

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Волгоградский государственный технический университет**

# **ОСНОВЫ КИНЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
по методике проведения**

*Сост. С. С. Рекунов, Г. В. Воронкова*

**Волгоград. ВолгГТУ. 2018**

**© Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего образования  
«Волгоградский государственный  
технический университет», 2018**

**Основы** кинематического анализа [Электронный ресурс] : методические указания по методике проведения / М-во науки и высшего образования Рос. Федерации, Волгогр. гос. технич. ун-т ; сост. С. С. Рекунов, Г. В. Воронкова. — Электронные текстовые и графические данные (0,4 Мбайт). — Волгоград : ВолгГТУ, 2018. — Учебное электронное издание сетевого распространения. — Систем. требования: PC 486 DX-33; Microsoft Windows XP; Internet Explorer 6.0; Adobe Reader 6.0. Официальный сайт Волгоградского государственного технического университета. Режим доступа: <http://www.vgasu.ru/publishing/on-line/> — Загл. с титул. экрана.

Изложена методика проведения кинематического анализа численным и аналитическим способами. Рассмотрены вопросы геометрической неизменяемости и мгновенной изменяемости. Приведены формулы определения степени свободы.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Основные понятия строительной механики.....	4
2. Термины и определения.....	10
3. Правила сборки геометрически неизменяемых систем.....	12
4. Примеры решения задач.....	14
Библиографический список.....	17

## 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ

**Строительная механика** — это наука, которая занимается исследованием напряженно-деформированного состояния конструкций и сооружений различного назначения.

Все сооружения, рассчитываемые в курсе строительной механики, заменяются их схемами.

**Расчетная схема** — упрощенное представление конструкции или сооружения, сохраняющее его основные свойства.

При формировании расчетной схемы сооружения производятся следующие преобразования: стержни заменяются осевыми линиями, реальные узловые соединения — идеальными шарнирами, реальные опорные устройства — идеальными связями.

### Классификация расчетных схем:

1. Стержни (размеры поперечного сечения малы по сравнению с длиной) (рис. 1 *а, б*).

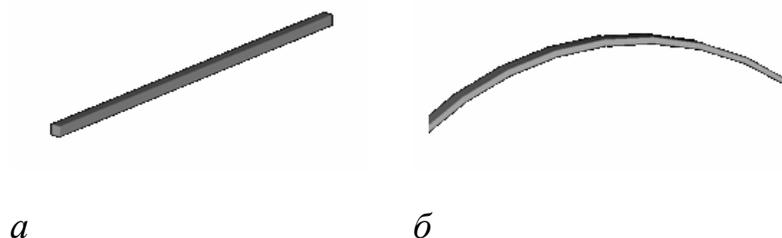


Рис. 1

2. Стержневые системы.

3. Плиты и оболочки (толщина несоизмеримо мала по сравнению с шириной и длиной) (рис. 2 *а, б*);

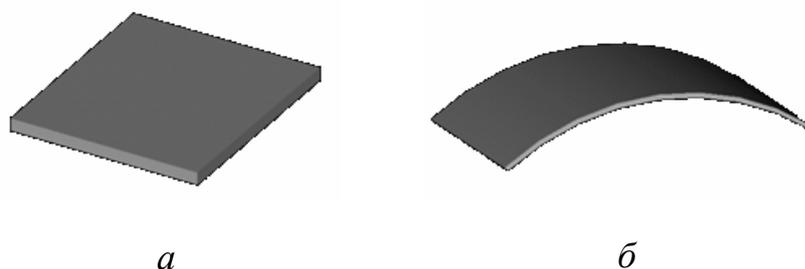


Рис. 2

4. Массивы (все три размера соизмеримы) (рис. 3).

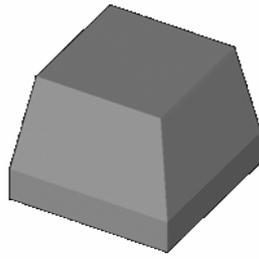


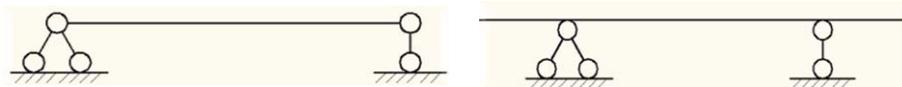
Рис. 3.

**Виды стержневых систем:**

1. Балки: консольные (рис. 4), однопролетные (рис. 5 *а, б*), многопролетные (рис. 6), неразрезные (рис. 7).



Рис. 4.



*а*

*б*

Рис. 5



Рис. 6



Рис. 7

2. Фермы:

по назначению: покрытия (рис. 8), мостовые (рис. 9), мачтовые (рис. 10);

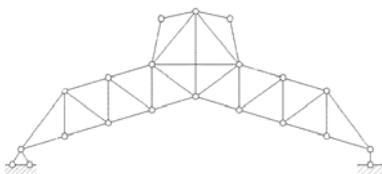


Рис. 8

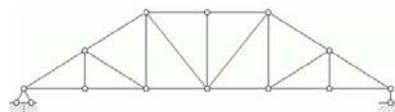


Рис. 9

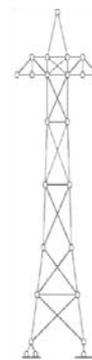


Рис. 10

по характеру очертания: с параллельными поясами (рис. 11), треугольные (рис. 12), трапециевидные (рис. 13);

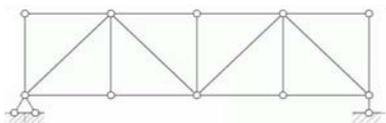


Рис. 11

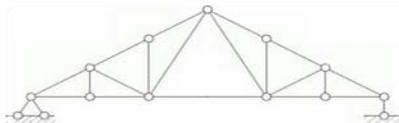


Рис. 12

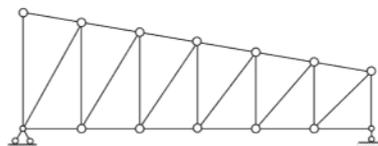


Рис. 13

по типу решетки: раскосные (рис. 8—13), безраскосные (рис. 14), ромбические (рис. 15), шпренгельные (рис. 16);

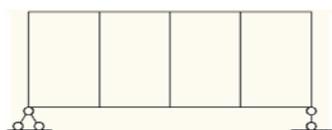


Рис. 14

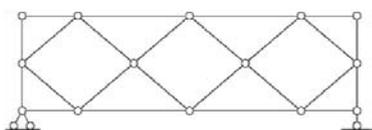


Рис. 15

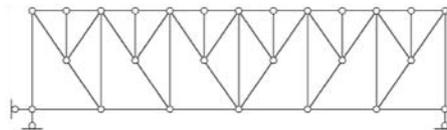


Рис. 16

по типу опирания: балочные (рис. 17), консольные (рис. 18), распорные (рис. 19);

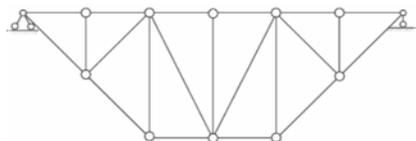


Рис. 17

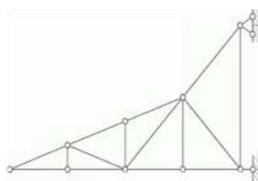


Рис. 18

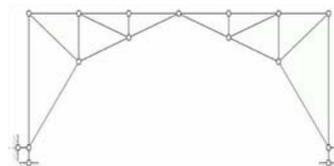


Рис. 19

по виду езды: по верху (рис. 19), по низу (рис. 20), по середине (рис. 21).

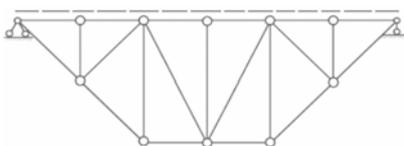


Рис. 20

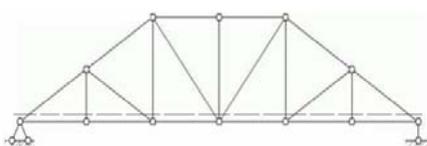


Рис. 21

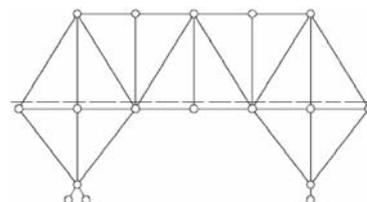


Рис. 22

### 3. Арки:

по количеству шарниров: трехшарнирные (рис. 23), двухшарнирные (рис. 24), одношарнирные (рис. 25), бесшарнирные (рис. 26);

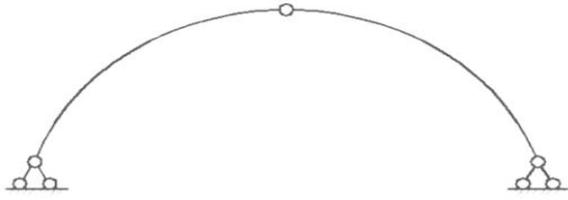


Рис. 23

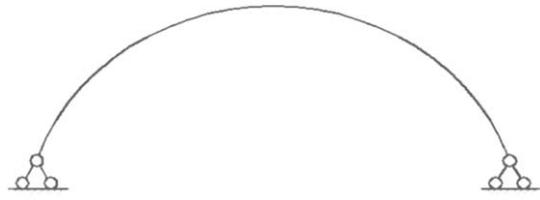


Рис. 24

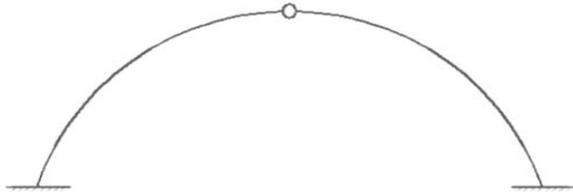


Рис. 25

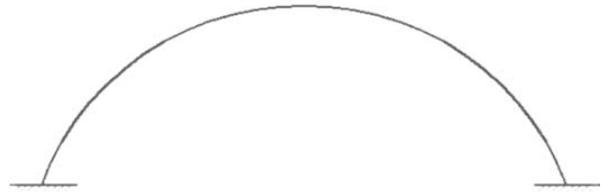


Рис. 26

по наличию затяжки: без затяжки (рис. 23—26), с затяжкой на уровне опор (рис. 27), с затяжкой выше опор (рис. 28).

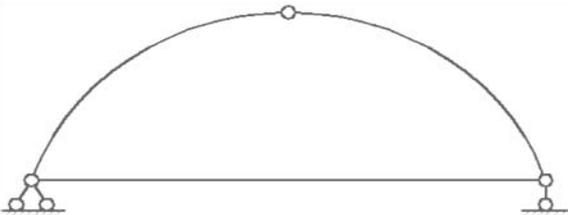


Рис. 27

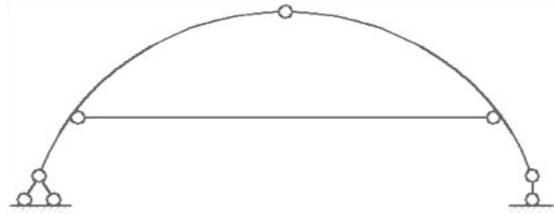
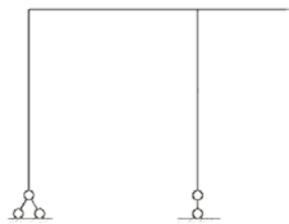


Рис. 28

### 4. Рамы:

однодисковые (рис. 28 а, б); распорные (рис. 29); многодисковые (рис. 30).



а



б

Рис. 28

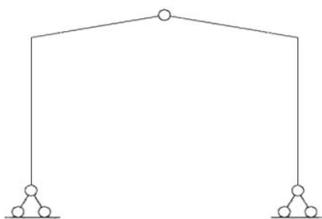


Рис. 29

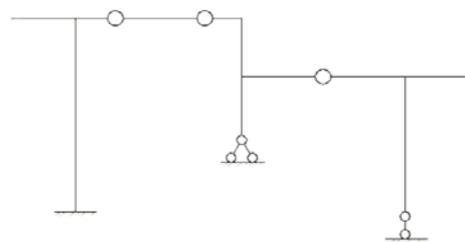


Рис. 30

### Типы опор:

1. Шарнирно-подвижная. Возникает одна реакция: вертикальная или горизонтальная (рис. 31);

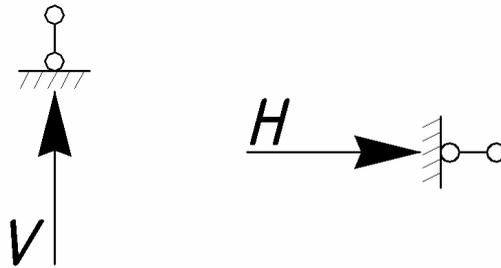


Рис. 31

2. Шарнирно-неподвижная. Возникают одновременно две реакции: вертикальная и горизонтальная (рис. 32);

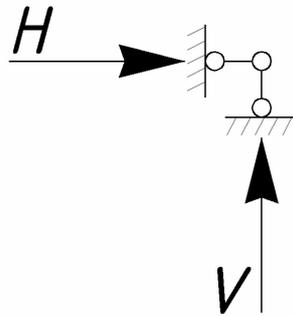


Рис. 32

3. Жесткая заделка. Возникают одновременно три реакции: вертикальная, горизонтальная и опорный момент (рис. 33).

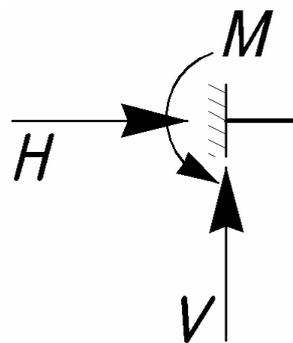


Рис. 33

### Виды нагрузок:

1) сосредоточенная сила (кН) (рис. 34);

2) равномерно-распределенная нагрузка (кН/м) (рис. 35);

3) сосредоточенный момент (кНм) (рис. 36).



Рис. 34



Рис. 35

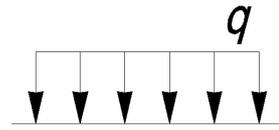


Рис. 36

## 2. ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Уровень сложности и точность расчета в большой степени зависит от выбора расчетной схемы сооружения, при формировании которой используются определенные допущения и гипотезы, лежащие в основе дальнейшего расчета исследуемого сооружения.

При анализе расчетных схем сооружений используются следующие понятия: степень свободы, геометрическая неизменяемость, диск, шарнир, кинематическая связь и другие.

Любая строительная конструкция или сооружение как системы, состоящие из отдельных конструктивных элементов, способны воспринимать внешние нагрузки и воздействия только в том случае, когда они сохраняют свою форму и положение. Таким образом, рассчитываемое сооружение должно быть геометрически неизменяемым и неподвижным. Подвижность сооружения характеризуется его степенью свободы.

**Степень свободы** — количество независимых геометрических параметров, характеризующих положение элементов сооружения на плоскости или в пространстве.

**Геометрически неизменяемыми** называются такие сооружения, форма которых может изменяться только путем деформации их составных элементов.

**Геометрически изменяемыми** называются такие сооружения, форма которых может изменяться без деформации их составных элементов (механизм).

**Мгновенно изменяемыми** называются сооружения, допускающие без деформации только бесконечно малые смещения составных элементов.

**Диск** — любая геометрически неизменяемая система, в том числе земля. Диск имеет на плоскости три степени свободы: он может перемещаться в двух направлениях, а также поворачиваться относительно любой точки. Для обеспечения неподвижности диска на него необходимо наложить три связи.

**Кинематическими связями** чаще всего являются опорные стержни и шарниры. Стержень лишает диск одной степени свободы, запрещая перемещение диска в направлении стержня. Шарнир лишает диск двух степеней свободы, препятствуя перемещаться диску в двух направлениях, оставляя возможность углового смещения.

**Шарнир** — устройство, соединяющее диски между собой. Шарниры могут быть простыми и кратными.

**Простой шарнир** (цилиндрический) соединяет два диска (рис. 37).

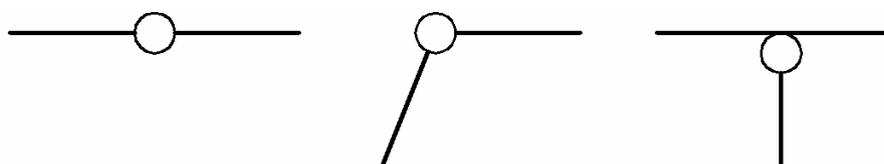


Рис. 37

**Кратный** (сложный) шарнир соединяет более двух дисков (рис. 38). Кратность шарнира подсчитывается по формуле

$$\text{Ш} = n - 1, \quad 2.1$$

где  $n$  — количество соединяемых дисков.

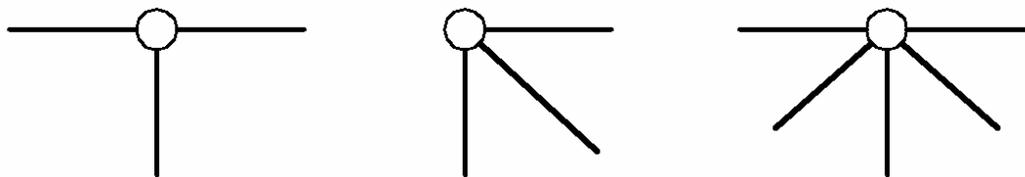


Рис. 38

Степень свободы любой стержневой системы ( $C_C$ ) подсчитывается по формуле

$$C_C = 3Д - 2\text{Ш} - C_{\text{оп}}, \quad 2.2$$

где  $Д$  — количество дисков;  $\text{Ш}$  — количество простых шарниров;  $C_{\text{оп}}$  — количество реакций в опорных стержнях системы.

Степень свободы фермы подсчитывается по формуле

$$C_C = 2У - C_\phi - C_{\text{оп}}, \quad 2.3$$

где  $У$  — количество узлов фермы (включая опорные),  $C_\phi$  — количество всех стержней фермы,  $C_{\text{оп}}$  — количество реакций, возникающих в опорных стержнях.

Если  $C_C > 0$ , связей недостаточно, система геометрически изменяема (обладает подвижностью).

Если  $C_C = 0$ , связей достаточно, система статически определима.

Если  $C_C < 0$ , система обладает избыточными связями, статически неопределима.

Полный кинематический анализ проводится только во втором и третьем случаях. Систему можно считать пригодной для безопасной эксплуатации только в случае правильного расположения связей, при этом особое значение имеет правильность образования геометрически неизменяемых систем.

### 3. ПРАВИЛА СБОРКИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕИЗМЕНЯЕМЫХ СИСТЕМ

**Правило 1.** Два диска соединяются между собой при помощи трех стержней, не параллельных и не пересекающихся в одной точке (рис. 38).

Примечание: оси всех трех стержней не должны быть параллельны, оси всех трех стержней не должны пересекаться в одной точке.

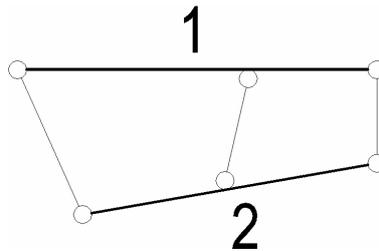


Рис. 38

Соединение дисков параллельными стержнями приводит к образованию геометрически изменяемой системы, обладающей подвижностью (рис. 39)

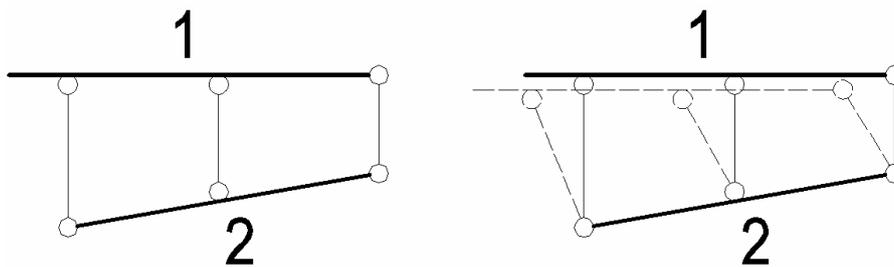


Рис. 39

Соединение дисков тремя стержнями, оси которых пересекаются в одной точке, приводит к образованию мгновенного центра вращения в этой точке — мгновенно изменяемой системы (рис. 40).

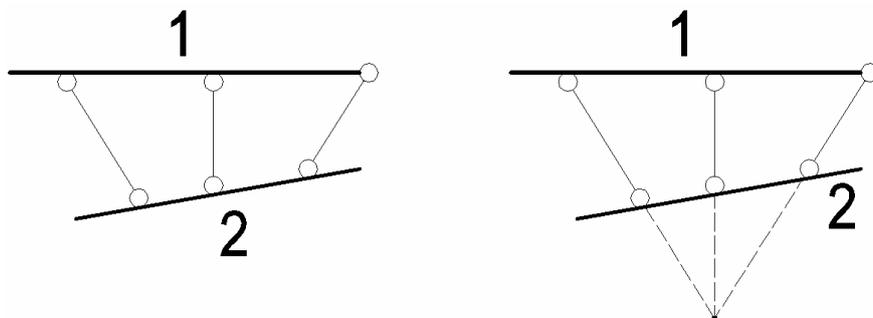


Рис. 40

**Правило 2.** Два диска соединяются между собой при помощи простого шарнира и стержня, при этом ось стержня не должна проходить через шарнир (рис. 41).

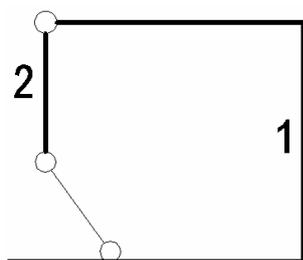


Рис. 41

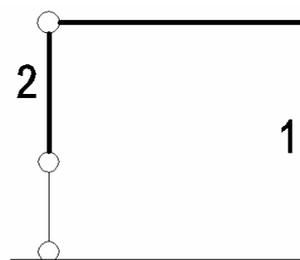


Рис. 42

Если ось стержня проходит через шарнир, образуется мгновенно изменяемая система (рис. 42).

**Правило 3.** Три диска соединяются между собой при помощи трех шарниров, не лежащих на одной прямой (рис. 43).

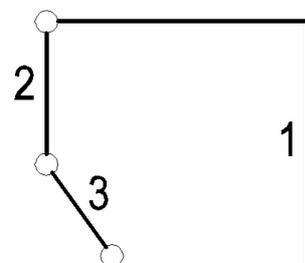


Рис. 43

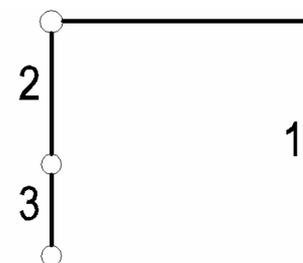


Рис. 44

Соединение дисков шарнирами, лежащими на одной прямой, приводит к образованию мгновенно изменяемой системы (рис. 44)

**Правило 4 (частный случай Правила 3).** Три диска соединяются между собой при помощи трех пар стержней, при этом точки пересечения в этих парах не должны лежать на одной прямой (рис. 45).

**Правило 5.** Любой узел можно присоединить к диску при помощи двух стержней, не лежащих на одной прямой (рис. 46).

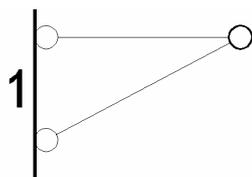


Рис. 45

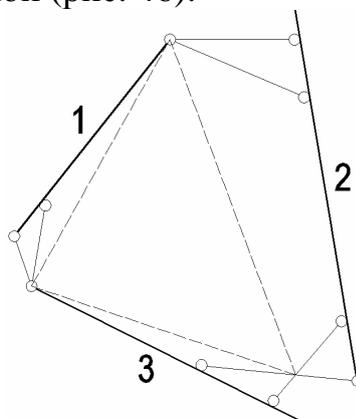
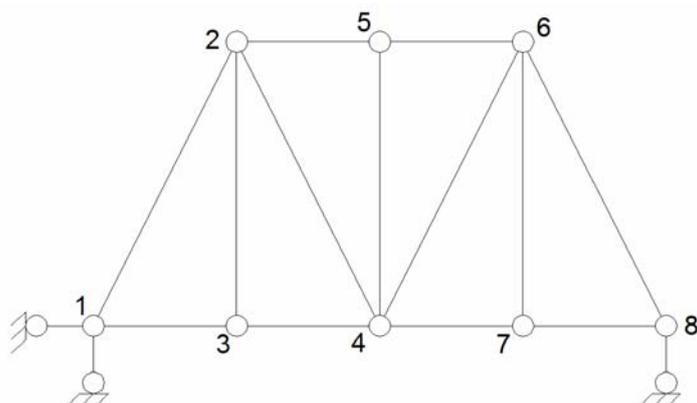
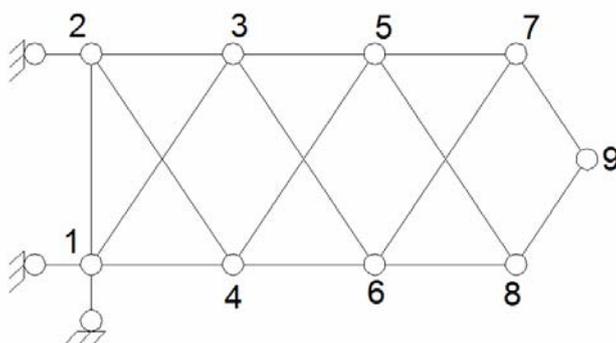


Рис. 46

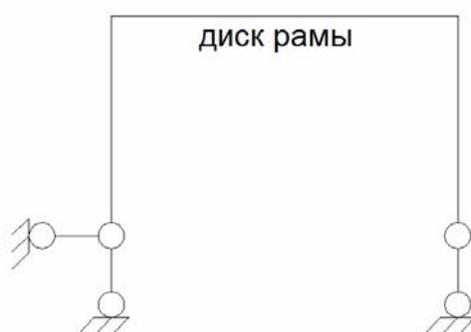
#### 4. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ



1.  $C_C = 2U - C_\phi - C_{оп} = 2 \cdot 8 - 13 - 3 = 0$ .
2.  $\Delta 1-2-3 = \text{ГНС}, + 4, + 5, + 6, + 7, + 8 = \text{ГНС}$ .
3. К земле — тремя опорными стержнями, которые не параллельны и не пересекаются в одной точке.
4. Геометрически неизменяемая система.



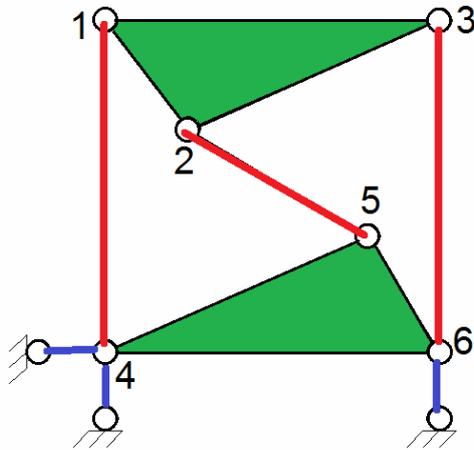
1.  $C_C = 2U - C_\phi - C_{оп} = 2 \cdot 9 - 15 - 3 = 0$ .
2.  $\Delta 1-2-3 = \text{ГНС}, + 4, + 5, + 6, + 7, + 8, + 9 = \text{ГНС}$ .
3. К земле — тремя опорными стержнями, которые не параллельны и не пересекаются в одной точке.
3. Геометрически неизменяемая система.



$$1. C_c = 3D - 2Ш - C_{оп} = 3 \cdot 1 - 0 - 3 = 0.$$

2. Диск рамы присоединяется к земле тремя опорными стержнями, которые не параллельны и не пересекаются в одной точке.

3. Геометрически неизменяемая система.



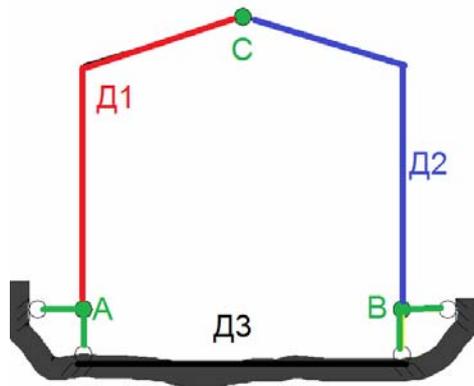
$$1. C_c = 2У - C_\phi - C_{оп} = 2 \cdot 6 - 9 - 3 = 0.$$

2.  $\Delta 1-2-3 = \text{ГНС} \rightarrow \text{диск 1}$ ,  $\Delta 4-5-6 = \text{ГНС} \rightarrow \text{диск 2}$ .

Д1 и Д2 соединяются тремя стержнями, которые  $\parallel$  и  $\nparallel$  в одной точке.

К земле — тремя опорными стержнями, которые  $\parallel$  и  $\nparallel$  в одной точке.

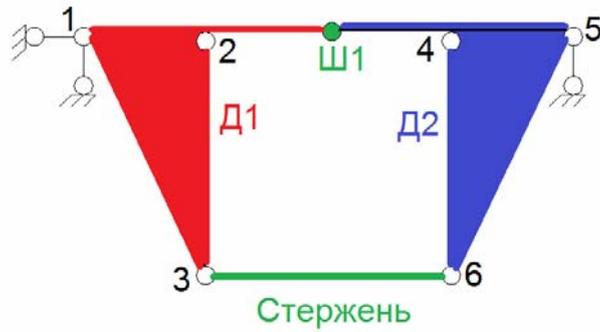
3. Геометрически неизменяемая система.



$$1. C_c = 3D - 2Ш - C_{оп} = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 4 = 0.$$

2. Три диск соединяются тремя шарнирами не лежащими на одной прямой.

3. Геометрически неизменяемая система.



$$1. C_c = 3D - 2Ш - C_{оп} = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 9 - 3 = 0.$$

2. Два диска соединяются шарниром и стержнем, ось стержня не проходит через шарнир. К земле — тремя опорными стержнями, которые  $\parallel$  и  $\perp$  в одной точке.

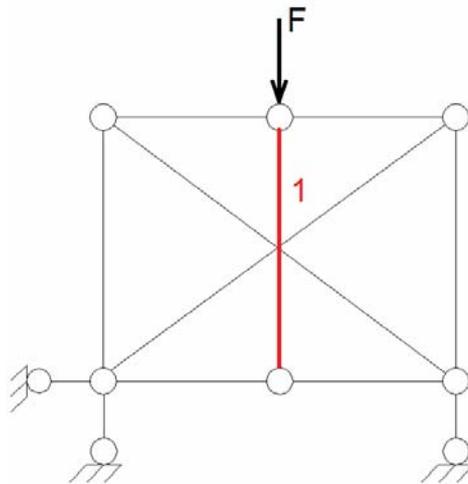
3. Геометрически неизменяемая система.

**Признаки мгновенной изменяемости:**

1. Два диска соединяются тремя стержнями, оси которых пересекаются в одной точке.

2. Три диска соединяются тремя шарнирами, лежащими на одной прямой.

3. Противоречивость уравнений статики.



Вырезаем нижний узел  $N I = 0$ .

Вырезаем верхний узел  $N I = -F$ .

Система мгновенно изменяема.

4. Величина определяемых усилий стремится к бесконечности.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Анохин, Н. Н.* Строительная механика в примерах и задачах. Ч. 1 : Статически определимые системы: учеб. пособие для студ. вузов, обучающихся по строит. спец. / Н. Н. Анохин. — 2-е изд., доп. и перераб. — М.: АСВ, 2007.
2. *Дарков, А. В.* Строительная механика: учеб. для строит. спец. вузов / А. В. Дарков, Н. Н. Шапошников. — СПб. : Лань, 2008.
3. *Кривошапко, С. Н.* Строительная механика: учеб. пособ. / С. Н. Кривошапко. — М.: Изд-во Юрайт-Издат, 2011.
4. *Воронкова, Г. В.* Расчет статически определимых многопролетных балок [Электронный ресурс]: метод. указ. к практ. занят. / М-во образования и науки Рос. Федерации, Волгогр. гос. архит.-строит. ун-т ; сост. Г. В. Воронкова, В. В. Габова. — Электронные текстовые и графические данные (387 Кбайт). — Волгоград : ВолгГАСУ, 2014. Режим доступа: <http://www.vgasu.ru/publishing/on-line/>
5. *Никонова, Г. А.* Расчет сложных статически определимых плоских ферм. Методические указания по выполнению самостоятельных практических работ для студентов, обучающихся по специальностям АД, ГСХ и ПГС: метод. указ. к практ. занят. / Г. А. Никонова, С. С. Рекунов. — Волгоград : ВолгГАСУ, 2010.

Публикуется в авторской редакции

Минимальные систем. требования:  
PC 486 DX-33; Microsoft Windows XP; Internet Explorer 6.0; Adobe Reader 6.0.

Подписано в свет 03.12.2018  
Гарнитура «Таймс». Уч.-изд. л. 0,29. Объем данных 1,18 Мбайт.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Волгоградский государственный технический университет»  
400074, Волгоград, ул. Академическая, 1  
<http://www.vgasu.ru>, [info@vgasu.ru](mailto:info@vgasu.ru)