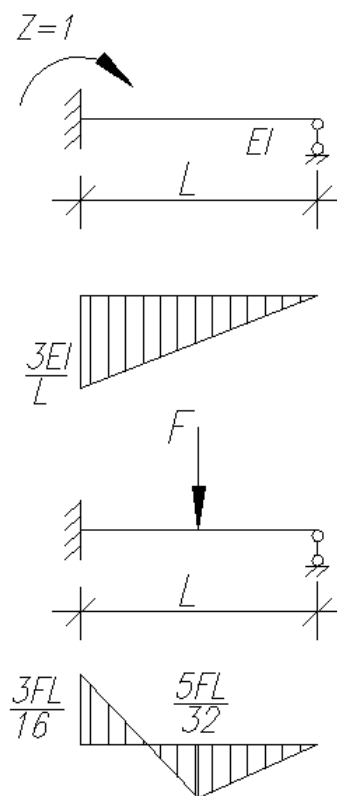
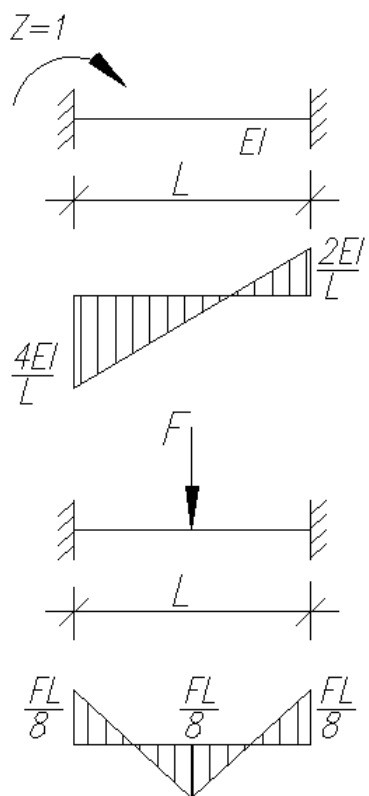


Рис. 28

Список рекомендуемой литературы

1. *Анохин, Н. Н.* Строительная механика в примерах и задачах : в 2 ч. Ч. 2. Статически неопределимые системы : учеб. пособие для студ. вузов, обучающихся по строит. спец. / Н. Н. Анохин. — 2-е изд., доп. и перераб. — М. : АСВ, 2007. — 464 с.
2. *Дарков, А. В.* Строительная механика : учебник для строит. спец. вузов / А. В. Дарков, Н. Н. Шапошников. — СПб. : Лань, 2008. — 655 с.
3. *Кривошапко, С. Н.* Строительная механика : учеб. пособие / С. Н. Кривошапко. — М. : Юрайт-Издат, 2011. 400 с.

Эпюры моментов для метода перемещений



План выпуска учеб.-метод. документ. 2016 г., поз. 02

Начальник РИО *М. Л. Песчаная*

Редактор *Н. Э. Фотина*

Компьютерная правка и верстка *А. Г. Сиволобова*

Минимальные систем. требования:

PC 486 DX-33; Microsoft Windows XP; Internet Explorer 6.0; Adobe Reader 6.0.

Подписано в свет 02.03.2016.

Гарнитура «Таймс». Уч.-изд. л. 1,5. Объем данных 0,3 Мбайт.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет»

Редакционно-издательский отдел

400074, Волгоград, ул. Академическая, 1

<http://www.vgasu.ru>, info@vgasu.ru