

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Волгоградский государственный технический университет**

# **ТЕОРИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
К ЛАБОРАТОРНОМУ ПРАКТИКУМУ**

*Составители А. М. Буров, В. В. Ярошик*

**Волгоград. ВолгГТУ. 2018**

© Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего образования  
«Волгоградский государственный  
технический университет», 2018

**Теория** машин и механизмов [Электронный ресурс] : методические указания к лабораторному практикуму / сост. А. М. Буров, В. В. Ярошик ; М-во науки и высшего образования Рос. Федерации, Волгогр. гос. технич. ун-т. — Электронные текстовые и графические данные (0,53 Мбайт). — Волгоград : ВолГТУ, 2018. — Учебное электронное издание сетевого распространения. — Систем. требования: PC 486 DX-33; Microsoft Windows XP; Internet Explorer 6.0; Adobe Reader 6.0. Официальный сайт Волгоградского государственного технического университета. Режим доступа: <http://www.vgasu.ru/publishing/on-line/> — Загл. с титул. экрана.

Рассмотрены теоретические вопросы и порядок выполнения трех лабораторных работ по дисциплине «теория механизмов и машин».

Основная цель — помочь студентам закрепить теоретические знания по ТММ, а также привить навыки в решении задач по структурному анализу, кинематике и синтезу зубчатых передач.

Предназначены для студентов направления 15.03.02 «Технологические машины и оборудование» по профилю «Морские нефтегазовые сооружения» и 08.04.01 «Строительство» по профилю «Проектирование нефтегазовых комплексов».

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Лабораторная работа № 1. Изучение кинематических и силовых параметров цилиндрического двух ступенчатого редуктора.....	4
2. Лабораторная работа № 2. Изучение процесса нарезки скорректированных зубчатых колес методом обкатки.....	9
3. Лабораторная работа № 3. Структурный и кинематический анализ планетарного механизма.....	15
Список рекомендуемой литературы.....	20

# Лабораторная работа № 1.

## ИЗУЧЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ И СИЛОВЫХ ПАРАМЕТРОВ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ДВУХ СТУПЕНЧАТОГО РЕДУКТОРА

### 1. Цель работы.

Ознакомиться с устройством цилиндрического редуктора. Приобретение практических навыков в расчете геометрических, кинематических и силовых параметров зубчатого зацепления.

### 2. Краткие теоретические сведения.

**Редуктором** называется механизм, состоящий из зубчатых или червячных передач, выполненных в виде отдельного закрытого агрегата, и служащий для передачи мощности от двигателя к рабочей машине. Кинематическая схема привода может включать помимо редуктора открытые зубчатые передачи, ременную или цепную.

Назначение редуктора (рис. 1.1) — понижение угловой скорости и соответственно повышение вращающего момента ведомого вала по сравнению с ведущим.

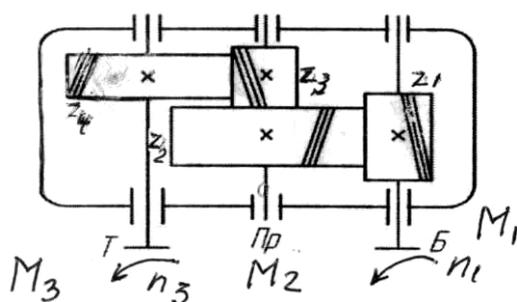


Рис. 1.1. Кинематическая схема редуктора

В машиностроении широкое применение находят зубчатые передачи.

Преимущества зубчатых передач: постоянное передаточное отношение (отсутствие проскальзывания); высокий КПД (в отдельных случаях до 0,99); надежность; простота эксплуатации; неограниченный диапазон передаточных мощностей (от сотых долей до десятков тысяч киловатт). Высокая нагрузочная способность обеспечивает малые габариты зубчатых передач.

Недостатки зубчатых передач: сравнительная сложность изготовления, требующая часто специального оборудования и инструментов; повышенный шум при высоких скоростях вследствие неточности изготовления; необходимость точного монтажа.

По относительному расположению валов в пространстве редукторы бывают горизонтальные и вертикальные; по особенностям кинематической схемы — развернутые, соосные, с развернутой ступенью и т.д.

Если зубья колес параллельны осям валов, такое зацепление называют прямозубым, если они расположены под углом, косозубым. Зубчатые колеса механических передач предназначены для передачи мощности и крутящего момента от двигателя к исполнительному механизму.

### Геометрия зубчатых колес и зацеплений.

Передаточное число пары зубчатых колес может быть найдено по формуле

$$u = n_1/n_2 = d_2/d_1 = z_2/z_1, \quad (1.1)$$

где  $n_1$  и  $n_2$  — числа оборотов;  $d_1$  и  $d_2$  — делительные диаметры;  $z_1$  и  $z_2$  — числа зубьев ведущего и ведомого зубчатых колес (рис. 1).

Передаточное число редуктора  $n > 1$ , а число оборотов на ведомом колесе

$$n_2 = n_1/u, \quad (1.2)$$

меньше, чем на ведущем. В проектных расчетах передаточное число и обычно бывает либо задано, либо выбирается в соответствии с рекомендациями. Крутящий момент на ведущем и ведомом колесах, кН·м, равен

$$M_1 = P \cdot d_1/2, \quad M_2 = P \cdot d_2/2, \quad (1.3)$$

где  $P$  — окружная сила. В свою очередь

$$P = 2M_1/d_1 = 2M_2/d_2. \quad (1.4)$$

На обоих зубчатых колесах окружная сила  $P$  одинакова, но поскольку  $d_2 > d_1$ , то и  $M_2 > M_1$ , что характерно для редукторов. Зубчатые колеса передач, как правило, имеют эвольвентный профиль зубьев, их характерным диаметром считается делительный, который равен

$$d = m \cdot z, \quad (1.5)$$

где  $m$  — модуль зацепления;  $z$  — число зубьев.

В свою очередь модуль, мм,  $m = t/\pi$ , где  $t$  — шаг зацепления, мм, или расстояние между одноименными точками двух близлежащих профилей зубьев, измеренное по дуге делительной окружности. Заметим, что длина делительной окружности  $c$  может быть выражена двумя способами:

$$c = \pi \cdot d = t \cdot z. \quad (1.6)$$

Разделив обе части равенства на число  $\pi$ , мы получим выражение для делительного диаметра, написанное выше. Делительный диаметр  $d$  делит зуб по высоте в неравном отношении: на головку  $h^1$  и ножку  $h''$ . В **нормальном зацеплении** высота головки зуба равна модулю:  $h^1 = m$ , а высота ножки зуба  $h'' = 1,25m$ . На этом основании можно записать, что диаметр окружности, который ограничивает вершины зубьев, или диаметр вершин, мм:

$$d_a = d + 2m = m(z + 2), \quad (1.7)$$

а диаметр, который ограничивает впадины зубьев, или диаметр впадин, мм:

$$d_f = d - 2,5m = m(z - 2,5). \quad (1.8)$$

Модуль зацепления является основной характеристикой размеров зуба и регламентируется стандартом, при этом первый ряд модулей является более предпочтительным по сравнению со вторым.

Таблица 1.1

**Выдержка из стандарта**

Ряд	Модуль $m$ , мм											
1	2	2,5	3	4	5	6	8	10	12	16	20	25
2	2,25	2,75	3,5	4,5	5,5	7	9	11	14	18	22	28

Межосевое расстояние пары зубчатых колес, мм .

$$a = (d_1 + d_2)/2 = m(z_1 + z_2)/2. \quad (1.9)$$

**Кинематика и силовые параметры механического привода.**

К основным характеристикам привода относятся мощность  $N_d$  и число оборотов  $n_d$  двигателя и те же параметры  $N$  и  $n$  на исполнительном механизме. Иными словами, это мощность и число оборотов на входе и выходе привода. Передаточное число привода равно

$$u = n_d/n, \quad (1.10)$$

поскольку привод, как правило, komponуется из нескольких передач, то

$$u = n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot u_n, \quad (1.11)$$

где  $n_1, n_2, \dots$  — передаточные числа отдельных передач (ступеней) привода.

Мощность электродвигателя, кВт, равна

$$N_d = N/\eta, \quad (1.12)$$

где  $\eta$  — КПД привода машины. В свою очередь,

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \dots \eta_n, \quad (1.13)$$

где  $\eta_1, \eta_2, \dots$  — КПД отдельных звеньев кинематической цепи привода, значения которых выбираются с учетом потерь в подшипниках.

При расчете привода применяются формулы, в которых одни параметры выражаются через другие, например:

угловая скорость  $\omega$ , рад/с, через частоту вращения  $n$ , об./мин:

$$\omega = \pi \cdot n/30, \quad (1.14)$$

крутящий момент  $M$ , кН·м, через мощность  $N$ , кВт, и угловую скорость  $\omega$ , рад/с:

$$M = N/\omega; \quad (1.15)$$

крутящие моменты на ведущем  $M_1$  и ведомом  $M_2$  валах передачи с учетом передаточного числа и КПД привода:

$$M_1 = M_2 \cdot u \cdot \eta \quad (1.16).$$

Большинство передач в технике понижают число оборотов и повышают крутящий момент, такие передачи называются редукторами. У редуктора (рис. 1.1) передаточное число  $u > 1$  и  $M_3 > M_2 > M_1$

### 3. Оборудование, приспособления, материалы.

1. Макет двух ступенчатого зубчатого цилиндрического редуктора
2. Штангенциркуль с диапазоном 0...250 мм и точностью измерения 0,05мм, транспортир, инструментальная линейка.

### 4. Порядок выполнения работы

1. Для выполнения работы необходимо провести ряд точных замеров с помощью штангенциркуля и вычислить параметры зацепления.

2. Для определения передаточного числа каждой ступени редуктора необходимо сосчитать количество зубьев шестерни и колеса каждой ступени, а затем определить общее передаточное отношение, высоту головки и ножки зубьев, модуль редуктора с использованием формул (1), (5),(6),(7),(8).

3. Измеренную величину  $m$ , округляют до стандартных значений. Далее по стандартному модулю рассчитывается диаметральные параметры зубчатых колес и межосевые расстояний редуктора .

4. По результатам замеров и по произведенным расчетам величин (но формулам) заполняется табл. 2, которая входит в содержание отчета.

Таблица 1.2

Результаты замеров и расчетов параметров зацепления

Величины	Измеренные	Рассчитанные
1.Число зубьев зубчатых колес	$z_1, z_2, z_3,$ $z_4$	$d_{a1}, d_{a2}, d_{a3},$ $d_{a4},$
2.Диаметры окружностей выступов зубч. колес, мм	-	
3.Межосевое расстояние тихоходной и быстроходной ступеней, мм	-	
4.Высота зуба зубчатых колес, мм	$a_b, a_b'$	$a_b, a_b'$
5.Передаточное число ступеней	$H=h' +$ $h''$	$H=h' + h''$
6.Передаточное число редуктора	-	$u_1, u_2$
7.Нормальный модуль зацепления , мм	-	$u = u_1 \cdot u_2$
8.Диаметры делительных окружностей зубч. колес, мм	-	$m$ - по ГОСТ
9.Диаметры окружностей впадин зубч. колес, мм	$m = h'$	$d_1, d_2, d_3, d_4$
10. КПД редуктора	-	$d_{f1}, d_{f2}, d_{f3},$ $d_{f4}, \eta = \eta_1 \eta_2$

### 5. Содержание отчета

1. Наименование работы.
2. Цель работы.
3. Порядок и последовательность расчетов.
4. Заполненная таблица 2.
5. Выводы.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется редуктором?
2. Что называется модулем зацепления?
3. Теорема зацепления, передаточное число и передаточное отношение?
4. Определение геометрических параметров в нормальном зубчатом зацеплении.
5. Определение кинематических параметров в нормальном зубчатом зацеплении.
6. Определение силовых параметров ведущего и ведомого звена редуктора.

## Лабораторная работа № 2. ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССА НАРЕЗКИ КОРРИГИРОВАННЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС МЕТОДОМ ОБКАТКИ

### 1. Цель работы.

Изучить процесс нарезания нормальных и корригированных зубчатых колес методом обкатки.

### 2. Краткие теоретические сведения.

Зубчатые колеса с геометрическими элементами, отличающиеся от нормальных (с углом зацепления  $\alpha_s \neq 20^\circ$ , высотой головки  $h' \neq m$ , с модулем отличным от значений ГОСТа) называются **корригированными**. Применение нормальных геометрических элементов при проектировании механизмов, в которых зубчатые колеса работают в паре и с другими колесами не зацепляются, ограничивает конструктора в смысле выбора наилучших для работы передачи параметров и не позволяет сократить размеры передачи из-за возможного подрезания ножек. Совершенно очевидно, что в таких случаях можно отказаться от нормальных соотношений и параметры могут быть выбраны из условия наилучшей работы передачи.

Корригирование зубчатых колес в большинстве случаев применяют для улучшения условий работы зубьев (увеличения их прочности, уменьшения наибольших значений удельного скольжения, влияющего на износ боковых поверхностей и др.).

Размеры зубчатой передачи можно уменьшить снижением числа зубьев зубчатых колес, у которых должно отсутствовать внедрение профилей. Число зубьев малого колеса при фиксированном передаточном отношении может быть уменьшено за счет увеличения угла зацепления.

Помимо этого, многие передачи не могут быть вообще построены с нормальными зубчатыми колесами. Это относится главным образом к соосным передачам, у которых две или более пар зубчатых колес должны иметь оси, геометрически совпадающие при фиксированных передаточных отношениях зубчатых колес.

Методы расчета нестандартных зубчатых колес по заданным условиям объединяются под общим названием корригирования зубчатых колес.

С точки зрения изменения геометрических элементов зубчатого зацепления различают высотное корригирование, корригирование по углу зацепления и смешанное корригирование.

При высотном корригировании изменяются высота головки и высота ножки зуба по сравнению с нормальным зацеплением, а угол зацепления остается нормальным.

В зубчатом зацеплении, подвергнутом корригированию по углу- угол зацепления не равен  $20^\circ$ . При смешанном корригировании в рассчитываемых

зубчатых колесах отличаются от нормальных значений как высота головок зубьев, так и угол зацепления.

Корригированные зубчатые колеса могут быть изготовлены методом обкатки стандартным инструментом, в качестве которого в дальнейшем будем принимать зубчатую рейку с высотой головки зуба  $h'_o = m_{os}$  или  $h_o = 0,8m_{os}$ ; где  $m_{os}$  — модуль рейки.

На рис. 2.1 изображена инструментальная рейка, при помощи которой производится нарезание зубчатых колес. Угол стандартных реек равен  $20^\circ$ . Толщина зуба по средней линии рейки равна ширине впадины. Часть зуба рейки, расположенная вне средней прямой, называется его головкой, остальная — ножкой. Высоты головки и ножки зуба у нормальной инструментальной рейки одинаковы, причем относительная высота  $f'_o$  профилирующей части головки и ножки зуба рейки принимается равной единице для нормального зуба и  $0,8$  для укороченного. Помимо профилирующей части зуба, очерченной прямой линией, головка и ножка зуба имеют закругленные части, служащие для образования радиального зазора между головкой и ножкой зуба введенных в зацепление нарезанных зубчатых колес. Высота закругленной части зуба принимается равной  $0,2 \dots 0,25 m_{os}$ .

Шаг по делительной окружности нарезаемого колеса равен шагу рейки, толщина зуба — ширине впадины рейки по делительной прямой, а ширина впадины колеса — толщине зуба рейки.

Если модульная прямая  $II' - II'$  совпадает с делительной прямой, то толщина зуба и ширина впадины нарезаемого колеса по делительной окружности будут одинаковыми (рис. 2.1).

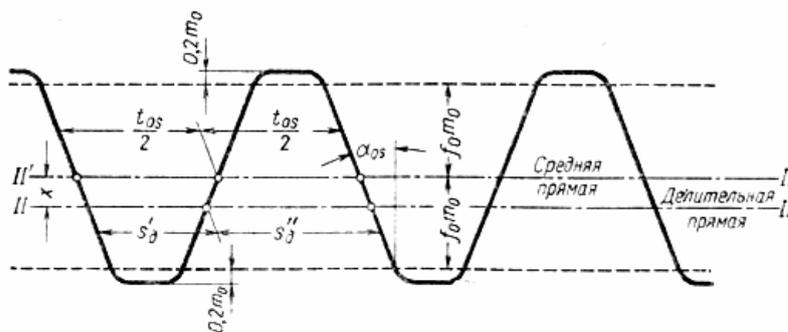


Рис.2.1. Инструментальная рейка

Рейку в процессе нарезания можно расположить так, что модульная прямая не будет совпадать с делительной прямой, при этом толщина зуба и ширина впадины по делительной окружности получаются неодинаковыми. Об этом можно судить по рис. 2.2, на котором тонкими линиями очерчен контур зуба при нормальной установке рейки, когда модульная прямая рейки касается делительной окружности, и жирными линиями — контур зуба при отодвинутой рейке от центра колеса на величину  $x$ .

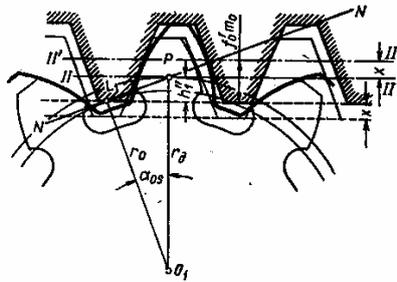


Рис.2.2. Нарезание колеса рейкой со сдвигом

Отодвигание рейки от центра  $O_1$  колеса дает возможность получить более прочный зуб, имеющий у основания ножки большую толщину, чем при нормальной установке рейки, а наименее точная часть эвольвенты у ее основания не включается в рабочую часть профиля.

Величина смещения рейки имеет свои пределы, определяемые подрезанием ножки и заострением головки зуба. По мере отодвигания рейки от центра  $O_1$  толщина зуба по окружности головок уменьшается, что можно наблюдать на рис. 2.2, и при некотором значении сдвига она обращается в нуль, т. е. зубья колеса получаются заостренными.

Расстояние между делительной и модульной прямыми называется абсолютным сдвигом  $x$ : рейки, а будучи отнесенным к модулю рейки, называется относительным сдвигом

$$\xi = \frac{x}{m_{os}}. \quad (2.1)$$

Относительный сдвиг является оператором, применяемым при расчете нестандартных зубчатых колес **эвольвентного зацепления**.

Абсолютный сдвиг будем считать положительным, если модульная прямая располагается от центра колеса дальше делительной прямой, и отрицательным, если она находится между делительной прямой и центром нарезаемого колеса.

Определим толщину зуба нарезаемого колеса по делительной окружности, если рейке сообщен сдвиг.

Из рис. 2.2 следует, что толщина зуба  $s'_d$  рейки по делительной прямой:

$$s'_d = \frac{t_{os}}{2} - 2x \cdot \operatorname{tg} \alpha_{os}. \quad (2.2)$$

Так как сумма толщин зубьев по делительной прямой и по делительной окружности колеса равна шагу рейки, т. е.

$$s'_d + s_d = t_{os}, \quad (2.3)$$

то искомая толщина зуба по делительной окружности равна

$$s'_d = m_{os} \left( \frac{\pi}{2} + 2\xi \cdot \operatorname{tg} \alpha_{os} \right). \quad (2.4)$$

Относительный сдвиг может быть различным, однако его минимальное значение при условии отсутствия подрезания соответствует прохождению линии головок рейки через точку касания  $L_1$  линии зацепления с основной окружностью. Если рейку приблизить к центру колеса так, что линия головки будет пересекать линию зацепления вне отрезка  $PL_1$  то ножка колеса будет подрезаться.

Допустим, что линия головок рейки проходит за точкой  $L_1$  тогда рейке следует сообщить сдвиг равный, как это следует из рис. 2.2, следующему:

$$x = \xi_{\min} \cdot m_{os} = f'_o \cdot m_{os} - h''_1, \quad (2.5)$$

где

$$h''_1 = \frac{m_{os} \cdot z}{2} \cdot \sin^2 \alpha_{os}.$$

Для придания более простой формы выражению для  $x$  представим его через минимальное число зубьев  $z_0$  нормального колеса, зацепляющегося с рейкой, определяемого формулой

$$z_0 = \frac{2f'_o}{\sin^2 \alpha_{os}}. \quad (2.6)$$

Следовательно,

$$x = f'_o \cdot m_{os} \cdot \left(1 - \frac{z}{z_0}\right). \quad (2.7)$$

Относительный сдвиг  $\xi_{\min}$  отсюда выражается формулой

$$\xi_{\min} = f'_o \cdot \frac{z_0 - z}{z_0}. \quad (2.8)$$

Для 20-градусной рейки  $z_0$ , равно 17,1  $\approx$  17. Если, кроме того, принять нормальную рейку с  $f'_o = 1$ , то при  $\alpha_{os} = 20^\circ$

$$\xi_{\min} = \frac{17 - x}{17}. \quad (2.9)$$

Минимальный относительный сдвиг 20-градусной рейки при нарезании колес с  $z < 17$ - положительный, т. е. рейка отодвигается от центра, а при нарезании колес с  $z > 17$  — отрицательный, т. е. рейка может быть придвинута к центру колеса по сравнению с ее нормальной установкой.

### 3. Оборудование, приспособления, инструменты и материалы.

1. Прибор для профилирования — резиометр (рис. 2.3).
2. Накладные диски из ватмана — не менее 3 штук.
3. Измерительный инструмент: инструментальная линейка, штангенциркуль.

#### 4. Порядок выполнения работы

1. Установить и закрепить диск из ватмана 2 на диске резиометра 3 (рис. 2.3)

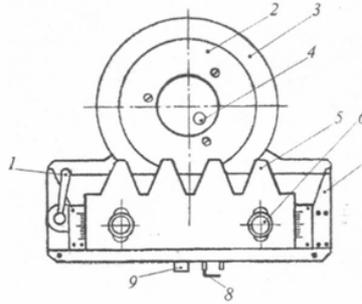


Рис.2.3. Прибор-резиометр: 1 — рычаг; 2 — накладка; 3 — диск; 4 — винт; 5 — рейка; 6 — винт; 7 — общая панель; 8 — г-образная рукоятка; 9 — клавиша

2. Вычертить с помощью карандаша на приборе профили не менее трех зубьев нулевого колеса (смещение рейки 5 на рис. 2.3 —  $x=0$ ).

3. Заменить диск 2. Вычертить на приборе профили не менее трех зубьев положительного колеса (смещение рейки 5 на рис. 2.3 вниз —  $x=0$ ).

4. Заменить диск 2. Вычертить на приборе профили не менее трех зубьев положительного колеса (смещение рейки 5 на рис. 2.3 вверх —  $x=0$ ).

5. Сопоставить расчетные размеры колес с полученными при вычерчивании. Для этого заполняется таблица 2.1. При расчетах использовать формулы (2.1).....(2.9).

6. По результатам измерений и расчетов сделать выводы; составить отчет.

Таблица 2.1

Параметры нормальных и корригированных зубчатых колес

Величины	Измеренные	Расчитанные
Смещение — абсолютный сдвиг	$x$	—
Относительный сдвиг	—	$\xi = \frac{x}{m_{os}}$
Толщина зуба рейки по делит. прямой	$s'_d$	$s'_d = \frac{t_{os}}{2} - 2x \cdot \text{tg} \alpha_{os}$
Толщина зуба по делит. окружности	$s'_d$	$s'_d = m_{os} \left( \frac{\pi}{2} + 2\xi \cdot \text{tg} \alpha_{os} \right)$
Шаг рейки	$s'_d + s_d = t_{os}$	$s'_d + s_d = t_{os}$
Высота головки и ножки зуба: нормальное, положительное, отрицательное	$h', h''$	

#### 5. Содержание отчета.

1. Наименование и цель работы.
2. Эскиз схемы прибора-резиометра и его устройство (рис. 2.3.).
3. Образцы трех дисков с эскизами нарезанных зубьев с размерами делительных окружностей.
4. Данные о замерах и расчетов по форме табл. 2.1.
5. Выводы.

## Контрольные вопросы

1. Что называется модулем зацепления?
2. Что называется делительной окружностью зубчатого колеса?
3. Что называется нормальным зубчатым зацеплением?
4. Что называется корригированным зубчатым зацеплением ?
5. Преимущества и недостатки использования корригированных зубчатых колес?
6. Понятие о относительном сдвиге?
7. Параметры корригированных зубчатых колес.

### Лабораторная работа № 3. СТРУКТУРНЫЙ И КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА

#### 1. Цель работы.

Ознакомление с конструкциями планетарных механизмов, проведение структурного анализа, определение передаточного отношения.

#### 2. Краткие теоретические сведения.

**Планетарным механизмом** называют механизм для передачи и преобразования вращательного движения, содержащий зубчатые колеса с перемещающейся в пространстве осью вращения хотя бы одного из них. Основными звеньями являются (рис. 3.1) зубчатые колеса: солнечное —  $1$ , сателлиты —  $2$ , корончатое —  $3$ ,  $H$  — водило, звено, в котором установлены оси сателлитов. Ось  $O_H$  вращения водила  $H$ , совпадающая с осью  $O_1$  центральных колес, является основной осью механизма.

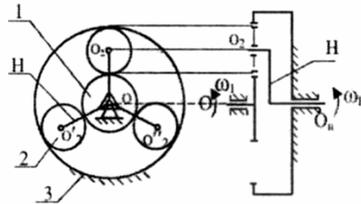


Рис. 3.1. Общий вид и схема планетарного механизма — механизм Джеймса

При вращении солнечного колеса  $1$  сателлиты  $2$  будут обкатываться по нему и по корончатому колесу  $3$ , совершая плоское движение. Перемещение осей сателлитов  $2$  приводит к вращению водила  $H$ , которое является выходным звеном данного зубчатого механизма.

Планетарные механизмы обладают ценными свойствами: они имеют меньшие радиальные габариты и массу, работают с меньшим шумом, чем соответствующие зубчатые передачи с неподвижными осями; удобны в сборке и надежны в работе. Основным преимуществом планетарных передач является возможность осуществлять большие передаточные отношения при сравнительно небольших габаритах и высоком КПД. Поэтому они получили весьма широкое распространение, найдя применение в приводах транспортных машин, станков, в автомобилях, в авиации, в приводах многих машинных агрегатов и в разнообразных приборах. Однако планетарные механизмы имеют более сложную конструкцию, требуют повышенной точности изготовления.

**Условие соосности** позволяет собирать планетарный редуктор только при определенном соотношении чисел зубьев зубчатых колес, при этом головки зубьев сателлита  $z_2$  войдут во впадины центральных колес  $z_1$  и  $z_3$ .

При одинаковых модулях условие соосности для планетарного механизма (см. рис. 3.1)

$$z_3 - z_1 = 2 z_2 \quad (3.1)$$

**Степень подвижности** планетарного механизма определяют по формуле Чебышева

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 \quad (3.2)$$

При степени подвижности планетарного механизма  $W = 1$  он называется собственно планетарным, а при  $W \geq 2$  ~ дифференциальным.

Простейшие кинематические схемы планетарных механизмов показаны на рис. 3.2

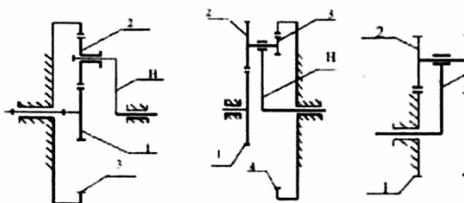


Рис.3.2.Схемы планетарных зубчатых механизмов: а) механизм Джеймса; б) механизм со двойными сателлитами; в) механизм Давида

При проектировании планетарного механизма решаются задачи определения чисел зубьев колес по заданному передаточному отношению  $U_{пл}$ . В зависимости от величины  $U_{пл}$  сначала выбирается одна из схем. При этом должны быть обеспечены минимальные радиальные размеры колес механизма и заданное передаточное отношение с достаточной точностью  $U_{пл} \pm 3\%$ , а также условия работоспособности и сборки.

Следовательно, для возможности правильного назначения чисел зубьев всех колес планетарного механизма и обеспечения требуемого передаточного отношения необходимо иметь выражение для определения передаточного отношения  $U_{пл}$ , для каждой выбранной схемы.

При назначении чисел зубьев колес планетарного механизма необходимо учитывать ряд требований и условий, важнейшие из которых следующие:

1. Числа зубьев  $z_1, z_2 \dots z_n$  должны быть целыми числами.
2. Сочетание чисел зубьев колес должно обеспечивать требуемое передаточное отношение  $U_{пл}$  с допустимой точностью  $\pm 3\%$ .
3. При отсутствии специальных требований желательно использовать в передаче нулевые колеса. Это ограничение записывают в форме отсутствия подреза зубьев: для колес с внешними зубьями, нарезанными стандартным инструментом,  $z_i > z_{min} = 17$ ; для колес с внутренними  $z_i > z_{min} = 85$ .
4. Оси центральных колес и водила  $H$  планетарного механизма должны лежать на одной прямой для обеспечения движения точек по соосным окружностям (условие соосности).
5. Сборка нескольких сателлитов должна осуществляться без натягов так, чтобы зубья всех сателлитов одновременно вошли во впадины солнечного и корончатого колес.

## Передаточные отношения

Рассмотрим простейший планетарный механизм (рис. 3.3)

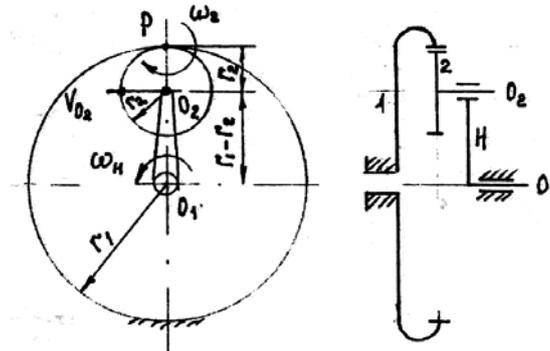


Рис. 3.3. Планетарный механизм:  $H$  — водило; 1 — неподвижное колесо; 2 — колесо подвижное (сателлит);  $\omega_H$  — угловая скорость водила;  $\omega_2$  — угловая скорость водила;  $P$  — мгновенный центр вращения;  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_H$  — радиусы вращения

При вращении звена  $H$  с угловой скоростью колесо 2 обегает неподвижное колесо 1, вращаясь с угловой скоростью  $\omega_2$  вокруг мгновенного центра вращения  $P$ .

Связь между угловыми скоростями  $\omega_2$  и  $\omega_1$  может быть найдена из выражения

$$V_{O2} = \omega_2 r_2 = -\omega_H (r_1 - r_2).$$

Следовательно, передаточное отношение

$$U_{2H} = \frac{\omega_2}{\omega_H} = \frac{r_2 - r_1}{r_2} = 1 - \frac{r_1}{r_2} = 1 - U_{21}. \quad (3.3)$$

Передаточное отношение  $U_{2H}$  — есть передаточное число при неподвижном колесе 1.

Передаточное отношение  $U_{21}$  есть передаточное отношение трехзвенного механизма с неподвижными осями как — бы при неподвижном водиле  $H$ .

Тогда  $U_{2H}^I = 1 - U_{21}^H$ , где  $H$  — индекс неподвижного звена, иначе  $U_{2H}^I + U_{21}^H = 1$  — сумма передаточных отношений при различных останавливаемых звеньях всегда равна 1.

Если водило является ведущим звеном —  $U_{H2}^I = \frac{\omega_H}{\omega_2} = \frac{1}{1 - U_{21}}$ , тогда передаточное число, выраженное через число зубьев, равно

$$U_{H2}^I = \frac{1}{1 - \frac{z_1}{z_2}}. \quad (3.4)$$

Преобразуем планетарный механизм (рис. 3.3) в **дифференциальный** (рис.3.4), для чего освободим неподвижное колесо  $1$  (подвижное колесо индекс  $2$ ), которое приобретает угловую скорость  $\omega_1$ , а также добавим колесо  $1$ .

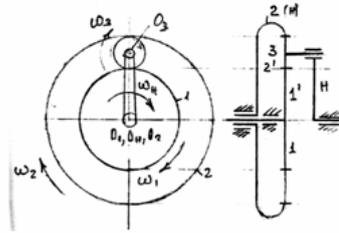


Рис.3.4. Кинематическая схема дифференциала :  $1$  — солнечное колесо;  $2$  — коронное колесо;  $3$  — сателлит;  $H$  — водило;  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_H$  — угловые скорости звеньев

Число степеней свободы:  $W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 2 = 2$ .

Следовательно, механизм должен иметь две обобщенные ординаты, выбор которых может быть произвольным. Например, зададимся законом движения звеньев  $2$  и  $H$ . Передаточное отношение (**формула Виллиса**) такого механизма:

$$U_{12}^H = \frac{\omega_1^H}{\omega_2^H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H}. \quad (3.5)$$

Формулы связывают угловые скорости колес  $1, 2$  и водила  $H$ :

$$\omega_H = \frac{U_{12}^H \cdot \omega_2 - \omega_1}{U_{12}^H - 1}. \quad (3.6)$$

$$\text{Передаточное число} \text{ — } U_{12}^H = -\frac{z_2}{z_1} \quad (3.7)$$

После преобразования (3.6) получаем

$$\omega_H = \frac{\frac{z_2}{z_1} \cdot \omega_2 + \omega_1}{1 + \frac{z_2}{z_1}}. \quad (3.8)$$

### 3. Оборудование, приспособления, инструменты и материалы.

1. Макет однорядного планетарного 2-сателлитного механизма.
2. Вспомогательное устройство для преобразования собственно планетарного механизма в дифференциальный.
3. Измерительный инструмент: штангенциркуль.
4. Справочники и справочные пособия.

### 4. Порядок выполнения работы.

1. Ознакомиться с устройством планетарного механизма (см. рис. 3.3).
2. Вычертить кинематическую схему собственно планетарного механизма макета.

3. Проверить число зубьев планетарного механизма по условию соосности с учетом формулы (3.1)
4. Рассчитать степень подвижности по формуле Чебышева (3.2).
5. Определить передаточное число планетарного механизма по формуле (3.4).
6. Преобразовать планетарный механизм в дифференциальный (см. рис. 3.4).
7. Вычертить кинематическую схему дифференциального механизма с макета.
8. Рассчитать степень полученного дифференциального механизма подвижности по формуле Чебышева (3.2).
9. Рассчитать соотношения угловых скоростей с использованием формул (3.5) .....(3.8).
10. По результатам измерений и расчетов сделать выводы; составить отчет.

### **5. Содержание отчета.**

1. Наименование и цель работы.
2. Вычерченные кинематические схемы планетарного и дифференциального механизма.
3. Расчеты по определению соосности механизма.
4. Расчет степеней свободы планетарного и дифференциального механизма..
5. Расчеты передаточных отношений и соотношений угловых скоростей механизмов.
7. Выводы.

### **Контрольные вопросы**

1. Из каких звеньев состоят планетарные механизмы?
2. В чем заключается условие соосности планетарного механизма.
3. Степень свободы планетарных и дифференциальных передач.
4. Передаточные отношения планетарного механизма.
5. Передаточные отношения дифференциального механизма
6. Что устанавливает теорема Виллиса

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кожевников, Н. С.* Теория механизмов и машин : учебное пособие для студентов вузов. — изд.-4-е исправленное. — М. : Машиностроение, 1973. — 592 с.
2. *Коловский, М. З.* Теория механизмов и машин : учебное пособие для студен. высш. учебных заведений / М. З. Коловский, А. Н. Евграфов, Ю. А. Семенов, А. В. Селуш. — изд.-3-е исправленное. — М. : Издательский центр «Академия», 2008. — 560 с.
3. *Фролов, К. В.* Теория механизмов и механика машин : учебник для студ. высш. техн. учеб. заведений / К. В. Фролов, С. А. Попов, А. К. Мусатов ; под ред. К. В. Фролова. — 5-е изд., стер. — М. : Высш. шк., 2005. — 496 с.
4. *Смелягин, А. И.* Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование : учебное пособие. — М. : ИНФРА; Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2003 — 50 с.

Публикуется в авторской редакции

Минимальные систем. требования:

PC 486 DX-33; Microsoft Windows XP; Internet Explorer 6.0; Adobe Reader 6.0.

Подписано в свет 27.11.2018

Гарнитура «Таймс». Уч.-изд. л. 0,68. Объем данных 0,53 Мбайт.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Волгоградский государственный технический университет»

400074, Волгоград, ул. Академическая, 1

<http://www.vgasu.ru>, [info@vgasu.ru](mailto:info@vgasu.ru)