

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Волгоградский государственный технический университет**

**РАСЧЕТ ПЛОСКИХ ФЕРМ:  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВНУТРЕННИХ УСИЛИЙ  
И ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИЙ ВЛИЯНИЯ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

*Составители С. С. Рекунов, Г. В. Воронкова*

**Волгоград. ВолгГТУ. 2018**

**© Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего образования  
«Волгоградский государственный  
технический университет», 2018**

**Расчет** плоских ферм: определение внутренних усилий и построение линий влияния [Электронный ресурс] : методические указания / сост. С. С. Рекунов, Г. В. Воронкова ; М-во науки и высшего образования Рос. Федерации, Волгогр. гос. технич. ун-т. — Электронные текстовые и графические данные (0,45 Мбайт). — Волгоград : ВолгГТУ, 2018. — Учебное электронное издание сетевого распространения. — Систем. требования: РС 486 DX-33; Microsoft Windows XP; Internet Explorer 6.0; Adobe Reader 6.0. Официальный сайт Волгоградского государственного технического университета. Режим доступа: <http://www.vgasu.ru/publishing/on-line/> — Загл. с титул. экрана.

Изложена методика расчета плоских ферм путем выделения основной и дополнительной решеток. Рассмотрены вопросы определений аналитическим способом усилий от постоянной нагрузки, методика построения линий влияния усилий и подсчет как максимальных и минимальных усилий от временной нагрузки, так и расчетных усилий.

# 1. ФЕРМЫ

## 1.1. Классификация

При строительстве мостов, большепролётных промышленных и общественных зданий и сооружений, высоковольтных линий электропередач, подъёмных кранов и других сооружений применяются конструкции, называемые фермами. Подробная классификация ферм приведена п.1.

**Фермой** называется геометрически неизменяемая конструкция, состоящая из прямолинейных стержней, соединённых между собой в узлах шарнирами (рис. 55).

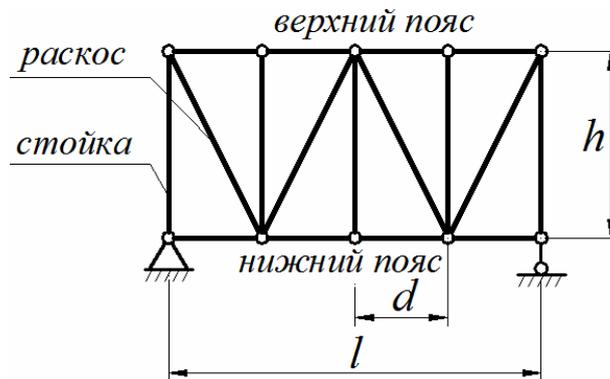


Рис. 55.

На рис. 55 обозначены:

$l$  – длина пролёта фермы;

$h$  – высота фермы;

$d$  – длина панели.

**Плоской** называется ферма, оси всех стержней которой лежат в одной плоскости.

При расчёте ферм используются следующие допущения:

вся внешняя нагрузка приводится непосредственно в узлы фермы и прикладывается в виде сосредоточенных сил;

трение в шарнирах отсутствует;

весом стержней можно пренебречь.

1. Определение внутренних усилий от действия неподвижной нагрузки

Алгоритм расчёта плоской фермы на действие постоянной нагрузки:

1. Последовательно нумеруются все узлы фермы, в том числе опорные (рис. 56а).

2. Вычисляются опорные реакции с использованием уравнений статики:

$$\sum X = 0 \rightarrow H_A \quad (\text{при действии только вертикальной нагрузки } H_A = 0);$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow V_A;$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow V_B.$$

Выполняется проверка найденных значений опорных реакций  $V_A$  и  $V_B$  по уравнению  $\sum Y = 0$ .

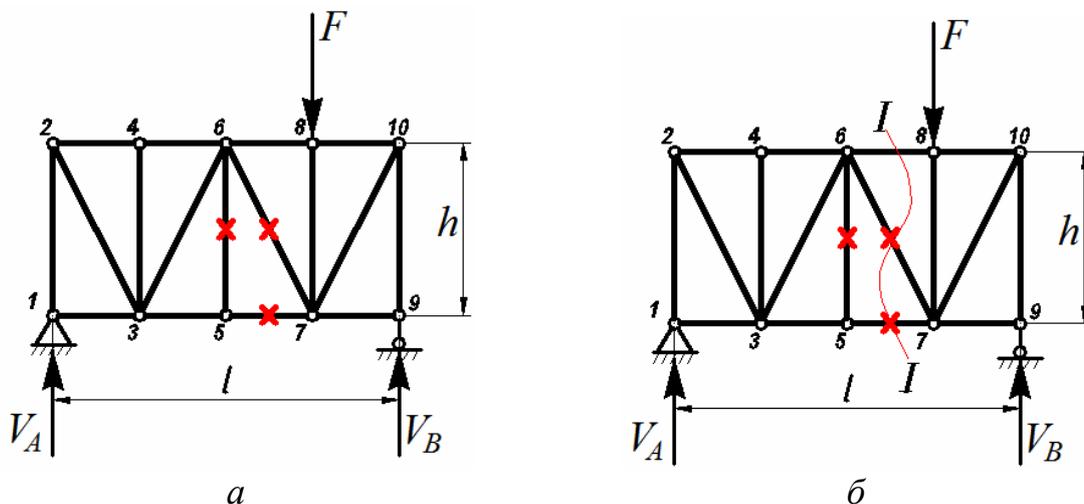
### 3. Определение усилий в стержнях фермы.

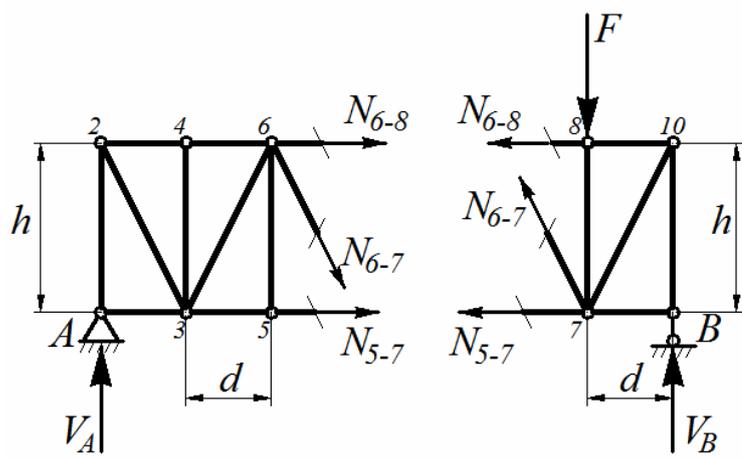
Усилия в стержнях фермы определяются способами моментной точки, проекций, вырезания узлов, использующих в своей основе принципы метода сечений:

1) исследуемая ферма разрезается сквозным сечением, разделяющим её на две отдельные части (рис. 56б). При этом необходимо руководствоваться следующими правилами:

сечение должно разрезать стержень, в котором необходимо найти усилие;

разрез необходимо проводить через три стержня. В частных случаях разрез можно проводить и через большее количество стержней, если все рассечённые стержни (кроме искомого) пересекаются в одной точке.





в

Рис. 56

2) Усилия в разрезанных стержнях направляются от узлов фермы, принимая их изначально растягивающими (рис. 56 в).

**1.2. Способ моментной точки**

Для определения внутреннего усилия в стержне фермы способом моментной точки необходимо при рассмотрении одной из отсечённых частей фермы (рис. 57) исключить из уравнения равновесия два других усилия. При этом исключаемые усилия должны иметь общую точку пересечения (моментную точку).

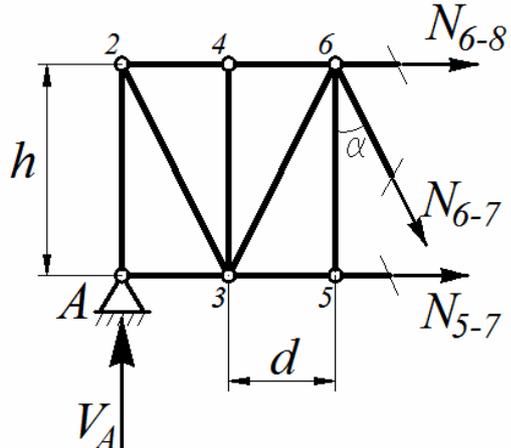


Рис. 57

Например, для определения усилия  $N_{5-7}$  необходимо «избавиться» от усилий  $N_{6-7}$  и  $N_{6-8}$ . Таким образом, для усилия  $N_{5-7}$  моментная точка находится в узле 6.

При составлении суммы моментов относительно точки 6 нетрудно заметить, что плечи усилий  $N_{6-7}$  и  $N_{6-8}$  равны нулю, следовательно, в данном уравнении равновесия эти усилия не участвуют.

$$\sum M_6^{лев} = 0: V_A \cdot 2d - N_{5-7} \cdot h = 0. \text{ Отсюда } N_{5-7} = \frac{V_A \cdot 2d}{h}.$$

Усилие  $N_{5-7}$  является растягивающим, так как в результате решения уравнения оно получилось со знаком «+».

### 1.3. Способ проекций

Если при определении неизвестного усилия линии действия двух других усилий, находящихся в рассматриваемом сечении, не пересекаются (точка их пересечения находится в бесконечности), то в этом случае применяется способ проекций. Для этого составляется сумма проекций на ось, перпендикулярную линиям действий двух усилий, находящимся в сечении.

Например, для определения усилия  $N_{6-7}$  (рис. 57) необходимо «избавиться» от усилий  $N_{5-7}$  и  $N_{6-8}$ , линии действия которых параллельны и лежат на горизонтальной оси. Проецируя всю внешнюю нагрузку, опорные реакции и внутренние усилия отсечённой части фермы на вертикальную ось, получим

$$\sum Y^{лев} = 0: V_A - N_{6-7} \cos \alpha = 0.$$

Величина  $\cos \alpha$  определяется из рассмотрения треугольника 5-6-7:

$$\cos \alpha = \frac{h}{\sqrt{h^2 + d^2}}. \text{ Таким образом, } N_{6-7} = \frac{V_A}{\cos \alpha} \text{ (стержень растянут).}$$

### 1.4. Способ вырезания узлов

Для определения внутреннего усилия в стержне фермы, через который невозможно провести сквозное сечение, удовлетворяющее условиям метода сечений, чаще всего применяется способ вырезания узлов. Из двух узлов, ограничивающих стержень с искомым усилием, выбирается тот, который составлен из наименьшего количества стержней. Далее рассматривается

равновесие вырезанного узла путём составления сумм проекций на горизонтальную и вертикальную оси.

Например, усилие  $N_{5-6}$  (рис. 58) целесообразнее вычислять, рассматривая равновесие вырезанного узла 5, так как он состоит из трёх стержней 3-5, 5-7, и 5-6 (в отличие от узла 6, состоящего из пяти стержней).

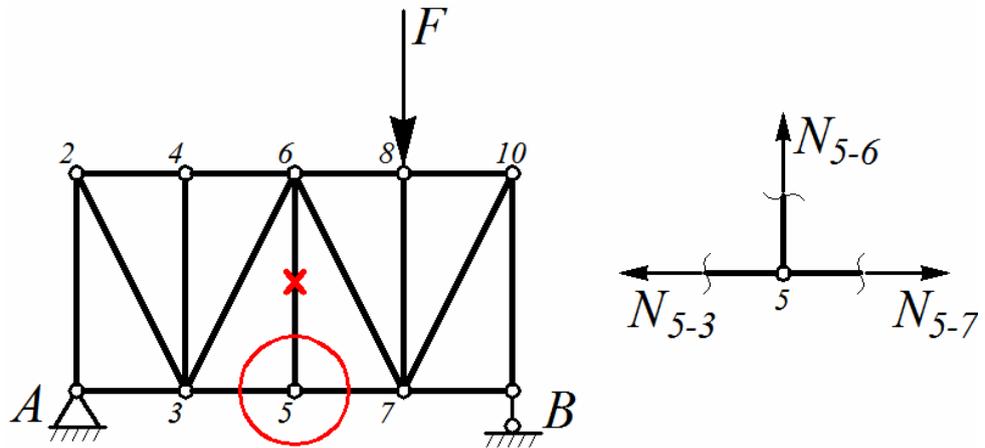


Рис. 58

- 1)  $\sum X = 0, -N_{3-5} + N_{5-7} = 0$ , отсюда  $N_{3-5} = N_{5-7}$ .
- 2)  $\sum Y = 0, N_{5-6} = 0$

### 1.5. Частные случаи определения нулевых стержней

1. Если узел состоит из двух стержней и не загружен, то усилия в этих стержнях равны нулю (рис. 59).

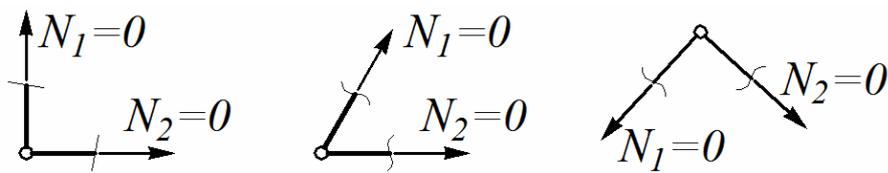


Рис. 59

2. Если узел состоит из трёх стержней, два из которых лежат на одной прямой, и не загружен, то усилие в третьем стержне равно нулю (рис. 60).

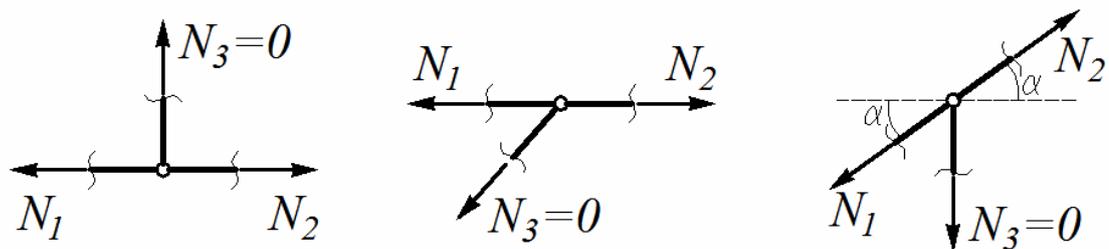


Рис. 60

## 1.6. Определение внутренних усилий от действия подвижной нагрузки

Построение линий влияния опорных реакций фермы выполняется в той же последовательности, что и в балке. При построении линии влияния опорной реакции  $V_A$  необходимо на опоре  $A$  отложить значение, равное  $+1$  (вверх от оси), а на опоре  $B$  отложить  $0$  и соединить эти две точки (рис. 61). Линия влияния опорной реакции  $V_B$  строится аналогично.

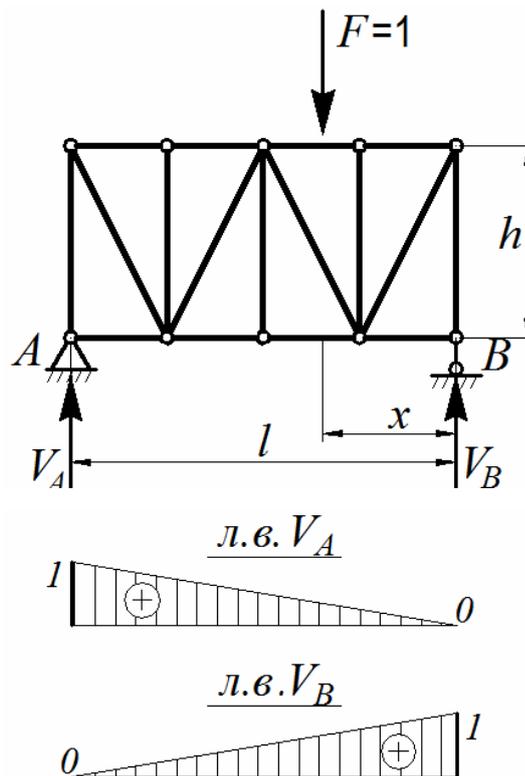


Рис. 61

Линии влияния внутренних усилий в стержнях фермы строятся в соответствии со способами определения искомых усилий. При этом действуют те же принципы, применяемые в методе сечений при статическом расчёте ферм.

Для построения линии влияния внутреннего усилия необходимо рассмотреть равновесие обеих отсечённых частей фермы (рис. 62). Исследуя равновесие, например, левой отсечённой части фермы, будем считать, что подвижный груз  $F=1$  переместился в правую часть и, наоборот, исследуя равновесие правой части, принимаем, что груз находится в левой.

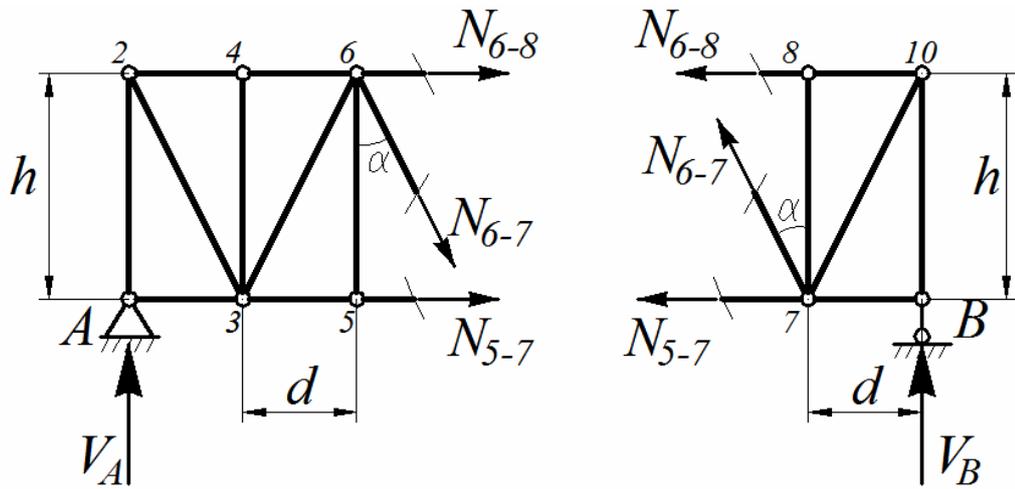


Рис. 62

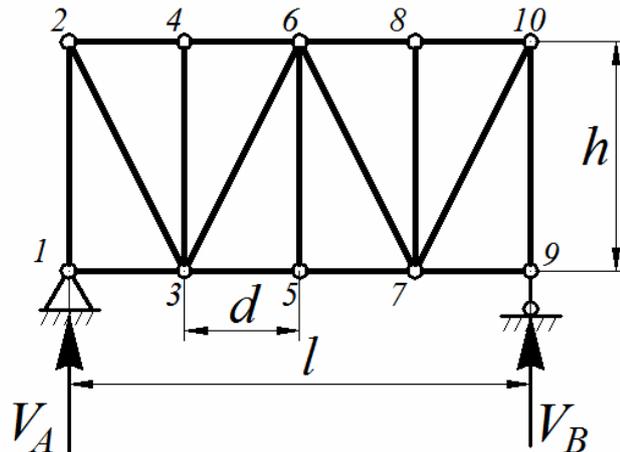
Таким образом, для построения линии влияния  $N_{5-7}$  составим сумму моментов относительно моментной точки 6 для левой и правой отсечённых частей фермы:

$$\sum M_6^{лев} = 0: V_A \cdot 2d - N_{5-7} \cdot h = 0 \quad \text{л.в.} \quad N_{5-7} = \frac{V_A \cdot 2d}{h} = \frac{2d}{h} \cdot V_A$$

$$\sum M_6^{прав} = 0: V_A \cdot 2d - N_{5-7} \cdot h = 0 \quad \text{л.в.} \quad N_{5-7} = \frac{V_A \cdot 2d}{h} = \frac{2d}{h} \cdot V_A$$

Далее полученные значения с учётом знаков откладываются в масштабе соответственно на левой и правой опорах и соединяются с нулями на противоположных опорах (рис. 63а). Внутренняя (заштрихованная) часть является линией влияния усилия  $N_{5-7}$ .

Характерной особенностью линий влияния, построенных с использованием способа моментной точки, является то, что правая и левая ветви пересекаются под моментной точкой.



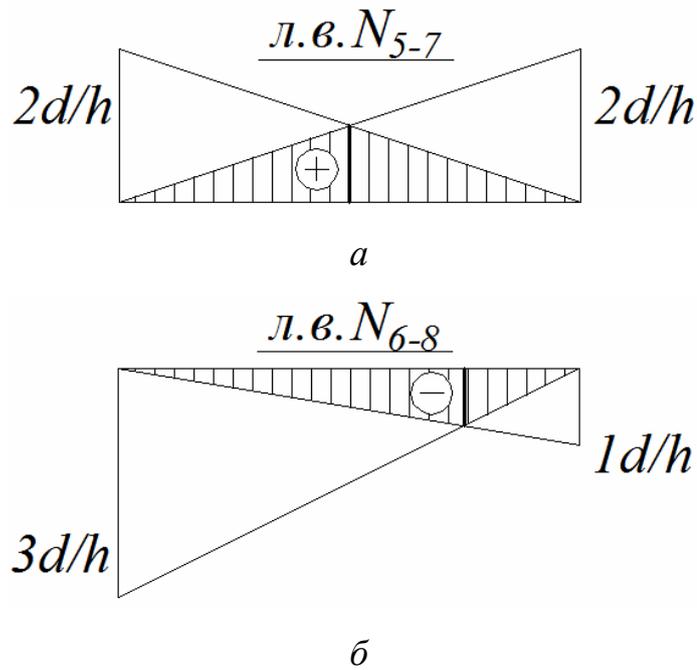


Рис. 63

На рис. 63б показана линия влияния усилия  $N_{6-8}$ , построенная с применением способа моментной точки, находящейся в узле 7.

Для построения линии влияния  $N_{6-7}$  составим сумму проекций на ось  $Y$  всех сил левой и правой отсечённых частей фермы:

$$\sum Y^{лев} = 0: V_A - N_{6-7} \cos \alpha = 0 \qquad N_{6-7} = \frac{V_A}{\cos \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\sum Y^{прав} = 0: V_B + N_{6-7} \cos \alpha = 0 \qquad N_{6-7} = -\frac{V_B}{\cos \alpha} = -\frac{1}{\cos \alpha}$$

Полученные значения с учётом знаков откладываются в масштабе соответственно на левой и правой опорах и соединяются с нулями на противоположных опорах (правая и левая ветви линии влияния). Затем параллельные ветви соединяются передаточной прямой в пределах панели, в которой находится искомый стержень (рис. 64).

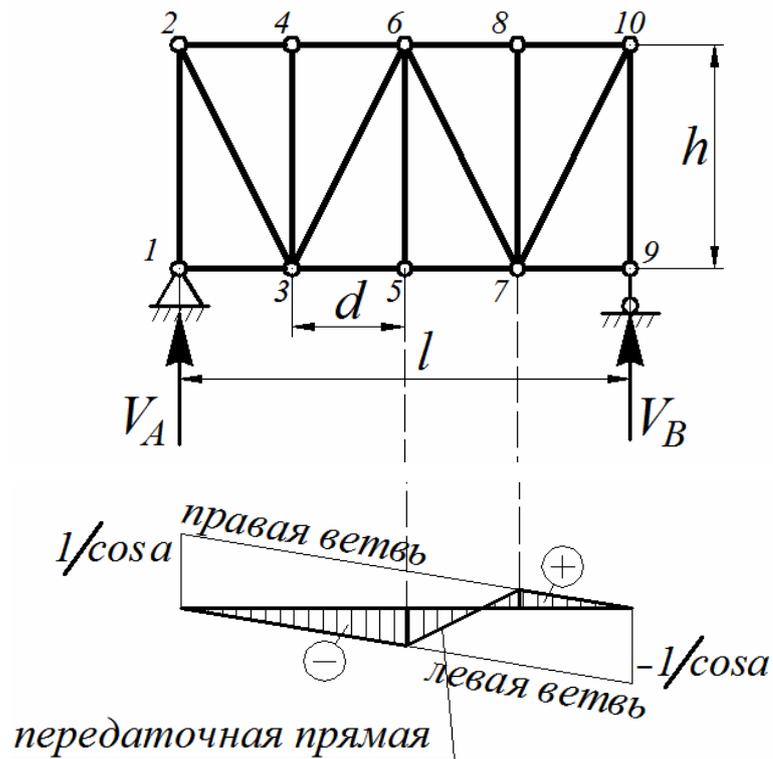


Рис. 64

При построении линии влияния усилия способом вырезания узлов рассматривается два состояния узла: когда единичный груз находится в вырезаемом узле (рис. 65а) и когда единичный груз  $\square$  вне узла (рис. 65б).

Первое состояние (узел загружен единичной силой):

$$\sum Y = 0, N_{5-6} - F = 0, N_{5-6} = F = 1.$$

Второе состояние (единичная сила вне узла):

$$\sum Y = 0, N_{5-6} = 0.$$

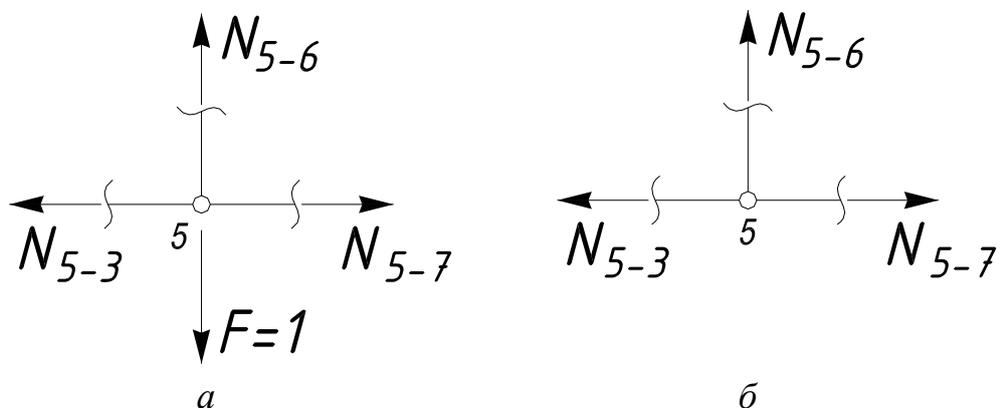


Рис. 65

При построении линии влияния в вырезанном узле откладывается координата +1 в остальных узлах □ нули. Точки соединяются прямыми линиями (рис. 66).

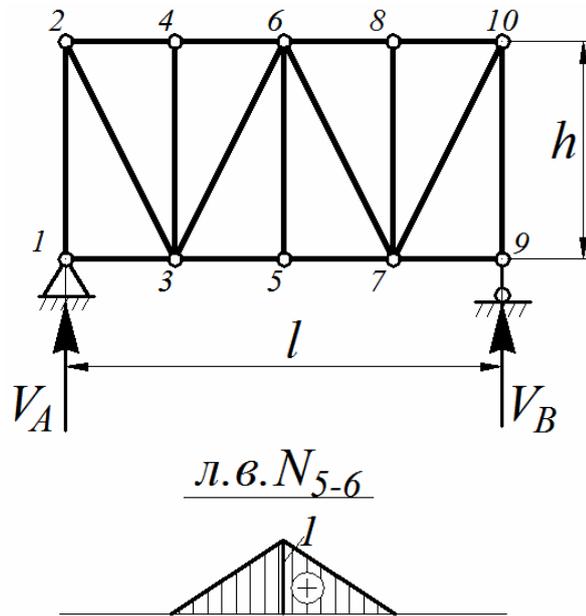


Рис. 66

По линиям влияния опорные реакции и внутренние усилия определяются по формуле  $Z = \sum F \cdot y + \sum q \cdot \omega + \sum M \cdot \operatorname{tg} \varphi$  (см. п. 3.3), в которой используется только первое слагаемое, так как вся внешняя нагрузка на ферму прикладывается в виде сосредоточенных сил. Таким образом,  $Z = \sum (F \cdot y)$ , где  $y$  – ордината линии влияния под сосредоточенной силой.

### 1.7. Шпренгельные фермы. Общие понятия

Статически определимые фермы делят на простые и сложные. Простые фермы могут быть образованы из шарнирного треугольника путём последовательного присоединения узлов (при помощи двух стержней, не лежащих на одной прямой).

Среди многообразия сложных стержневых систем выделяют шпренгельные системы. *Шпренгельная ферма* получается из простой путём замены отдельных стержней верхнего или нижнего пояса фермами, которые называются *шпренгелями*.

На рис. 1,а изображена простая балочная ферма (далее «основная ферма») с параллельными поясами и раскосной решёткой.

На рис. 1,б изображена шпренгельная ферма, у которой шпренгели (треугольная ферма) расположены в верхнем поясе основной фермы. На рис. 1,в шпренгели расположены в нижнем поясе.

Шпренгели опираются на узлы основной фермы. Так, на рис. 1,б узлы основной фермы 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 являются опорами для шпренгелей верхнего пояса, а узлы 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 (рис. 1,в) являются опорами для шпренгелей нижнего пояса.

Все стержни шпренгелей работают только от сосредоточенной нагрузки, приложенной к узлам 2', 4', 6', 8', 10', 12' верхнего пояса (рис. 1,б) или к узлам 1', 3', 5', 7', 9', 11' нижнего пояса (рис. 1,в).

Таким образом, шпренгель воспринимает сосредоточенную вертикальную и передаёт её вертикально в узлы основной фермы.

От нагрузки, приложенной к узлам основной фермы (узлы 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 на рис. 1,б; 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 на рис. 1,в), шпренгели не работают.

На рис. 1,б шпренгели *однорусные*, т.к. нагрузка с верхних узлов шпренгелей (2', 4', 6', 8', 10', 12') передаётся в верхние узлы основной фермы (2, 4, 6, 8, 10, 12, 14).

На рис.1,в шпренгели также *однорусные*, т.к. нагрузка с нижних узлов шпренгелей (1', 3', 5', 7', 9', 11') передаётся в нижние узлы основной фермы (1, 3, 5, 7, 9, 11, 13).

Если же нагрузка будет передаваться с верхних узлов шпренгелей (2', 4', 6', 8', 10', 12' на рис.2) в нижние узлы основной фермы (1, 3, 5, 7, 9, 11, 13) или наоборот, то такой шпренгель называется *двухъярусным*.

По характеру работы в ферме с однорусными шпренгелями различают три категории стержней:

Первая категория – стержни, работающие только в основной ферме. На рис.1,б это стержни нижнего пояса, стойки и нижняя часть раскосов.

Вторая категория – стержни, работающие только в шпренгеле. Они не слились со стержнями основной фермы. На рис.1,б стержни 2'-3', 3'-4, 4'-5', 5'-6 и т.д.

Третья категория – стержни, работающие одновременно в основной ферме и шпренгеле (стержни верхнего пояса и верхняя часть раскосов на рис.1,б). Эти стержни называются сложными.

В ферме с двухъярусными шпренгелями кроме трёх категорий появляются стержни четвертой категории. К ним относятся те стержни основной фермы, усилия в которых различны по величине при расположении нагрузки в верхнем или нижнем поясах. Обычно для таких стержней линии влияния имеют различные передаточные прямые при езде по верхнему и по нижнему поясам.

## 2. РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОЙ ПЛОСКОЙ ФЕРМЫ

### 2.1. Определение усилий в стержнях шпренгельной фермы от действия постоянной нагрузки

Последовательность определения усилий в стержнях шпренгельной фермы от действия постоянной нагрузки такова:

1. Постоянную узловую нагрузку прикладываем в узлах фермы со стороны шпренгеля, в крайних узлах – половину узловой нагрузки.

2. Вычисляем опорные реакции  $H_A$ ,  $V_A$ ,  $V_B$  из уравнений статики

$\sum X = 0 \rightarrow H_A = 0$  – при действии только вертикальной нагрузки.

$\sum M_B = 0 \rightarrow V_A$ .

$\sum M_A = 0 \rightarrow V_B$ .

Проверяем найденные реакции  $V_A$  и  $V_B$  по уравнению  $\sum Y = 0$ .

3. Для определения усилий в стержнях заданной фермы следует разложить ее на простые: основную ферму и шпренгели.

Основная ферма получается из заданной путём удаления шпренгелей. Нагрузку  $F$  с узлов шпренгелей переносим в узлы основной фермы. Тогда к промежуточным узлам основной фермы должна быть приложена нагрузка  $2F$ , а к крайним –  $F$  (рис. 3).

Усилия в стержнях основной фермы (первой категории) и шпренгеля (второй категории) определяем известными способами (моментной точки, проекций, вырезания узлов). Усилия в сложных стержнях (третьей категории) определяются как алгебраическая сумма усилий в стержнях первой и второй категорий:

$$N_{ki}^{III} = N_{ki}^I + N_{ki}^{II}.$$

Процесс вычисления усилий в стержнях всех трех категорий, а также построение их линий влияния подробно рассмотрим на примере.

### **Пример 1**

Дано: шпренгельная ферма (рис. 4),

$$d = 4 \text{ м}, h = 5 \text{ м}, h_1 = 3 \text{ м},$$

постоянная узловая нагрузка  $F = 20 \text{ кН}$ ,

временная узловая нагрузка  $F^{\text{врем}} = 24 \text{ кН}$ .

Необходимо:

1. Определить (аналитически) усилия во всех стержнях заданной панели от действия постоянной нагрузки.
2. Построить линии влияния усилий в этих же стержнях.
3. По линиям влияния определить величины максимальных и минимальных усилий от действия временной нагрузки.
4. Определить максимальные и минимальные значения расчетных усилий во всех стержнях заданной панели (с учётом постоянной нагрузки).

В ферме, представленной на рис.4, стержнями первой категории являются стержни верхнего пояса, стойки и верхняя часть раскосов. Стержнями третьей категории являются стержни нижнего пояса и нижняя часть раскосов.

### **2.2. Аналитический способ определения усилий от действия постоянной нагрузки**

$$\sum X = 0: H_A = 0.$$

$$\sum M_B = 0:$$

$$V_A \cdot 6d - \frac{F}{2} \cdot 6d - F(5,5 + 5 + 4,5 + 4 + 3,5 + 3 + 2,5 + 2 + 1,5 + 1 + 0,5)d = 0.$$

$$V_A = \frac{36F \cdot d}{6d} = 6F = 120 \text{ кН}.$$

$$\sum M_A = 0: V_B \cdot 6F = 120 \text{ кН}.$$

$$\text{Проверка: } \sum Y = 0: V_A - 12F + V_B = 0.$$

$$120 - 12 \cdot 20 + 120 = 0!$$

Для определения усилий в стержнях заданной фермы делим её на основную ферму (рис. 5) и шпренгели (рис. 12).

### 2.2.1. Определение усилий в стержнях основной фермы

**Усилие**  $N_{5-7}^I$

1. Для определения усилия  $N_{5-7}^I$  разрезаем ферму сквозным сечением  $I - I$ . Усилия в разрезанных стержнях направляем от узлов фермы, принимая их растягивающими.

При проведении сечения через ферму для определения внутренних усилий необходимо руководствоваться следующими правилами:

- а) сечение должно разрезать стержень, в котором необходимо найти усилие;
- б) разрез необходимо проводить через три стержня с неизвестными усилиями. В частных случаях разрез можно проводить и через большее количество стержней, если все рассечённые стержни (кроме искомого) пересекаются в одной точке.

Левая отсечённая часть фермы изображена на рис. 6.

2. Усилие  $N_{5-7}^I$  определим способом моментной точки. Моментная точка для искомого стержня находится в узле 8 на пересечении двух других стержней, которые попали в сечение  $I - I$ . Рассматривая равновесие левой отсечённой части, составляем уравнение моментов всех левых сил относительно моментной точки:

$$\sum M_8^{лев} = 0: (V_A - F) \cdot 3d - 2F \cdot 2d - 2F \cdot d - N_{5-7}^I \cdot h = 0.$$

$$N_{5-7}^I = \frac{(6F - F)3d - 4Fd - 2Fd}{h} = \frac{9Fd}{h} = \frac{9 \cdot 20 \cdot 4}{5} = 144 \text{ кН}.$$

Усилие  $N_{5-7}^I$  является растягивающим, т.к. в результате решения уравнения оно получилось со знаком «+».

**Усилие**  $N_{6-8}^I$

1. Усилие  $N_{6-8}^I$  находится в сечении  $I - I$ .

2. Моментная точка для искомого стержня находится в узле 5

$$\sum M_5^{лев} = 0: (V_A - F) \cdot 2d - 2F \cdot d + N_{6-8}^I \cdot h = 0.$$

$$N_{6-8}^I = \frac{2Fd - (6F - F)2d}{h} = -\frac{8Fd}{h} = -\frac{8 \cdot 20 \cdot 4}{5} = -128 \text{ кН.}$$

Усилие  $N_{6-8}^I$  является сжимающим, т.к. в результате решения уравнения оно получилось со знаком «-».

### Усилие $N_{5-8}^I$

1. Усилие  $N_{5-8}^I$  находится в сечении  $I - I$ .

2. Моментная точка для искомого стержня находится в бесконечности, т.к. рассечённые стержни поясов (5-7 и 6-8) параллельны.

Используем способ проекций.

Для получения уравнения с одним неизвестным спроецируем все силы, приложенные к отсечённой части на ось  $Y$ , перпендикулярную двум параллельным обнажённым усилиям  $N_{5-7}^I$  и  $N_{6-8}^I$ .

$$\sum Y^{лев} = 0: V_A - F - 2F - 2F + N_{5-8}^I \cos \alpha = 0.$$

Определим  $\cos \alpha$  из рассмотрения треугольника 6-8-5:

$$\cos \alpha = \frac{h}{\sqrt{h^2 + d^2}} = \frac{5}{\sqrt{5^2 + 4^2}} = 0,7809;$$

$$N_{5-8}^I = \frac{-V_A + 5F}{\cos \alpha} = -\frac{F}{\cos \alpha} = -\frac{20}{0,7809} = -25,6 \text{ кН (стержень сжат).}$$

### Усилие $N_{5-6}^I$

1. Усилие обнажаем, проводя сечение  $II - II$  (рис. 7).

2. Используем способ проекций.

$$\sum Y^{лев} = 0: V_A - F - 2F + N_{5-6}^I = 0;$$

$$N_{5-6}^I = 3F = 60 \text{ кН (стержень растянут).}$$

### Усилие $N_{8-7}^I$

1. Усилие обнажаем, вырезая узел 7.

2. Рассмотрим равновесие узла (рис. 8).

$$\sum Y = 0: 2F - N_{7-8}^I = 0;$$

$$N_{7-8}^I = 2F = 40 \text{ кН (стержень растянут)}.$$

$$\sum X = 0: -N_{5-7}^I + N_{7-9}^I = 0;$$

$$N_{5-7}^I = N_{7-9}^I = 144 \text{ кН (стержень растянут)}.$$

**Усилие**  $N_{3-5}^I$

1. Усилие  $N_{3-5}^I$  находится в сечении  $II - II$ .

2. Моментная точка находится в узле 6

$$\sum M_6^{лев} = 0: (V_A - F) \cdot 2d - 2F \cdot d - N_{3-5}^I \cdot h = 0.$$

$$N_{3-5}^I = \frac{5F \cdot 2d - 2F \cdot d}{h} = \frac{8Fd}{h} = \frac{8 \cdot 20 \cdot 4}{5} = 128 \text{ кН (стержень растянут)}.$$

**Усилие**  $N_{4-6}^I$

1. Проводим сечение  $III - III$  (рис. 9).

2. Моментная точка находится в узле 3.

$$\sum M_3^{лев} = 0: N_{4-6}^I \cdot r_{4-6} + V_A \cdot d - F \cdot d = 0;$$

$$N_{4-6}^I = \frac{F \cdot d - V_A \cdot d}{r_{4-6}} = -\frac{5Fd}{r_{4-6}}.$$

$r_{4-6}$  (плечо усилия  $N_{4-6}^I$ ) найдем из рассмотрения треугольника К-4-3:

$$\cos \beta = \frac{r_{4-6}}{h_{3-4}}; \quad r_{4-6} = h_{3-4} \cdot \cos \beta = 4 \cdot \cos \beta.$$

Определим  $\cos \beta$  из рассмотрения треугольника 2-6-D (рис. 5):

$$\cos \beta = \frac{2d}{\sqrt{(2d)^2 + (h - h_1)^2}} = \frac{8}{\sqrt{8^2 + 2^2}} = 0,97.$$

$$r_{4-6} = 4 \cdot 0,97 = 3,88 \text{ м}.$$

$$N_{4-6}^I = -\frac{5 \cdot 20 \cdot 4}{4 \cdot 0,97} = -\frac{400}{3,88} = -103,09 \text{ кН (стержень сжат)}.$$

**Усилие**  $N_{3-6}^I$

1. Проводим сечение  $III - III$  (рис. 9).

2. Моментная точка находится в т.О. Определим расстояние  $a$  до моментной точки из подобия треугольников 0-2-1 и 0-6-5:

$$\frac{h_1}{a} = \frac{h}{a+2d}; \quad h_1(a+2d) = a \cdot h; \quad a = 3d = 12 \text{ м.}$$

$$\sum M_0^{\text{леб}} = 0: -V_A \cdot a + F \cdot a + 2F(a+d) - N_{3-6}^I \cdot r_{3-6} = 0.$$

$$r_{3-6} \text{ (плечо усилия } N_{3-6}^I \text{) определим из треугольника 0-3-С: } r_{3-6} = 4d \cdot \sin \varphi;$$

$$\sin \varphi \text{ определим из треугольника 3-6-5: } \sin \varphi = \frac{5}{\sqrt{5^2 + 4^2}} = 0,7809.$$

$$r_{3-6} = 4 \cdot 4 \cdot 0,7809 = 12,494 \text{ м.}$$

Окончательно

$$N_{3-6}^I = \frac{-V_A \cdot 3d + F \cdot 3d + 2F \cdot 4d}{r_{3-6}} = -\frac{7Fd}{r_{3-6}} = -\frac{7 \cdot 20 \cdot 4}{12,494} = -44,82 \text{ кН (сжат).}$$

Проверить все ранее найденные усилия можно, используя способ вырезания узлов.

Вырежем узел 6 (рис. 5) и приложим найденные усилия. Если стержень сжат, то стрелку усилия направляем к узлу ( $N_{6-8}^I$ ,  $N_{4-6}^I$ ,  $N_{3-6}^I$ ), если растянут – от узла ( $N_{5-6}^I$ ).

Запишем уравнения равновесия узла:

$$1) \sum X = 0, N_{4-6}^I \cos \beta + N_{3-6}^I \cos \varphi - N_{6-8}^I = 0;$$

$$103,09 \cdot 0,97 + 44,82 \cdot 0,6247 - 128 = 100 + 28 - 128 = 0.$$

$$2) \sum Y = 0, N_{5-6}^I - N_{3-6}^I \sin \varphi - N_{4-6}^I \sin \beta = 0;$$

$$60 - 44,82 \cdot 0,7809 - 103,09 \cdot 0,2425 = 60 - 35 - 25 = 0.$$

Аналогично вырежем узел 5 (рис. 11):

$$1) \sum X = 0, -N_{3-5}^I - N_{5-8}^I \sin \alpha + N_{5-7}^I = 0;$$

$$-128 - 25,61 \cdot 0,6247 + 144 = -128 - 16 - 144 = 0.$$

$$2) \sum Y = 0, N_{5-6}^I - N_{5-8}^I \cos \alpha - 2F = 0;$$

$$60 - 25,61 \cdot 0,7809 - 40 = 60 - 20 - 40 = 0.$$

### 2.2.2. Определение усилий в стержнях основной фермы

Усилия в стержнях шпренгеля третьей панели вычисляются способом вырезания узлов (рис. 12).

$$\text{Опорные реакции } V_5^{II} = V_7^{II} = \frac{F}{2} = 10 \text{ кН.}$$

**Усилие**  $N_{5'-6'}^{II}$

1. Находим усилие, вырезая узел 5' (рис. 13).

2. Из условия равновесия узла

$$\Sigma Y = 0, N_{5'-6'}^{II} - F = 0;$$

$$N_{5'-6'}^{II} = F = 20 \text{ кН (стержень растянут).}$$

**Усилие**  $N_{5-6'}^{II} = N_{7-6'}^{II}$

1. Находим усилие, вырезая узел 5 (рис. 14).

2. Из условия равновесия узла

$$\Sigma Y = 0, V_5^{II} + N_{5-6'}^{II} \cdot \cos \alpha = 0;$$

$$N_{5-6'}^{II} = -\frac{V_5^{II}}{\cos \alpha} = -\frac{10}{0,7809} = -12,81 \text{ кН (сжат).}$$

**Усилие**  $N_{5-5'}^2 = N_{7-5'}^2$

Находим усилие, рассматривая равновесие узла 5 (рис. 14)

$$\Sigma X = 0, N_{5-5'}^2 + N_{5-6'}^2 \cdot \sin \alpha = 0;$$

$$N_{5-5'}^2 = -N_{5-6'}^2 \cdot \sin \alpha = -(-12,81) \cdot 0,6247 = 8 \text{ кН (стержень растянут).}$$

### 2.2.3. Определение усилий в сложных стержнях

$$N_{5-5'}^{III} = N_{5-7}^I + N_{5-5'}^{II} = 144 + 8 = 152 \text{ кН (стержень растянут).}$$

$$N_{5-6'}^{III} = N_{5-8}^I + N_{5-6'}^{II} = -25,61 - 12,81 = -38,42 \text{ кН (стержень сжат)}$$

$$\text{или } N_{5-6'}^{III} = -\frac{F}{\cos \alpha} - \frac{F}{2 \cos \alpha} = -\frac{1,5F}{\cos \alpha} = -38,42 \text{ кН (стержень сжат).}$$

Усилия в стержнях третьей категории также можно определить, проведя сквозное сечение в сложной ферме (рис. 4).

Рассмотрим левую отсечённую часть фермы (рис. 15):

$$\Sigma M_8^{лев} = 0: \left( V_A - \frac{F}{2} \right) \cdot 3d - F \cdot 2,5d - F \cdot 2d - F \cdot 1,5d - F \cdot d - N_{5-5'}^{III} \cdot h = 0;$$

$$N_{5-5'}^{III} = \frac{5,5F \cdot 3d - 7F \cdot d}{h} = \frac{9,5F \cdot d}{h} = \frac{9,5 \cdot 20 \cdot 4}{5} = 152 \text{ кН (стержень растянут).}$$

$$\Sigma Y^{лев} = 0: V_A - \frac{F}{2} - 4F + N_{5-6'}^{III} \cdot \cos \alpha = 0;$$

$$N_{5-6'}^{III} = \frac{-6F + 4,5F}{\cos \alpha} = \frac{-1,5F}{\cos \alpha} = -\frac{1,5 \cdot 20}{0,7809} = -38,42 \text{ кН (стержень сжат).}$$

### 3. ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИЙ ВЛИЯНИЯ УСИЛИЙ В СТЕРЖНЯХ ШПРЕНГЕЛЬНЫХ ФЕРМ

#### 3.1. Общие сведения

Линии влияния – это график, показывающий закон изменения усилия в стержне фермы при движении по ней безразмерного вертикального груза  $F = 1$ .

Рассмотрим построение линий влияния статическим способом.

Усилие в стержне  $N_{ki}$  определим от силы  $F = 1$ , используя те же способы, что и при определении усилий от неподвижной нагрузки (способ моментной точки, способ проекций, способ вырезания узлов). Если стержень относится к основной ферме (стержень первой категории), то линия влияния усилия в нём строится на основании рассмотрения только основной фермы. Для стержня, входящего в состав только шпренгельной фермы (стержень второй категории), линия влияния усилия строится на основании расчёта шпренгеля. Если стержень входит одновременно в состав основной фермы и шпренгеля (сложный стержень третьей категории), то линия влияния в нём строится на основании суммирования ординат линий влияния в стержнях основной фермы и шпренгеля ( $л.в. N_{ki}^{III} = л.в. N_{ki}^I + л.в. N_{ki}^{II}$ ).

На практике, при построении линий влияния усилий в стержнях третьей категории, учёт влияния шпренгельных устройств в большинстве случаев происходит автоматически посредством изменения (уменьшения) границ рассечённой панели.

При использовании статического метода построения линий влияния для опорных реакций балочных ферм ( $V_A, V_B$ ) получаем те же уравнения, что и для балки и, соответственно, такие же линии влияния (рис. 16, б, в).

### 3.2. Построение линий влияния усилий в стержнях основной фермы

#### Линия влияния усилия $N_{5-7}^I$

Для определения закона изменения усилия  $N_{5-7}^I$  разрезаем ферму сквозным сечением  $I-I$  в третьей панели грузового пояса на две части и рассматриваем два случая:

1. Пусть груз  $F = 1$  перемещается **слева** от рассечённой панели 5-7. Рассмотрим равновесие **правой** отсечённой части (т.е. той части, к которой приложено меньше сил) (рис. 16, г). Уравнение равновесия для нахождения искомого усилия запишем, используя способ моментной точки

$$\sum M_8^{прав} = 0: -V_B \cdot 3d + N_{5-7}^I \cdot h = 0; \quad N_{5-7}^I = \frac{3d}{h} \cdot V_B = \frac{3 \cdot 4}{5} \cdot V_B = 2,4V_B.$$

*Л.в.*  $N_{5-7}^I = 2,4$  *л.в.*  $V_B$  – уравнение **левой** ветви  $N_{5-7}^I$ , из которого видно, что она изменяется по закону опорной реакции  $V_B$ , ординаты которой увеличены в 2,4 раза. Строим левую ветвь  $N_{5-7}^I$  и сносим на неё загруженные узлы 1, 3, 5, затем штрихуем между узлами (рис. 16, д).

2. Пусть груз  $F = 1$  находится **справа** от рассечённой панели (правее узла 7). Отбросим правую часть и рассмотрим равновесие **левой** отсечённой части (рис. 16, е):

$$\sum M_8^{лев} = 0: V_A \cdot 3d - N_{5-7}^I \cdot h = 0; \quad N_{5-7}^I = \frac{3d}{h} \cdot V_A = 2,4V_A.$$

*Л.в.*  $N_{5-7}^I = 2,4$  *л.в.*  $V_A$  – уравнение **правой** ветви. Строим правую ветвь, для чего на левой опорной вертикали (под опорой  $A$ ) откладываем вверх ординату 2,4 и соединяем с нулём под опорой  $B$ . На построенную **правую** ветвь сносим правые загруженные узлы (7, 9, 11, 13) и штрихуем между узлами.

При соединении обеих частей линии влияния (рис. 16, д, ж, з) левая и правая ветви, ограничивающие линию влияния  $N_{5-7}^I$ , должны пересечься под моментной точкой 8.

3. При перемещении груза  $F = 1$  между узлами 5 и 7 линия влияния  $N_{5-7}^I$  описывается передаточной прямой, которая соединяет ординату левой ветви под узлом 5 с ординатой правой ветви под узлом 7. В данном случае передаточная прямая сливается с продолжением левой ветви.

С помощью сечения  $I-I$  аналогично строятся *л.в.*  $N_{6-8}^I$  и *л.в.*  $N_{5-8}^I$ .

#### **Линия влияния усилия $N_{6-8}^I$**

1. Пусть груз  $F = 1$  находится **слева** от сечения  $I-I$ . Рассмотрим равновесие правой отсечённой части (рис. 16, г). Узел 5 – моментная точка для стержня 6-8.

$$\sum M_5^{прав} = 0: -V_B \cdot 4d - N_{6-8}^I \cdot h = 0;$$

$$N_{6-8}^I = -\frac{4d}{h} \cdot V_B = -\frac{4 \cdot 4}{5} \cdot V_B = -3,2V_B \text{ – уравнение } \mathbf{\textit{левой}} \text{ ветви } \mathit{л.в.} N_{6-8}^I.$$

Для построения левой ветви линии влияния под опорой  $B$  отложим вниз от оси ординату 3,2 и соединим с нулём под опорой  $A$ .

2. Груз  $F = 1$  находится **справа** от сечения  $I-I$ . Рассмотрим равновесие **левой** отсечённой части (рис. 16, е):

$$\sum M_5^{лев} = 0: V_A \cdot 2d + N_{6-8}^I \cdot h = 0;$$

$$N_{6-8}^I = -\frac{2d}{h} \cdot V_A = -1,6V_A \text{ – уравнение } \mathbf{\textit{правой}} \text{ ветви } \mathit{л.в.} N_{6-8}^I. \text{ Минус в}$$

уравнении определяет, что ординату  $\frac{2d}{h} = 1,6$  необходимо отложить вниз от оси под опорой  $A$ . Соединив эту ординату с нулём под опорой  $B$ , получим правую ветвь *л.в.*  $N_{6-8}^I$ .

После переноса узлов 5 и 7 соответственно на левую и правую ветви *л.в.*  $N_{6-8}^I$ , соединив ординаты под этими узлами прямой линией, получим передаточную прямую, которая в данном случае сливается с продолжением правой ветви. Полная линия влияния  $N_{6-8}^I$  представлена на рис. 17, а.

#### **Линия влияния усилия $N_{5-8}^I$**

1. Пусть груз  $F = 1$  находится **слева** от сечения  $I - I$ . Моментная точка для стержня 5-8 находится в бесконечности (рис. 16, г). Уравнение равновесия **правой** отсечённой части записывается согласно способу проекций

$$\sum Y^{прав} = 0: V_B - N_{5-8}^I \cdot \cos \alpha = 0;$$

$$N_{5-8}^I = \frac{1}{\cos \alpha} \cdot V_B = \frac{1}{0,7809} \cdot V_B = 1,28 V_B - \text{уравнение левой ветви.}$$

Под опорой  $B$  вверх от оси откладываем ординату  $\frac{1}{\cos \alpha} = 1,28$  и соединяем с нулём под опорой  $A$ . На построенную таким образом левую ветвь линии влияния  $N_{5-8}^I$  сносим левые загруженные узлы (1, 3, 5).

2. Пусть груз  $F = 1$  находится **справа** от сечения  $I - I$ . Рассмотрим равновесие **левой** отсечённой части (рис. 16, е):

$$\sum Y^{лев} = 0: V_A + N_{5-8}^I \cdot \cos \alpha = 0,$$

$$\text{откуда } N_{5-8}^I = -\frac{1}{\cos \alpha} \cdot V_A = 1,28 V_A - \text{уравнение правой ветви.}$$

Под опорой  $A$  вниз от оси линии влияния отложим ординату  $\frac{1}{\cos \alpha} = 1,28$  и соединим с нулём под опорой  $B$ . На построенную таким образом правую ветвь сносим правые загруженные узлы (7, 9, 11, 13).

Так как моментная точка находится в бесконечности, левая и правая ветви линии влияния всегда должны быть параллельны.

3. Вершины ординат рассечённой панели соединим передаточной прямой (ординату левой ветви под узлом 5 с ординатой правой ветви под узлом 7). Окончательная линия влияния  $N_{5-8}^I$  показана на рис. 17, б.

Контроль правильности построения линии влияния раскоса: *передаточная прямая линии влияния раскоса всегда должна пересекать направление раскоса.*

### Линия влияния усилия $N_{5-6}^I$

Для построения л.в.  $N_{5-6}^I$  разрезаем ферму сквозным сечением  $II-II$  во второй панели грузового пояса и в третьей панели верхнего пояса на две части (рис. 17, в, г).

1. Пусть груз  $F=1$  находится **слева** от сечения  $II-II$ . Моментная точка для стержня 5-6 находится в бесконечности.

$$\sum Y^{прав} = 0: V_B + N_{5-6}^I = 0; N_{5-6}^I = -V_B = -1 \cdot V_B - \text{уравнение левой ветви.}$$

На построенную левую ветвь сносим левые загруженные узлы 1, 3 (так как рассечённая панель грузового пояса находится между узлами 3 и 5).

2. Пусть груз  $F=1$  находится **справа** от сечения  $II-II$ .

$$\sum Y^{лев} = 0: V_A - N_{5-6}^I = 0; N_{5-6}^I = 1 \cdot V_A - \text{уравнение правой ветви.}$$

На построенную правую ветвь сносим правые загруженные узлы 5, 7, 9, 11, 13.

3. Вершины ординат рассечённой панели соединяем передаточной прямой. Окончательная линия влияния усилия  $N_{5-6}^I$  изображена на рис. 17, д.

Примечания:

- пояс фермы, в узлы которого при узловой передаче нагрузки груз  $F=1$  передаёт свои давления, называется грузовым (обозначается на чертеже дополнительной пунктирной линией);
- если рассечённая панель наклонная (т.е. проекции верхних узлов не совпадают с нижними узлами), то при построении линий влияния различают случаи **езда поверху** и **езда понизу** в зависимости от того, какой из поясов является грузовым.

Линия влияния усилия  $N_{7-8}^I$  строится способом вырезания узлов. Вырезаем узел 7 замкнутым сечением, которое разрезает третью и четвертую панели грузового пояса фермы. Как и ранее, рассмотрим два случая положения груза (рис. 18).

1. Пусть груз  $F = 1$  находится в узле 7 (рис. 18, а). Из условия равновесия вырезанного узла найдём  $N_{7-8}^I$ .

$$\sum Y = 0: N_{7-8}^I - F = 0; N_{7-8}^I = F = 1.$$

2. Пусть груз  $F = 1$  находится во всех других узлах грузового пояса, кроме узла 7, т.е. узлы 1, 3, 5, 9, 11, 13 (рис. 18, б).

$\sum Y = 0: N_{7-8}^I = 0$ , следовательно, линия влияния  $N_{7-8}^I$  в этом случае будет нулевой.

На базисной прямой откладываем под узлом 7 ординату, равную 1, и, соединив её вершину двумя передаточными прямыми с нулевыми ординатами под узлами 5 и 9, получим линию влияния  $N_{7-8}^I$  (рис. 17, е).

### **Линия влияния усилия $N_{4-6}^I$**

1. Пусть груз  $F = 1$  находится слева от сечения  $III - III$ . Моментная точка для стержня 4-6 находится в узле 3 (рис. 19, а).

$$\sum M_3^{прав} = 0: -V_B \cdot 5d - N_{4-6}^I \cdot r_{4-6} = 0;$$

$$N_{4-6}^I = -\frac{5d}{r_{4-6}} \cdot V_B = -\frac{5 \cdot 4}{3,88} \cdot V_B = -5,155 V_B \text{ — уравнение левой ветви.}$$

2. Груз  $F = 1$  находится справа от сечения  $III - III$  (рис. 19, б).

$$\sum M_3^{лев} = 0: V_A \cdot d + N_{4-6}^I \cdot r_{4-6} = 0;$$

$$N_{4-6}^I = -\frac{d}{r_{4-6}} \cdot V_A = -\frac{4}{3,88} \cdot V_A = -1,031 V_A \text{ — уравнение правой ветви.}$$

Окончательная линия влияния усилия  $N_{4-6}^I$  представлена на рис. 19, в.

### **Линия влияния усилия $N_{3-6}^I$**

1.  $F = 1$  слева от сечения  $III - III$ . Моментная точка для стержня 3-6 находится в точке 0 (рис. 19, а).

$$\sum M_0^{прав} = 0: -V_B (a + 6d) + N_{3-6}^I \cdot r_{3-6} = 0;$$

$$N_{3-6}^I = \frac{a + 6d}{r_{3-6}} \cdot V_B = \frac{9 \cdot d}{r_{3-6}} \cdot V_B = \frac{9 \cdot 4}{12,494} \cdot V_B = 2,881 V_B \text{ — уравнение левой ветви.}$$

2.  $F = 1$  справа от сечения  $III - III$  (рис. 19, б).

$$\sum M_0^{лев} = 0: -V_A \cdot a - N_{3-6}^I \cdot r_{3-6} = 0;$$

$$N_{3-6}^I = -\frac{a}{r_{3-6}} \cdot V_A = -\frac{3 \cdot 4}{12,494} \cdot V_A = -0,96 V_A - \text{уравнение правой ветви.}$$

3. Вершины ординат рассечённой панели соединяем передаточной прямой (рис. 19, г).

### 3.3. Построение линий влияния усилий в стержнях шпренгеля

Рассмотрим шпренгель третьей панели (рис. 20, а). Усилия во всех стержнях шпренгеля вычисляются способом вырезания узлов от  $F=1$ , приложенной к узлу шпренгеля 5' (при отсутствии в узле нагрузки шпренгель не работает).

$$\text{Опорные реакции } V_5^II = V_7^II = \frac{1}{2}.$$

**Линия влияния усилия  $N_{5'-6'}$**

Вырезаем узел 5' (рис. 20, б) замкнутым сечением и составляем условие равновесия на вертикальную ось  $Y$ :

$$\sum Y = 0: N_{5'-6'}^II - 1 = 0; N_{5'-6'}^II = 1.$$

Полученную единичную ординату откладываем вверх под узлом 5' и соединяем с нулевыми ординатами под опорными узлами 5 и 7 (рис. 20, в).

**Линия влияния усилия  $N_{6'-7}$**

Вырезаем узел 7 замкнутым сечением и составляем условие равновесия на вертикальную ось  $Y$  (рис. 20, г):

$$\sum Y = 0: N_{6'-7}^II \cdot \cos \alpha + V_7^II = 0; N_{6'-7}^II = -\frac{1}{2 \cos \alpha} = -\frac{1}{2 \cdot 0,7809} = -0,64.$$

Если  $F=1$  находится вне узла 5', то  $N_{6'-7}^II = 0$ . Ординату 0,64 откладываем вниз под узлом 5' и соединяем с нулевыми ординатами под опорными узлами 5 и 7 (рис. 20, д).

**Линия влияния усилия  $N_{5'-7}$**

В вырезанном узле 7 составляем условие равновесия на горизонтальную ось  $X$  (рис. 20, г):

$$\Sigma X = 0 : N_{5'-7}'' + N_{6'-7}'' \cdot \sin \alpha = 0 ;$$

$$N_{5'-7}'' = -N_{6'-7}'' \cdot \sin \alpha = -\left(-\frac{1}{2 \cos \alpha}\right) \cdot \sin \alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2} = 0,4.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{2,5} = 0,8.$$

Линия влияния  $N_{5'-7}'' = \text{л.в.} N_{5-5'}''$  показана на рис. 20,е.

### 3.4. Построение линий влияния усилий в сложных стержнях шпренгельной фермы

**Линия влияния усилия  $N_{5-5'}'''$**

Стержень  $5-5'$  относится к третьей категории, а из частных случаев равновесия узлов следует, что  $N_{5-5'}''' = N_{5'-7}'''$ .

$$\text{Л.в.} N_{5-5'}''' = \text{л.в.} N_{5-7}^I + \text{л.в.} N_{5-5'}''.$$

Линию влияния  $N_{5-5'}'''$  получим, алгебраически сложив ординаты линий влияния в стержнях основной фермы и шпренгеля (рис. 21, а). При этом шпренгель изменяет очертания линии влияния основной фермы только в пределах одной панели. Перерезанной сечением  $I-I$  панелью грузового пояса является панель  $5-5'$ . Для построения передаточной прямой линии влияния  $N_{5-5'}'''$  соединим ординату правой ветви под узлом  $5'$  с ординатой левой ветви под узлом 5.

Аналогично строятся линии влияния усилий  $N_{5-6'}'''$ ,  $N_{3-4'}'''$ ,  $N_{3-3'}'''$  (рис. 21, б, в, г).

$$\text{Л.в.} N_{5-6'}''' = \text{л.в.} N_{5-8}^I + \text{л.в.} N_{5-6'}'' ;$$

$$\text{л.в.} N_{3-4'}''' = \text{л.в.} N_{3-6}^I + \text{л.в.} N_{3-4'}'' ;$$

$$\text{л.в.} N_{3-3'}''' = \text{л.в.} N_{3-5}^I + \text{л.в.} N_{3-3'}'' .$$

#### 4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ УСИЛИЙ ОТ ВРЕМЕННОЙ НАГРУЗКИ

Величины максимальных ( $N_{ki}^{\max}$ ) и минимальных ( $N_{ki}^{\min}$ ) усилий от временной нагрузки вычисляются по линиям влияния.

При действии на ферму системы сосредоточенных сил определение усилий в стержнях с помощью линий влияния производится по формуле

$$N_{ki} = \sum_{i=1}^n F_i y_i,$$

где  $F_i$  – сосредоточенная сила или узловая нагрузка;

$y_i$  – ордината линии влияния усилия  $N_{ki}$  под сосредоточенной силой  $F_i$ .

Для определения  $N_{ki}^{\max}$  необходимо временной узловой нагрузкой загрузить положительную область линии влияния, для вычисления  $N_{ki}^{\min}$  – отрицательную область линии влияния.

Вычисления  $N_{ki}^{\max}$ ,  $N_{ki}^{\min}$  выполним для восьми стержней заданной панели. Рассмотрим стержни третьей панели.

$$N_{6-8}^{\max} = 0;$$

$$N_{6-8}^{\min} = -2F^{\text{врем}} [0,53(3) + 1,06(6) + 0,8 + 0,53(3) + 0,26(6)] = -2 \cdot 24 \cdot 3,2 = -153,6 \text{ кН.}$$

$$N_{7-8}^{\max} = 2F^{\text{врем}} \cdot 1 = 2 \cdot 24 \cdot 1 = 48 \text{ кН;}$$

$$N_{7-8}^{\min} = 0.$$

$$N_{5-6}^{\max} = 2F^{\text{врем}} [0,66(6) + 0,5 + 0,33(3) + 0,16(6)] = 80 \text{ кН;}$$

$$N_{5-6}^{\min} = -2F^{\text{врем}} \cdot 0,16(6) = -8 \text{ кН.}$$

$$N_{6'-8}^{\max} = N_{5-8}^{I(\max)} = 2F^{\text{врем}} [0,21(3) + 0,42(6)] = 30,72 \text{ кН;}$$

$$N_{6'-8}^{\min} = N_{5-8}^{I(\min)} = -2F^{\text{врем}} [0,64 + 0,42(6) + 0,21(3)] = -61,44 \text{ кН.}$$

$$N_{6'-7}^{\max} = 0;$$

$$N_{6'-7}^{\min} = F^{\text{врем}} (-0,64) = 24 \cdot (-0,64) = -15,36 \text{ кН.}$$

$$N_{5'-6'}^{\max} = F^{\text{врем}} \cdot 1 = 24 \cdot 1 = 24 \text{ кН;}$$

$$N_{5'-6'}^{\min} = 0.$$

$$N_{5-5'}^{\max} = F^{epem} [0,2 + 0,4 + 0,6 + 0,8 + 1,4 + 1,2 + 1 + 0,8 + 0,6 + 0,4 + 0,2] = 24 \cdot 7,6 = \\ = 182,4 \text{ кН};$$

$$N_{5-5'}^{\min} = 0.$$

$$N_{5-6'}^{\max} = F^{epem} [0,10(6) + 0,21(3) + 0,32 + 0,42(6)] = 25,6 \text{ кН};$$

$$N_{5-6'}^{\min} = -F^{epem} [0,75 + 0,64 + 0,53(3) + 0,42(6) + 0,32 + 0,21(3) + 0,10(6)] = -71,76 \text{ кН}.$$

## 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНЫХ И МИНИМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ РАСЧЕТНЫХ УСИЛИЙ ВО ВСЕХ СТЕРЖНЯХ ЗАДАННОЙ ПАНЕЛИ (С УЧЕТОМ ПОСТОЯННОЙ НАГРУЗКИ)

Максимальное расчётное усилие равно алгебраической сумме усилий от постоянной нагрузки и максимального усилия от временной, т.е.

$$N_{ki(\text{расч})}^{\max} = N_{ki} + N_{ki(\text{врем})}^{\max}.$$

Минимальное расчётное усилие равно алгебраической сумме усилий от постоянной нагрузки и минимального усилия от временной, т.е.

$$N_{ki(\text{расч})}^{\min} = N_{ki} + N_{ki(\text{врем})}^{\min}.$$

Результаты вычислений сведены в таблицу 1.

Таблица 1

Категория	№ стержня	Усилие от постоянной нагрузки, кН	Усилия от временной нагрузки, кН		Расчётные усилия, кН	
			max	min	max	min
I	6-8	-128	0	-153,6	-128	-281,6
	8-7	40	48	0	88	40
	5-6	60	80	-8	140	52
	6'-8	-25,61	30,72	-61,44	5,11	-87,05
II	6'-7	-12,81	0	-15,36	-12,81	-28,17
	6'-5'	20	24	0	44	20
III	5-6'	-38,42	25,6	-71,76	-12,82	-110,18
	5-5'	152	182,4	0	334,4	152

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дарков, А. В.* Строительная механика : учебник. — 9-е изд. испр. / А. В. Дарков, Н. Н. Шапошников. — СПб. : Издательство «Лань», 2004.
2. *Анохин, Н. Н.* Строительная механика в примерах и задачах. Часть I. Статически определимые системы: Учебное пособие. 2-е издание / Н. Н. Анохин. — М. : Издательство Ассоциации строительных вузов, 2007.
3. *Лейзерович, Л. А.* Расчёт шпренгельной статически определимой фермы : методические указания / Л. А. Лейзерович. — Волгоград: ВолГИСИ, 1986.
4. *Никонова, Г. А.* Контрольные задания по строительной механике для студентов-заочников: Методические указания / Г. А. Никонова, Г. Г. Шкода. — Волгоград : ВолГИСИ, 1990.

Публикуется в авторской редакции

Минимальные систем. требования:  
PC 486 DX-33; Microsoft Windows XP; Internet Explorer 6.0; Adobe Reader 6.0.

Подписано в свет 12.12.2018  
Гарнитура «Таймс». Уч.-изд. л. 0,73. Объем данных 0,45 Мбайт.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Волгоградский государственный технический университет»  
400074, Волгоград, ул. Академическая, 1  
<http://www.vgasu.ru>, [info@vgasu.ru](mailto:info@vgasu.ru)