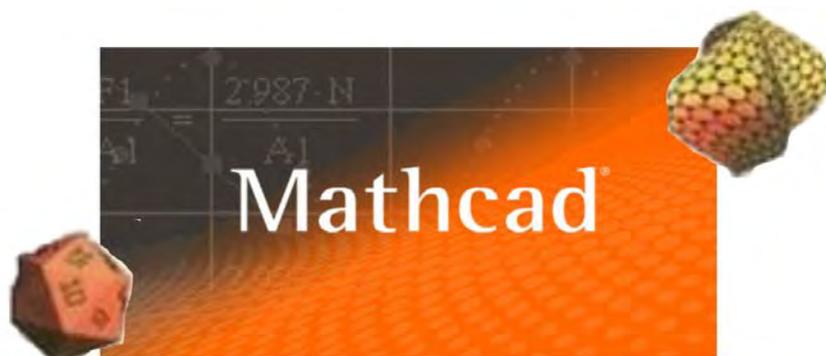


Министерство образования и науки Российской Федерации
Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет



ИНФОРМАТИКА

Учебное пособие



Волгоград. ВолгГАСУ. 2015



© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет», 2015



УДК 004(075.8)
ББК 32.81я73
И741

Р е ц е н з е н т ы:

кандидат технических наук *А. В. Игнатьев*,
доцент кафедры строительной механики Волгоградского государственного
архитектурно-строительного университета;
кандидат педагогических наук *Н. Ф. Жбанова*,
доцент кафедры информационных систем и технологий Волгоградского государственного
аграрного университета

*Утверждено редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия*

Авторы: *О. М. Забродина, Н. А. Михайлова, Н. Н. Потапова,
Т. В. Ерещенко, И. В. Иванов*

И741 **Информатика** [Электронный ресурс] : учебное пособие / О. М. Забродина, Н. А. Михайлова, Н. Н. Потапова, Т. В. Ерещенко, И. В. Иванов ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Волгогр. гос. архит.-строит. ун-т. — Электронные текстовые и графические данные (4,8 Мбайт). — Волгоград : ВолгГАСУ, 2015. — Учебное электронное издание. — Систем. требования: PC 486 DX-33; Microsoft Windows XP; Internet Explorer 6.0; Adobe Reader 6.0. — Официальный сайт Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Режим доступа: <http://www.vgasu.ru/publishing/on-line/> — Загл. с титул. экрана.

ISBN 978-5-98276-792-9

Даны теоретические сведения об основах работы в текстовом (Microsoft Word), табличном (Microsoft Excel) и математическом (MathCAD) процессорах, а также численных методах интегрирования и алгоритмизации, разобраны примеры выполнения заданий, приведены варианты индивидуальных заданий, указан порядок их выполнения, сформулированы контрольные вопросы по изучаемым темам.

Предназначено для студентов всех специальностей заочной и заочно-сокращенной форм обучения при изучении дисциплины «Информатика». Может быть использовано для самостоятельной и научной работы.

Для удобства работы с изданием рекомендуется пользоваться функцией Bookmarks (Закладки) в боковом меню программы Adobe Reader и системой ссылок.

**УДК 004(075.8)
ББК 32.81я73**

ISBN 978-5-98276-792-9



© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет», 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	6
I. Основы работы в текстовом процессоре Microsoft Word.....	7
I.1. Общие сведения.....	7
I.2. Основные операции с документами MS Word.....	7
I.2.1. Запуск программы и создание документа.....	7
I.2.2. Работа с текстом.....	9
I.2.3. Создание списков.....	15
I.2.4. Создание таблиц.....	16
I.2.5. Вставка и форматирование картинок.....	18
I.2.6. Создание изображений.....	19
I.2.7. Вставка математических формул.....	20
I.3. Варианты индивидуальных заданий.....	21
I.4. Задания.....	21
I.4.1. Установка параметров и нумерации страниц.....	21
I.4.2. Набор текста.....	23
I.4.3. Форматирование текста.....	27
I.4.4. Работа со списками.....	30
I.4.5. Работа с таблицами.....	32
I.4.6. Работа с готовыми изображениями.....	36
I.4.7. Создание изображений.....	36
I.4.8. Набор формул.....	39
Контрольные вопросы.....	39
II. Основы работы в табличном процессоре Microsoft Excel.....	41
II.1. Общие сведения.....	41
II.2. Основные операции в MS Excel.....	42
II.2.1. Запуск программы и выход из нее.....	42
II.2.2. Окно MS Excel и его элементы.....	42
II.2.3. Ввод, редактирование и форматирование данных.....	46
II.2.4. Перемещение по рабочей книге.....	48
II.2.5. Выделение ячеек.....	49
II.2.6. Защита книги.....	50
II.2.7. Настройка.....	51
II.2.8. Вычисления в электронных таблицах.....	52
II.2.9. Использование стандартных функций.....	52
II.2.10. Работа с диаграммой.....	55
II.3. Варианты индивидуальных заданий.....	55
II.4. Задания.....	56
II.4.1. Вычисление выражений. Использование функций.....	56
II.4.2. Построение графиков функций в табличном процессоре MS Excel.....	59
II.4.3. Использование электронных таблиц для моделирования и прогнозирования экономических процессов.....	64
II.4.4. Решение задач с присвоением имен, проверкой ошибочных ситуаций (функция ЕСЛИ) и ограничением ввода.....	74
II.4.5. Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы и специальными средствами MS Excel.....	78
Контрольные вопросы.....	81
III. Основы работы в математическом процессоре MathCAD.....	82
III.1. Общие сведения.....	82
III.2. Интерфейс MathCAD.....	82

III.3. Основные операции в среде MathCAD.....	88
III.3.1. Редактирование объектов MathCAD.....	88
III.3.2. Использование встроенных функций.....	89
III.3.3. Ввод числовых констант и греческих букв.....	90
III.3.4. Ввод текста.....	90
III.3.5. Создание функций пользователя.....	91
III.3.6. Дискретные переменные и построение таблиц.....	92
III.3.7. Вычисление пределов.....	93
III.3.8. Вычисление производных.....	95
III.3.8.1. Первая производная функции одной переменной.....	95
III.3.8.2. Производные высоких порядков.....	98
III.3.8.3. Частные производные.....	100
III.3.9. Вычисление интегралов.....	101
III.3.9.1. Неопределенные интегралы.....	102
III.3.9.2. Определенные интегралы.....	103
III.3.9.3. Кратные интегралы.....	106
III.4. Варианты индивидуальных заданий.....	107
III.5. Задания.....	108
III.5.1. Построение и вычисление выражений.....	108
III.5.2. Построение графиков функций.....	111
III.5.3. Вычисление пределов.....	116
III.5.4. Вычисление производных.....	119
III.5.5. Вычисление интегралов функций.....	126
III.5.6. Вычисление корней нелинейного уравнения.....	133
III.5.7. Решение систем линейных уравнений.....	136
III.5.8. Построение поверхностей.....	138
Контрольные вопросы.....	142
IV. Алгоритмы.....	144
IV.1. Общие сведения.....	144
IV.2. Основы алгоритмизации в задачах обработки массивов и ее реализация в среде MathCAD.....	145
IV.2.1. Способы описания алгоритмов.....	145
IV.2.2. Структурный подход к разработке алгоритмов, основные управляющие структуры.....	146
IV.2.3. Типовые структуры алгоритмов.....	148
IV.2.4. Программирование в MathCAD.....	151
IV.2.5. Алгоритмы обработки одномерных и двумерных массивов.....	156
IV.2.5.1. Матрицы.....	156
IV.2.5.2. Алгоритм ввода элементов матриц и векторов.....	157
IV.2.5.3. Алгоритм вычисления суммы элементов вектора.....	159
IV.2.5.4. Алгоритм вычисления произведения элементов вектора.....	161
IV.2.5.5. Алгоритм нахождения суммы двух матриц.....	162
IV.2.5.6. Алгоритм нахождения произведения двух матриц.....	162
IV.2.5.7. Алгоритм нахождения произведения матрицы на вектор.....	164
IV.2.5.8. Алгоритмы определения наибольшего (наименьшего) значения массива.....	165
IV.3. Варианты индивидуальных заданий.....	166
IV.4. Задания.....	167
IV.5. Примеры выполнения заданий.....	169
IV.5.1. Исходные данные.....	169
IV.5.2. Задача 1.....	170

IV.5.3. Задача 2.....	172
IV.5.4. Задача 3.....	174
Контрольные вопросы.....	177
V. Численное интегрирование.....	178
V.1. Постановка задачи.....	178
V.2. Геометрическая интерпретация численных методов интегрирования.....	179
V.2.1. Общие сведения.....	179
V.2.2. Формула трапеций.....	179
V.2.3. Формула Симпсона.....	181
V.2.4. Основные формулы приложения определенного интеграла.....	184
V.2.4.1. Вычисление площади плоской фигуры.....	184
V.2.4.2. Вычисление длины дуги.....	185
V.2.4.3. Вычисление пути, пройденного точкой.....	185
V.2.4.4. Определение статических моментов и центра тяжести плоской фигуры.....	186
V.3. Варианты индивидуальных заданий.....	186
V.4. Задания.....	186
V.5. Порядок выполнения заданий.....	188
V.6. Примеры выполнения заданий.....	189
Контрольные вопросы.....	196
Заключение.....	197
Библиографический список.....	197

ВВЕДЕНИЕ

В современном обществе трудно назвать такую область инженерной деятельности, где бы не применялись информационные технологии. Строительная отрасль не является исключением. Компьютер, компьютерные сети и их программное обеспечение являются фундаментом современных информационных технологий. В настоящее время наблюдается тенденция к стабилизации основных подходов обработки информации, принципов работы с файловой системой, обработки текстов, электронных таблиц и др. Благодаря стандартизации пользовательского интерфейса Windows упростилось общение с компьютером, что повлекло за собой дальнейшее внедрение информационных технологий в профессиональную деятельность.

В предлагаемое пособие вошел теоретический и практический материал наиболее распространенных и популярных программных продуктов. Среди них — текстовый процессор Microsoft Word, позволяющий создавать тексты любой сложности с таблицами, формулами и рисунками; табличный процессор MS Excel, делающий возможным обрабатывать данные табличной структуры, представлять результаты в графическом виде, использовать более 400 математических, статистических, финансовых и других специализированных функций; интегрированная математическая система MathCAD, обеспечивающая выполнение математических расчетов как в числовом, так и в символьном виде, построение графиков функций и поверхностей, использование матричного аппарата. Изложенный теоретический материал иллюстрируется практическими примерами.

I. ОСНОВЫ РАБОТЫ В ТЕКСТОВОМ ПРОЦЕССОРЕ MICROSOFT WORD

I.1. Общие сведения

Текстовый процессор Microsoft Word — мощная программа, предназначенная для создания текстовых документов. MS Word — многофункциональная программа обработки текстов, текстовый процессор. Ее предназначение:

- а) набор, редактирование, верстка текста и таблиц;
- б) управление всеми пунктами меню, опциями и командами с помощью мыши;
- в) просмотр на дисплее готового к печати документа без затраты бумаги на дополнительные распечатки;
- г) вставка рисунков и слайдов,
- д) заготовка бланков, писем и других документов;
- е) обмен информацией с другими программами;
- ж) проверка орфографии и поиск синонимов.

I.2. Основные операции с документами MS Word

I.2.1. Запуск программы и создание документа

Для запуска Microsoft Word 2007 выполните команду **Пуск > Все программы > Microsoft Office > Microsoft Office Word 2007** ([рис. I.1](#)).

Основные команды работы с документами находятся в меню, открываемом кнопкой **Office**.

Для **сохранения документа** нажмите кнопку **Office** и наведите указатель мыши на подменю **Сохранить как**. В развернувшемся меню выберите формат файла: если документ потребуется открыть на другом компьютере, на котором установлена одна из предыдущих версий Word, выполните команду **Документ Word 97—2003**; если перемещение файла за пределы данного компьютера не планируется, сохраните его в стандартном формате Word 2007, обратившись к команде **Документ Word**. В окне сохранения выберите папку, в которую будет помещен файл, введите имя и нажмите кнопку **Сохранить**.

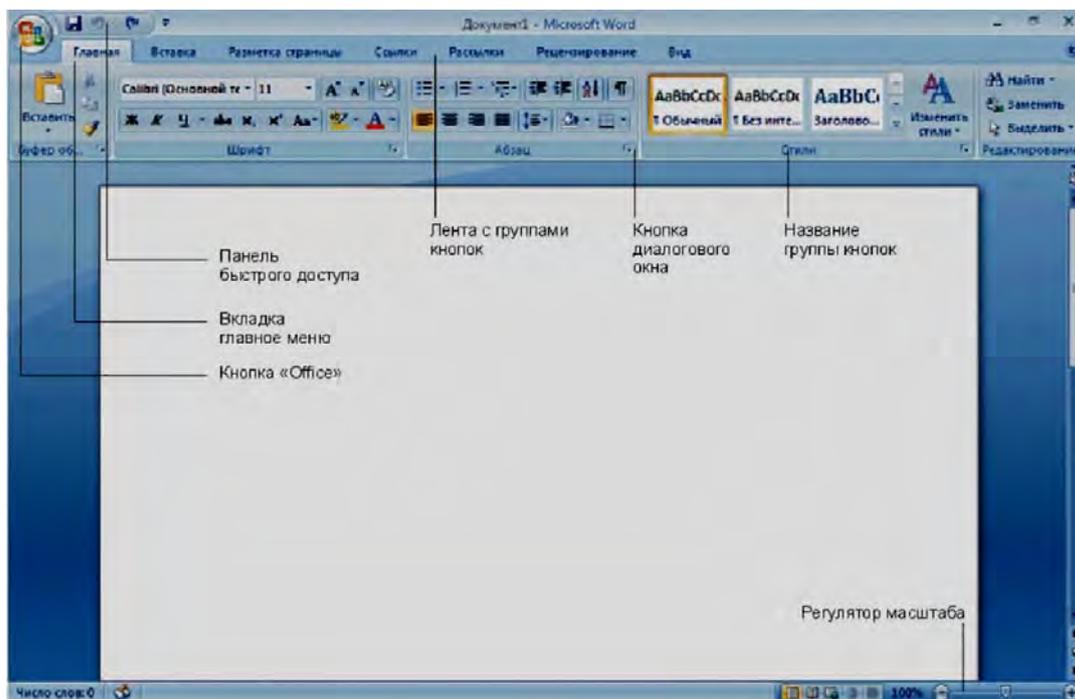


Рис. I.1. Окно Microsoft Word 2007

Открыть любой документ Word можно стандартными способами: щелкните дважды на файле Word; запустите Microsoft Word 2007, нажмите кнопку **Office** и выполните команду **Открыть**. В появившемся окне перейдите к папке, в которой хранится документ, выделите его щелчком кнопки мыши и нажмите кнопку **Открыть**;

щелкните на соответствующей ссылке в разделе **Последние документы** в меню кнопки **Office**, если документ ранее открывался.

Для **создания** чистого бланка документа выполните команду **Создать** в меню кнопки **Office**. В открывшемся окне щелкните кнопкой мыши на эскизе **Новый документ** и нажмите кнопку **Создать**.

При запуске программы новый документ будет создан автоматически. Слева, в верхней части страницы, находящейся прямо перед вами, мигает курсор, указывая на то, что вы можете сразу приступить к набору текста.

Для **установления параметров** (рис. I.2) страницы необходимо выполнить следующие действия:

- выбор вкладки **Разметка страницы** ленты;
- добавление и удаление колонтитулов и номеров страниц;
- номера страниц, верхние и нижние колонтитулы можно добавлять с помощью коллекции или путем создания настраиваемых номеров страниц, верхних и нижних колонтитулов.

Для **добавления номеров страниц** необходимо выполнить следующие действия (рис. I.3):

- выбрать вкладку **Вставка**;
- выбрать номер страницы в группе **Колонтитулы**;
- выбрать нужный тип номера.

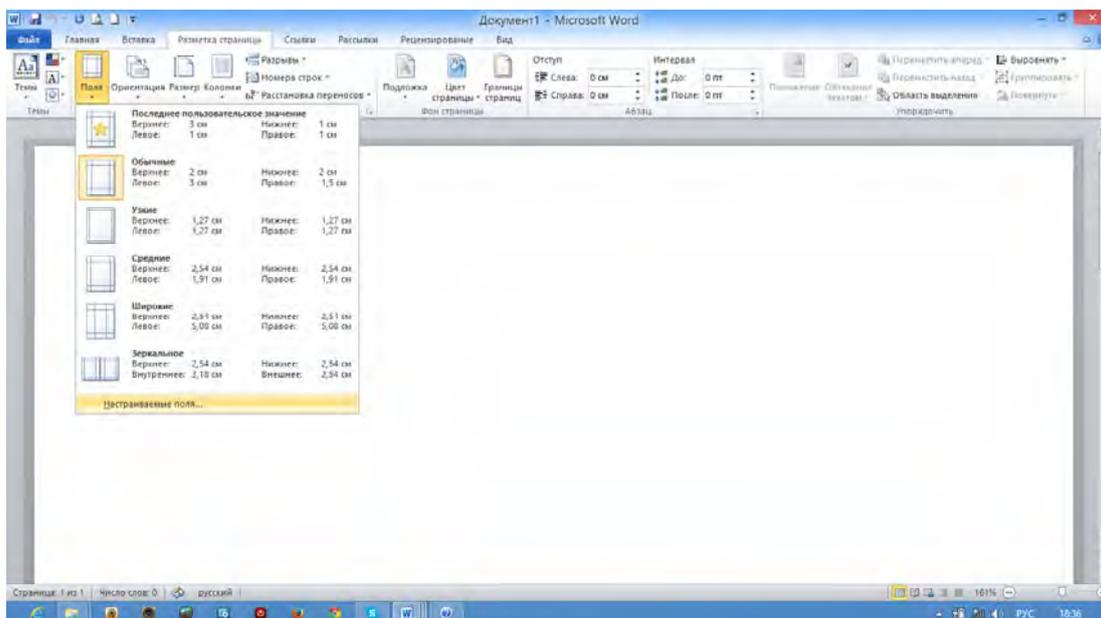


Рис. 1.2. Установка параметров страницы

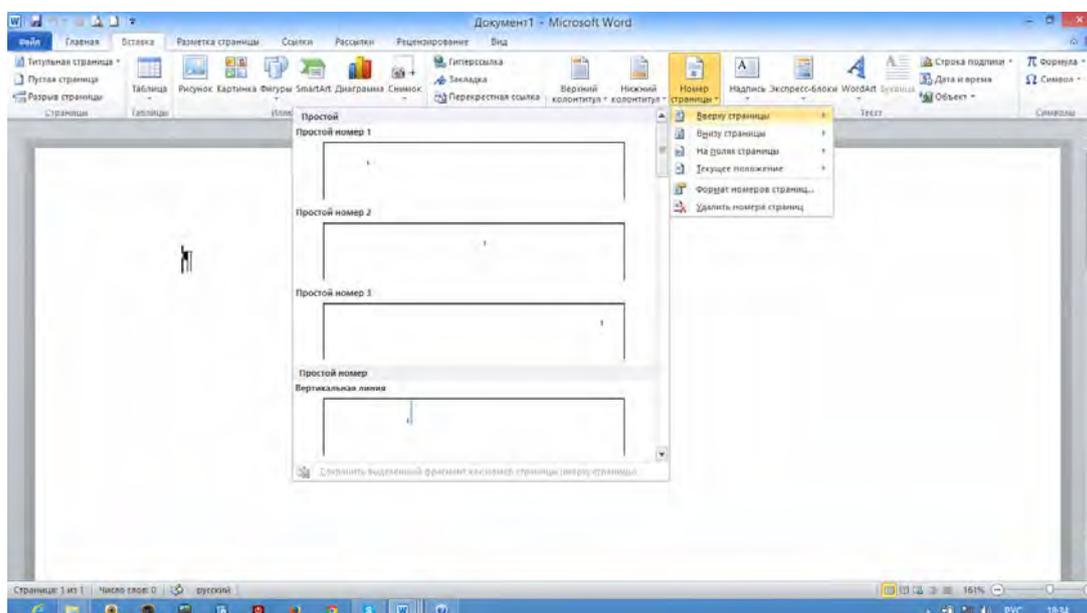


Рис. 1.3. Установка номеров страниц

1.2.2. Работа с текстом

Набор текста. Рабочая область программы представляет собой чистый лист, на котором текст набирается посредством ввода с клавиатуры. В окне текстового процессора мерцает вертикальная линия — курсор (точка ввода текста). Для установки курсора в нужную точку текста обычно используется указатель мыши и щелчок левой клавишей мыши, также можно использовать клавиши $[→]$, $[←]$, $[↑]$, $[↓]$. Нажатие клавиш $[Ctrl] + [←]$ перемещает курсор к началу слова, $[Ctrl] + [→]$ — в конец слова, $[Ctrl] + * [↓]$ — к концу абзаца, $[Ctrl] + [↑]$ — к началу абзаца.

* Знак «+» обозначает, что клавиши нажимаются одновременно.

Для того чтобы ввести текст, нужно просто набирать его, как на пишущей машинке. Переход на новую строку происходит автоматически. Для завершения абзаца следует нажать клавишу [Enter]. Если в процессе ввода необходимо перейти на следующую строку без завершения абзаца (например, в куплетах песен, стихотворения), нужно нажать [Shift] + [Enter].

Включение режима расстановки переноса, который позволяет программе переносить слова с одной строки на другую по слогам, осуществляется выбором пункта **Авто** в меню кнопки **Расстановка переносов** на ленте вкладки **Разметка страницы**.

Если нужного символа на клавиатуре нет, то на вкладке **Вставка** выбрать меню кнопки **Символ**, в появившемся меню выбрать один из последних использованных символов или команду **Другие символы**. В последнем случае появится таблица символов, в которой следует выбрать необходимый символ и последовательно нажать кнопки **Вставить** и **Заккрыть** (рис. I.4).

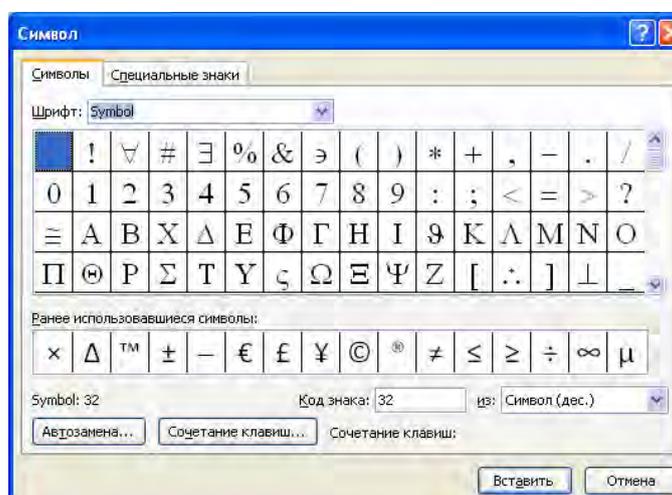


Рис. I.4. Окно вставки символа отсутствующего на клавиатуре

Редактирование текста. Набранный текст приходится редактировать, т. е. проверять его на наличие грамматических и синтаксических ошибок, переставлять местами слова, удалять некоторые участки текста и дописывать новые и др. Для этого в текстовом процессоре предусмотрены операции редактирования. Рассмотрим некоторые из них.

Ненужный символ удаляется либо нажатием клавиши [Backspace], если удаляется символ левее курсора, либо нажатием клавиши [Delete], если удаляется символ правее курсора.

Пустые строки вводятся нажатием клавиши [Enter], удаляются клавишей [Delete].

Для выполнения многих операций редактирования (копирования, перемещения, удаления и т. д.) необходимо сначала выделить нужный участок текста.

Для выделения текста необходимо установить курсор в требуемое место и, удерживая левую клавишу мыши нажатой, выделить неограниченный участок текста: от одного символа, включая пробел, до всего текста. Также мож-

но выделить текст, установив курсор в требуемом месте и удерживая нажатой клавишу [Shift], при помощи мыши или при помощи клавиш управления курсором.

Кроме указанного выше в MS Word существует большое количество способов выделения различных фрагментов текста:

слова — два раза щелкнуть кнопкой мыши;

предложения — щелкнуть на любом его слове при нажатой клавише [Ctrl];

одной строки — поместить указатель мыши на левое поле страницы и щелкнуть один раз;

текущего абзаца — можно воспользоваться один из способов:

щелкнуть три раза левой кнопкой мыши в любом месте абзаца;

поместить указатель мыши на левое поле страницы и щелкнуть два раза;

всего текста — можно применить один из способов:

поместить указатель мыши на левое поле страницы и щелкнуть три раза;

нажать сочетание клавиш [Ctrl] + [A];

вертикального фрагмента текста — нажать и удерживать клавишу [Alt] при выделении мышью;

нескольких участков текста — нажать и удерживать клавишу [Ctrl] при выделении мышью.

В MS Word также существует режим расширенного выделения, выделять текст в котором гораздо удобнее. Чтобы его активизировать, нужно нажать клавишу [F8].

При включенном расширенном режиме используют клавишу [F8]:

один раз для выделения слова, в котором находится курсор;

два раза для выделения предложения, в котором находится курсор;

три раза для выделения текущего абзаца;

четыре раза для выделения всего документа.

Для выключения режима расширенного выделения нажмите клавишу [Esc].

Основными командами редактирования являются команды **Вырезать**, **Копировать** и **Вставить**.

Перед копированием или перемещением фрагмента текста необходимо выделить его, затем выбрать команду **Вырезать** или **Копировать**, установить курсор на нужное место и выбрать команду **Вставить** одним из способов:

с помощью кнопок группы буфер обмена вкладки **Главная** на ленте (рис. I.5);

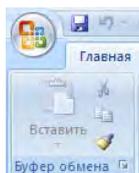


Рис. I.5. Кнопки буфера обмена вкладки **Главная**

контекстного меню, появляющегося при щелчке в тексте правой кнопки мыши;

сочетанием клавиш:

[Ctrl] + [X] — вырезать;

[Ctrl] + [C] — копировать;

[Ctrl] + [V] — вставить.

Еще одним способом перемещения или копирования фрагмента текста является выполнение этих операций при помощи мыши. Для перемещения текста при помощи мыши необходимо выделить фрагмент, а затем нажать и удерживать кнопку мыши, перетаскивая при этом выделенный фрагмент. Для копирования фрагмента текста нужно дополнительно нажать и удерживать клавишу [Ctrl] при выполнении этой операции.

Отменить неправильные действия можно с помощью кнопки  на панели быстрого доступа, вернуть отмененную — кнопкой .

Форматирование текста. Форматирование документа — следующий важный этап создания текста.

Форматирование — это изменение внешнего вида документа и отдельных его частей. К операциям форматирования относят изменение свойств абзацев и отдельных символов, преобразование текста в список или таблицу, вставку колонтитулов, нумерации страниц и т. д. При выполнении большинства операций форматирования необходимо выделить фрагмент текста, для которого устанавливаются новые значения параметров форматирования

Выделяют следующие уровни форматирования документов — форматирование символов или их группы и форматирование абзаца.

Абзац — это фрагмент текста, процесс ввода которого закончился нажатием клавиши ввода [Enter].

Значения параметров абзаца можно установить в диалоговом окне **Абзац**, вызываемом щелчком левой кнопки мыши на стрелке в нижнем правом углу группы **Абзац** на ленте вкладки **Главная** (рис. I.6).

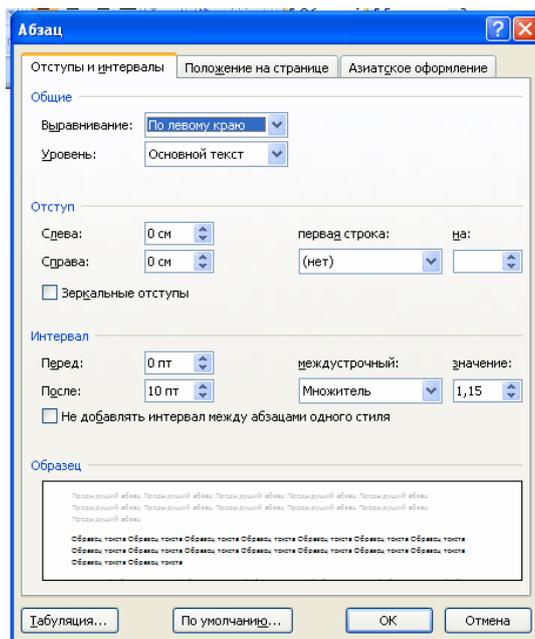


Рис. I.6. Диалоговое окно **Абзац**

Часть команд дублируется кнопками, расположенными в той же группе (рис. I.7).



Рис. I.7. Кнопки форматирования абзаца вкладки **Главная**

Рассмотрим некоторые параметры абзаца. Одним из важнейших параметров абзаца является выравнивание текста по какой-либо границе на странице. В MS Word можно выравнивать текст:

- по левому краю — используется по умолчанию;
- центру — чаще применяется для заголовков;
- правому краю — так обычно выравнивают подписи в письмах и деловых документах, а также подзаголовки;
- ширине — чаще всего используется в документах, предназначенных для вывода на печать и последующего чтения.

Междустрочный интервал — это вертикальное расстояние между строками текста внутри абзаца.

В MS Word доступны следующие типы междустрочного интервала:

одинарный — интервал для каждой строки в зависимости от наибольшего символа строки. Величина превышения интервала над размером шрифта зависит от используемой гарнитуры шрифта;

1,5 строки — в полтора раза больший одинарного;

двойной — в два раза больший одинарного;

минимум — для шрифтов больших размеров или графики, которым не подходят другие интервалы;

точно — фиксированный междустрочный интервал, одинаковый для всех строк. Его значение устанавливается пользователем;

множитель — междустрочный интервал, который увеличивается или уменьшается в соответствии с указанным множителем. Например, если значение множителя составляет 1,4, это означает увеличение интервала на 40 %. Если значение множителя 0,6, это означает уменьшение его на 40 %.

Отступ или выступ первой строки абзаца относительно следующих строк — если смещение вправо, то первая строка называется красной, если влево, то висячей. Значение отступа или выступа первой строки устанавливается пользователем.

В окне **Абзац** также задаются следующие параметры: выбор уровня структуры, которому приписываются сделанные установки; границы абзацев (отступов) слева и справа от края печатного листа; межабзацный интервал (до и после); правила разбиения строк абзаца на страницы (запрет висячих строк, т. е. запрет печатать одну первую или последнюю строку абзаца на другой странице, запрет на разрыв абзаца и т. п.).

Копирование форматирования из одного места и его применение в другом месте текста осуществляется с помощью команды **Форматирование по образцу** , расположенной среди кнопок Буфера обмена на ленте вкладки **Главная**. Для этого следует:

выделить абзац, формат которого хотите дублировать;

дважды нажать на кнопку . Указатель мыши приобретет вид кисти;

протащить указатель мыши сквозь текст, подлежащий форматированию.

Форматирование символов. *Символ* — наименьший элемент текста: любая буква, цифра, знак препинания. Для форматирования символов используются возможности окна **Шрифт**.

Форматирование текста можно осуществлять как в процессе набора, так и после его выполнения. Помните, что если вы хотите форматировать набранный текст, то его обязательно нужно выделить. Исключение составляет только форматирование одного слова — для его оформления достаточно установить в нем курсор.

Значения параметров шрифта можно установить в диалоговом окне **Шрифт**, вызываемом щелчком левой кнопки мыши на стрелке в нижнем правом углу группы **Шрифт** на ленте вкладки **Главная** (рис. I.8).

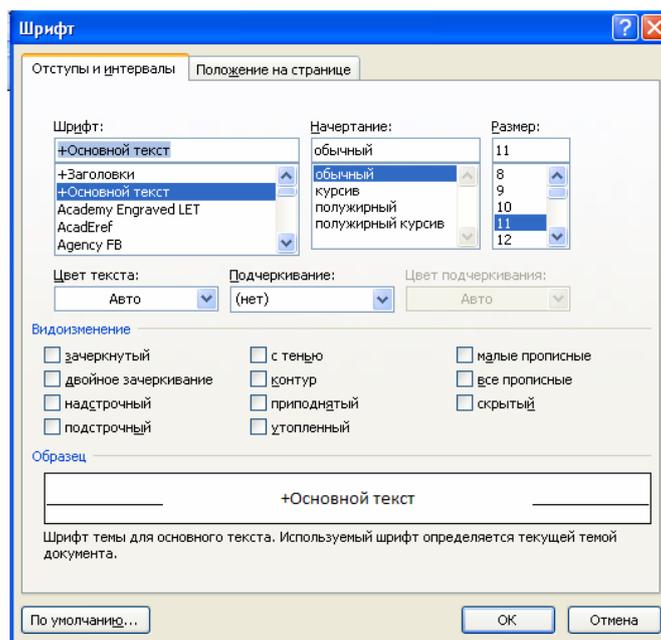


Рис. I.8. Окно **Шрифт**

Часть команд дублируется кнопками, расположенными в той же группе (рис. I.9).

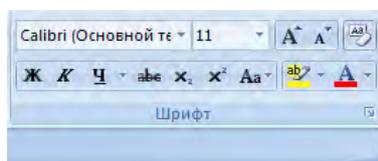


Рис. I.9. Кнопки форматирования символов вкладки **Главная**

Диалоговое окно **Шрифт** имеет две вкладки: **Отступы и интервалы** и **Положение на странице**. Рассмотрим доступные параметры. При помощи вкладки **Отступы и интервалы** можно менять гарнитуру, начертание (обычный, курсив, полужирный, полужирный курсив), размер шрифта, цвет текста, задавать вид и цвет подчеркивания, устанавливать видоизменение символов (надстрочный, подстрочный, все прописные и др.). При помощи вкладки **Положение на странице** можно задавать масштаб, при котором символы становятся шире или уже, межбуквенный интервал, с помощью которого изменяется расстояние между символами (обычный, уплотненный, разреженный), смещение выделенного фрагмента вверх или вниз относительно базовой линии.

1.2.3. Создание списков

Перечисление однотипных объектов или последовательности действий в документе удобно представлять в виде списка.

В группе **Абзац** ленты **Главная** имеются три кнопки для создания различных списков:

-  (Маркеры) — кнопка отвечает за создание маркированного списка;
-  (Нумерация) — с помощью данной кнопки можно создавать нумерованный список;
-  (Многоуровневый список) — кнопка отвечает за создание списка, состоящего из нескольких уровней.

Каждый пункт будущего списка должен находиться в отдельном абзаце. Для создания списка выделите необходимые абзацы и щелкните на одной из рассмотренных кнопок, в зависимости от того, какой список хотите получить. Для отмены формата списка выделите его пункты и повторно нажмите эту же кнопку.

Обратите внимание, что каждая из кнопок, отвечающих за создание списка, имеет стрелку. Щелкнув на ней, вы развернете варианты представления списка, из которых можно выбрать подходящий (рис. I.10).

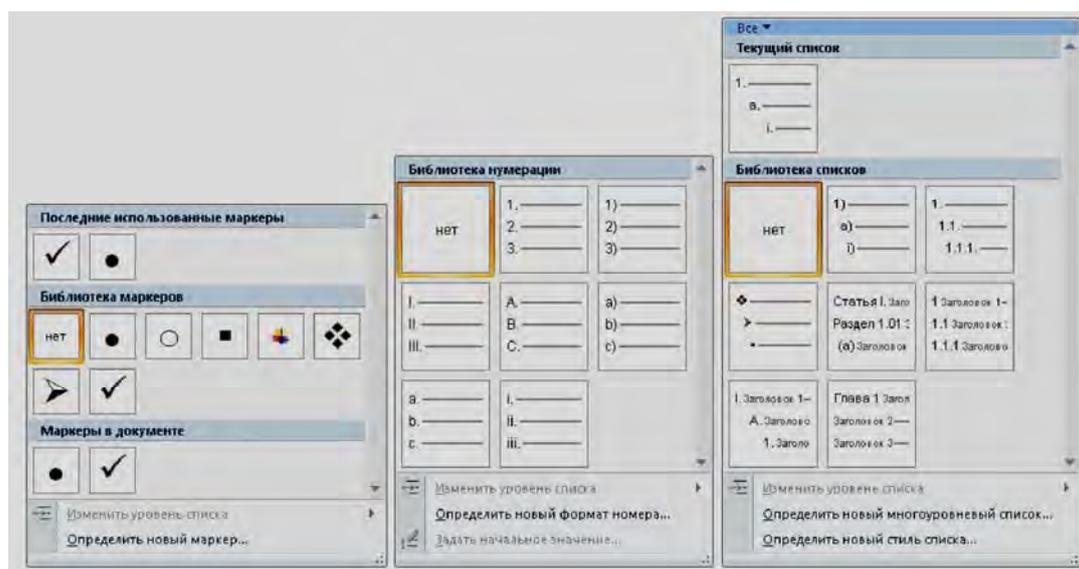


Рис. I.10. Варианты представления маркированного, нумерованного и многоуровневого списка

Создание нумерованного списка можно начать и вручную. Для этого в начале абзаца наберите единицу с точкой, а затем нужный текст. При переходе к следующему абзацу MS Word автоматически превратит его во второй пункт списка, добавив двойку. Так будет происходить при каждом нажатии клавиши [Enter]. Указать системе, что данный абзац не должен входить в состав списка, можно, установив курсор на любом его участке и нажав кнопку **Нумерованный список** в группе **Абзац**.

1.2.4. Создание таблиц

С помощью специальных средств MS Word можно добавлять в документ таблицы со структурой любой сложности и применять к ячейкам таблиц изученные ранее приемы форматирования, а также приемы, доступные только при работе с таблицами.

В приложении MS Word существует три способа вставки таблицы:

1. Выбор из коллекции шаблонов предварительно отформатированных таблиц (рис. I.11).
2. Задание числа строк и столбцов при помощи меню **Таблица** (рис. I.12).
3. Использование диалогового окна **Вставка таблицы**.

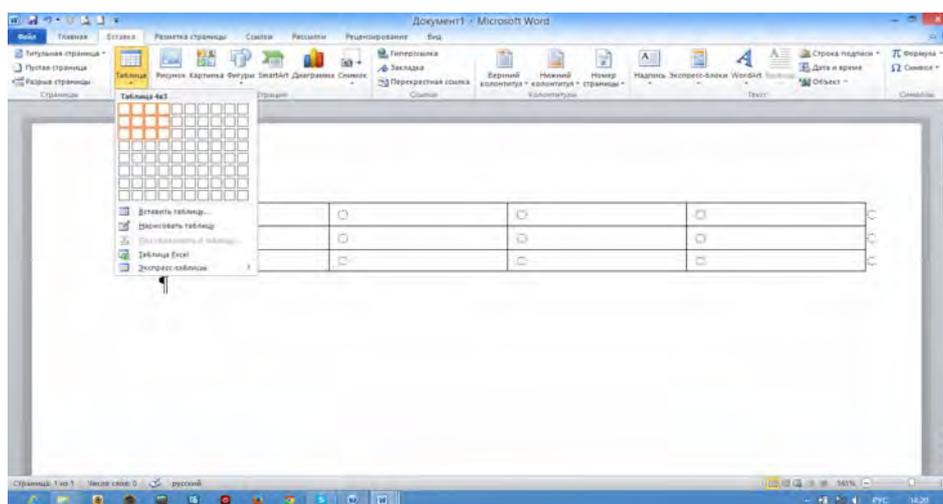


Рис. I.11. Создание таблиц выбором из коллекции шаблонов предварительно отформатированных таблиц

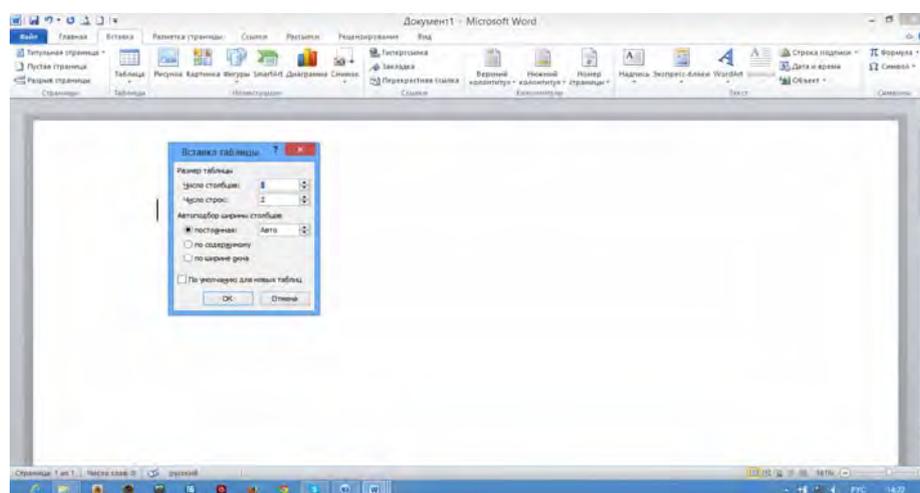


Рис. I.12. Создание таблицы указанием количества строк и столбцов таблицы

Вставка таблицы с помощью использования меню **Таблица**:

1. Щелкните в документе место, куда требуется вставить новую таблицу.

2. На вкладке **Вставка** в группе **Таблицы** нажмите кнопку **Таблица**, а затем в области **Вставить таблицу** выберите нужное число строк и столбцов с помощью мыши.

Вставка таблицы с помощью команды **Вставить таблицу** (с помощью этой команды можно перед вставкой таблицы в документ указать ее размеры и формат):

1. Щелкните в документе место, куда требуется вставить новую таблицу.

2. На вкладке **Вставка** в группе **Таблицы** выберите команду **Таблица**, а затем выберите пункт **Вставить таблицу**.

Вставка таблицы с помощью рисования (сложную таблицу — например таблицу с ячейками разной высоты или с меняющимся числом столбцов в строке). Таблицу можно нарисовать:

1. Щелкните в документе место, где требуется создать таблицу.

2. На вкладке **Вставка** в группе **Таблицы** выберите команду **Таблица**, а затем выберите пункт **Нарисовать таблицу**. Указатель мыши примет вид карандаша.

3. Чтобы определить внешние границы таблицы, нарисуйте прямоугольник. Затем внутри этого прямоугольника нарисуйте линии столбцов и строк (рис. I.13).

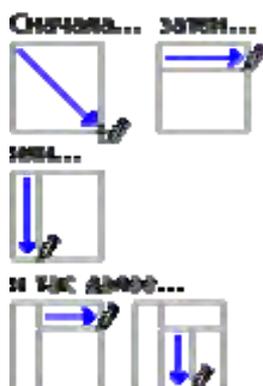


Рис. I.13. Создание таблицы рисованием

4. Чтобы стереть линию или блок линий, на вкладке **Конструктор** контекстных инструментов **Работа с таблицами** в группе **Нарисовать границы** нажмите кнопку **Ластик**.

5. Щелкните линию, которую требуется стереть. Чтобы стереть таблицу целиком, см. раздел Удаление таблицы.

6. Нарисовав таблицу, щелкните одну из ее ячеек, чтобы начать ввод текста или вставить изображение.

Форматирование таблицы. Для форматирования таблицы необходимо выбрать вкладку **Макет** ленты **Работа с таблицами** (рис. I.14).

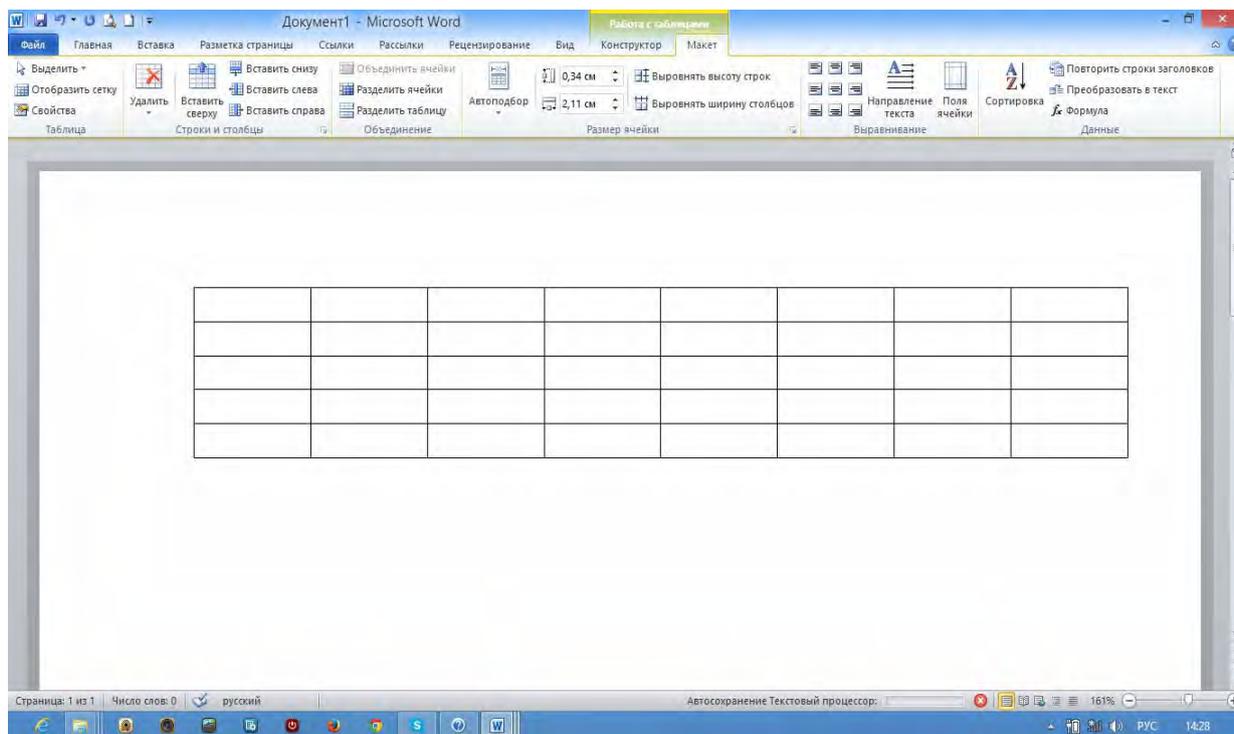


Рис. I.14. Форматирование таблицы

I.2.5. Вставка и форматирование картинок

MS Word обладает специальными инструментами, позволяющими проиллюстрировать документ, при этом возможны как вставка готового изображения из коллекций MS Word или из внешнего файла, так и самостоятельное создание рисунка или схемы. Кнопки, открывающие вкладки для работы с различными типами графических объектов, находятся в группе **Иллюстрации** на вкладке **Вставка** (рис. I.15).



Рис. I.15. Кнопки, открывающие вкладки для работы с различными типами графических объектов

Для вставки картинки из коллекций MS Word необходимо:

1. Установить курсор в нужное место в тексте.
2. На вкладке **Вставка** в группе **Иллюстрации** нажать кнопку **Картинка**.
3. В области задач **Картинка** в текстовом поле **Искать** вести слово или фразу, описывающую нужную картинку.
4. Нажать кнопку **Начать**.
5. Щелкнуть на картинку в полученном списке, чтобы вставить ее в документ (рис. I.16).

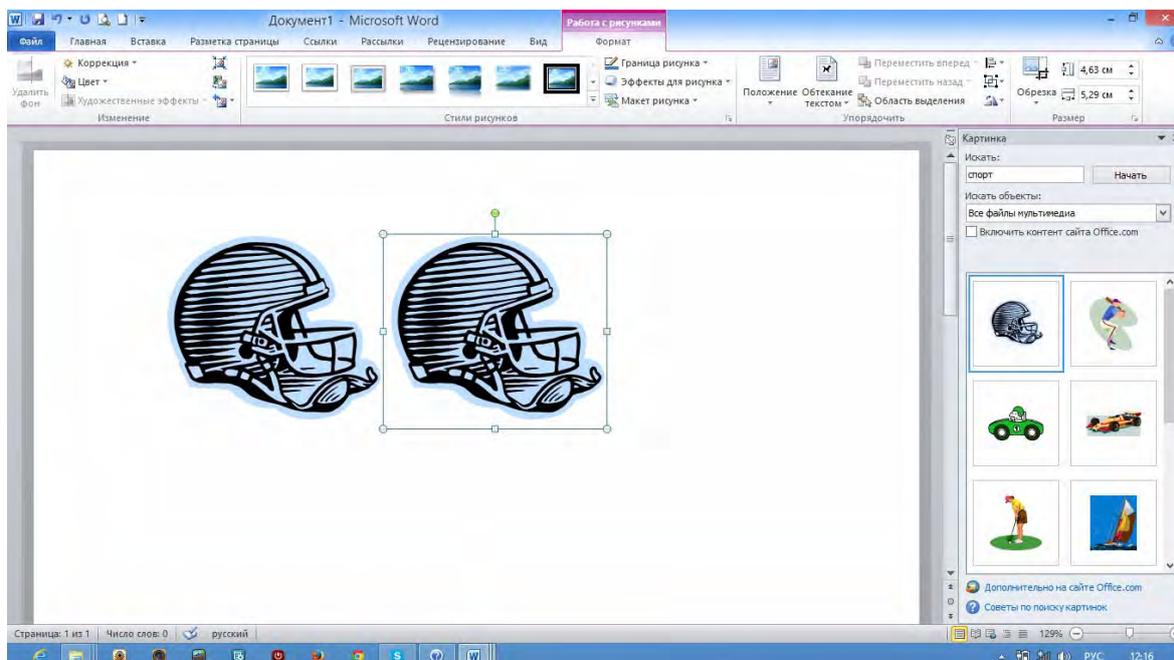


Рис. I.16. Вставка и форматирование рисунка

Для вставленной картинке можно провести коррекцию рисунка (резкость, яркость, контрастность и др.), установить дополнительные эффекты (тень, отражение и др.), изменить цвет рисунка и прочее (рис. I.17).

Для этого необходимо:

1. Щелкнуть рисунок, который требуется отформатировать.
2. На панели **Работа с рисунками** на вкладке **Формат** выбрать группу **Изменение** (или **Стили рисунков** или **Упорядочить** или **Размер**).
3. Выбрать щелчком одно или несколько необходимых действий.

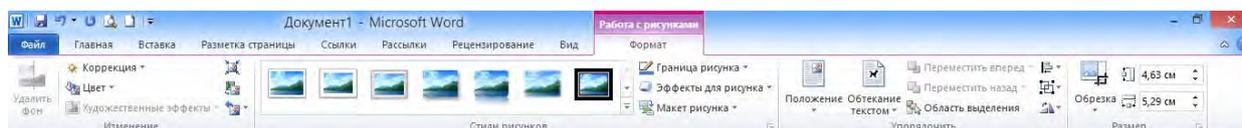


Рис. I.17. Кнопки форматирования рисунка

I.2.6. Создание изображений

MS Word позволяет добавить одну фигуру или объединить несколько фигур, чтобы создать рисунок или более сложную фигуру. В распоряжении пользователя имеются следующие фигуры: линии, основные геометрические фигуры, стрелки, фигуры для формул, блок-схемы, звезды, баннеры и выноски. После добавления одной или нескольких фигур к ним можно добавить текст, маркеры, нумерацию и экспресс-стили.

Для добавления одной фигуры в документ необходимо:

1. Нажать на вкладке **Вставка** в группе элементов **Иллюстрации** кнопку **Фигуры**.
2. Щелчком на фигуре выбрать необходимую, курсор при этом примет вид черного креста.
3. Щелкнуть в необходимом месте документа и нарисовать фигуру.

Для добавления нескольких фигур необходимо:

1. Нажать на вкладке **Вставка** в группе элементов **Иллюстрации** кнопку **Фигуры**.
2. Выбрать необходимую фигуру правой кнопкой мыши и нажать кнопку **Зафиксировать режим рисования**, курсор при этом примет вид черного креста.
3. Щелкнуть в необходимом месте документа и нарисовать фигуру.
4. Повторить эту процедуру для каждой фигуры, которую нужно добавить.
5. После добавления всех необходимых фигур нажать клавишу [ESC] (рис. I.18).

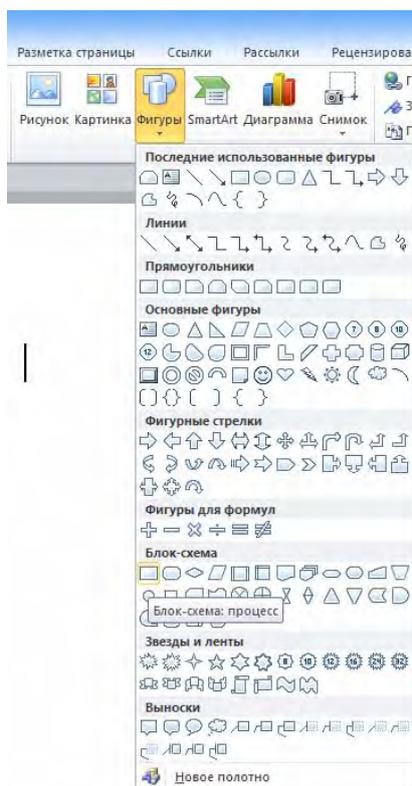


Рис. I.18. Фигуры для создания рисунков

I.2.7. Вставка математических формул

MS Word располагает специальными средствами, которые позволяют добавить в документ формулу любой сложности.

Для этого необходимо:

1. Установить курсор в нужное место в тексте.
2. На вкладке **Вставка** в группе **Символы** нажать кнопку **Формула**.
3. В области ввода набрать формулу, выбирая щелчком необходимые структуры в группе **Структуры** (дробь, радикал и др.) или символы в группе **Символы** ($\sqrt{\quad}$, ∞ и др.). Главный принцип использования инструментов данной вкладки состоит в том, что сначала следует вводить математический оператор, а потом добавлять в его поля числа (рис. I.19).

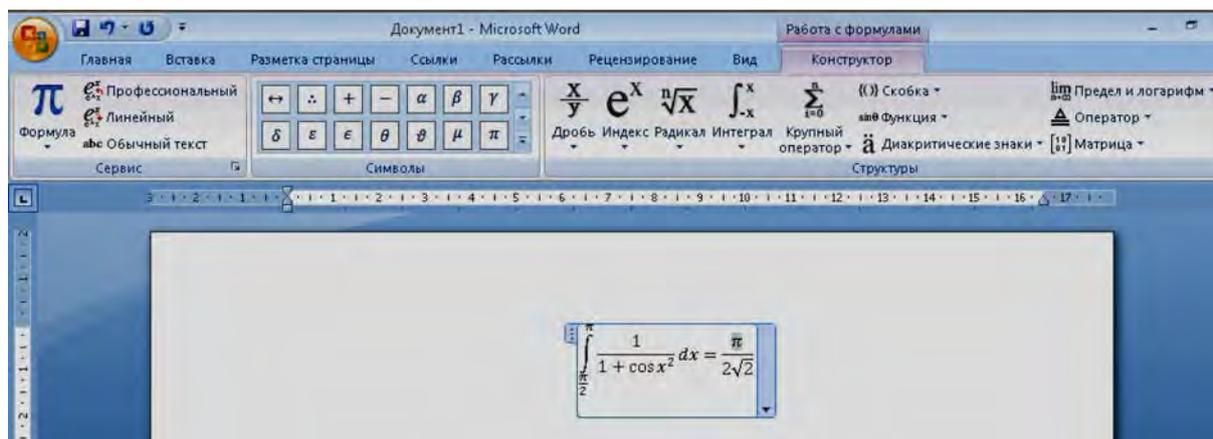


Рис. 1.19. Инструменты работы с математическими формулами и процесс создания формулы

1.3. Варианты индивидуальных заданий

Номер варианта	Задания	Номер варианта	Задания
1	1.1; 2.1; 3.1; 4.1; 5.1; 6.1; 7.1; 8.1	16	1.6; 2.7; 3.8; 4.9; 5.10; 6.1; 7.2; 8.3
2	1.2; 2.2; 3.2; 4.2; 5.2; 6.2; 7.2; 8.2	17	1.7; 2.8; 3.9; 4.10; 5.1; 6.2; 7.3; 8.4
3	1.3; 2.3; 3.3; 4.3; 5.3; 6.3; 7.3; 8.3	18	1.8; 2.9; 3.10; 4.1; 5.2; 6.3; 7.4; 8.5
4	1.4; 2.4; 3.4; 4.4; 5.4; 6.4; 7.4; 8.4	19	1.9; 2.10; 3.1; 4.2; 5.3; 6.4; 7.5; 8.6
5	1.5; 2.5; 3.5; 4.5; 5.5; 6.5; 7.5; 8.5	20	1.10; 2.1; 3.2; 4.3; 5.4; 6.5; 7.6; 8.7
6	1.6; 2.6; 3.6; 4.6; 5.6; 6.6; 7.6; 8.6	21	1.1; 2.10; 3.9; 4.8; 5.7; 6.6; 7.5; 8.4
7	1.7; 2.7; 3.7; 4.7; 5.7; 6.7; 7.7; 8.7	22	1.2; 2.9; 3.8; 4.7; 5.6; 6.5; 7.4; 8.3
8	1.8; 2.8; 3.8; 4.8; 5.8; 6.8; 7.8; 8.8	23	1.3; 2.8; 3.7; 4.6; 5.5; 6.4; 7.3; 8.2
9	1.9; 2.9; 3.9; 4.9; 5.9; 6.9; 7.9; 8.9	24	1.4; 2.7; 3.6; 4.5; 5.4; 6.3; 7.2; 8.1
10	1.10; 2.10; 3.10; 4.10; 5.10; 6.10; 7.10; 8.10	25	1.5; 2.6; 3.5; 4.4; 5.3; 6.2; 7.1; 8.10
11	1.1; 2.2; 3.3; 4.4; 5.5; 6.6; 7.7; 8.8	26	1.6; 2.5; 3.4; 4.3; 5.2; 6.1; 7.10; 8.9
12	1.2; 2.3; 3.4; 4.5; 5.6; 6.7; 7.8; 8.9	27	1.7; 2.4; 3.3; 4.2; 5.1; 6.10; 7.9; 8.8
13	1.3; 2.4; 3.5; 4.6; 5.7; 6.8; 7.9; 8.10	28	1.8; 2.3; 3.2; 4.1; 5.10; 6.9; 7.8; 8.7
14	1.4; 2.5; 3.6; 4.7; 5.8; 6.9; 7.10; 8.1	29	1.9; 2.2; 3.1; 4.10; 5.9; 6.8; 7.7; 8.6
15	1.5; 2.6; 3.7; 4.8; 5.9; 6.10; 7.1; 8.2	30	1.10; 2.1; 3.10; 4.9; 5.8; 6.7; 7.6; 8.5

1.4. Задания

1.4.1. Установка параметров и нумерации страниц

1.1. Ориентация страницы — книжная; вид документа (страницы) — обычный; поля: верхнее — 2 см, нижнее — 2 см, левое — 2 см, правое — 2 см; размер бумаги — А4; расстояние от края до верхнего колонтитула — 1,25 см, до нижнего колонтитула — 1,25 см.

Нумерация страниц: положение — внизу страницы, вид номеров страниц — тильды.

1.2. Ориентация страницы — альбомная; вид документа (страницы) — зеркальные поля; поля: верхнее — 2 см, нижнее — 2 см, внутри — 2,5 см, снаружи — 1,5 см; размер бумаги — А4; расстояние от края до верхнего колонтитула — 1 см, до нижнего колонтитула — 1 см.

Нумерация страниц: положение — внизу страницы, вид номера страниц — простой номер 2. Номер на первой странице скрыт.

1.3. Ориентация страницы — книжная; вид документа (страницы) — обычный; поля: верхнее — 1 см, нижнее — 1 см, левое — 1 см, правое — 1 см; размер бумаги — А4; расстояние от края до верхнего колонтитула — 1,2 см, до нижнего колонтитула — 1,2 см.

Нумерация страниц: положение — внизу страницы, вид номеров страниц — простой номер, нумерация страниц с 5.

1.4. Ориентация страницы — альбомная; вид документа (страницы) — зеркальные поля; поля: верхнее — 2 см, нижнее — 2 см, внутри — 3 см, снаружи — 1 см; размер бумаги — А4; расстояние от края до верхнего колонтитула — 1,5 см, до нижнего колонтитула — 1,5 см.

Нумерация страниц: положение — вверху страницы, вид номеров страниц — вертикальная линия. Номер на первой странице скрыт.

1.5. Ориентация страницы — альбомная; вид документа (страницы) — обычный; поля: верхнее — 2 см, нижнее — 2 см, левое — 2 см, правое — 2 см; размер бумаги — А4; расстояние от края до верхнего колонтитула — 1,25 см, до нижнего колонтитула — 1,25 см.

Нумерация страниц: положение — вверху страницы, вид номеров страниц — точки.

1.6. Ориентация страницы — альбомная; вид документа (страницы) — зеркальные поля; поля: верхнее — 2,5 см, нижнее — 2,5 см, левое — 2,5 см, правое — 2,5 см; размер бумаги — А4; расстояние от края до верхнего колонтитула — 2 см, до нижнего колонтитула — 2 см.

Нумерация страниц: положение — вверху страницы, вид номеров страниц — страница X из Y, полужирные номера 1.

1.7. Ориентация страницы — книжная; вид документа (страницы) — обычный; поля: верхнее — 2 см, нижнее — 2 см, внутри — 2,5 см, снаружи — 1,5 см; размер бумаги — А4; расстояние от края до верхнего колонтитула — 1,25 см, до нижнего колонтитула — 1,25 см.

Нумерация страниц: положение — вверху страницы, вид номеров страниц — тильды, нумерация страниц с 2.

1.8. Ориентация страницы — альбомная; вид документа (страницы) — зеркальные поля; поля: верхнее — 2 см, нижнее — 2 см, левое — 3 см, правое — 1 см; размер бумаги — А4; расстояние от края до верхнего колонтитула — 1,5 см, до нижнего колонтитула — 1,5 см.

Нумерация страниц: положение — на полях страницы, вид номеров страниц — граница слева.

1.9. Ориентация страницы — альбомная; вид документа (страницы) — обычный; поля: верхнее — 2,5 см, нижнее — 2 см, левое — 2 см, правое — 2 см; размер бумаги — А4; расстояние от края до верхнего колонтитула — 1 см, до нижнего колонтитула — 1 см.

Нумерация страниц: положение — на полях страницы, вид номеров страниц — кружок справа, нумерация страниц с 3.

1.10. Ориентация страницы — альбомная; вид документа (страницы) — зеркальные поля; поля: верхнее — 2 см, нижнее — 2,5 см, левое — 2 см, правое — 2 см; размер бумаги — А4; расстояние от края до верхнего колонтитула — 2 см, до нижнего колонтитула — 2 см.

Нумерация страниц: положение — на полях страницы, вид номеров страниц — стрелка слева. Номер на первой странице скрыт.

I.4.2. Набор текста

2.1. Напряжения и деформации при кручении стержней круглого сечения.

Теория кручения стержней круглого поперечного сечения базируется на следующих предпосылках: 1) ось стержня после деформации остается прямой линией; 2) расстояние между поперечными сечениями не изменяется, т. е. отсутствует удлинения или укорочения волокон стержня; 3) поперечные сечения, плоские до деформации, остаются плоскими и перпендикулярными к оси стержня после деформации (это положение называется гипотезой плоских сечений); 4) радиусы поперечных сечений, поворачиваясь на определенный угол, остаются прямыми.

Следовательно, кручение можно рассматривать как чистый сдвиг, вызываемый поворотом одного сечения относительно другого. В поперечных сечениях стержня возникают касательные напряжения, определяемые по формуле: $\tau = Tr / J_p$, где ρ — расстояние от исследуемой точки до оси стержня; J_p — полярный момент инерции сечения стержня: для круглого сечения $J_p = \pi d^2 / 32$, для кругового кольца $J_p = \pi D^4(1 - \alpha^4) / 32$; $\alpha = d / D$; D, d — соответственно наружный и внутренний диаметры сечения кольца.

2.2. Простейшие способы обработки данных.

Графический способ. Пусть данные опыта представлены таблицей. Через точки, определяемые этой таблицей или близкие к ним, проводим график и по виду графика определяем вид эмпирической формулы. Простейшим случаем считается тот, для которого данные опыта приводят к точкам, располагающимся приблизительно на прямой $y = a_0 + a_1x$ или на кривых, уравнения которых $S = At^\alpha$ и $S = Ae^{at}$ преобразуются заменой переменных к линейной функции. Решая эту задачу графическим способом, наносим точки на координатную сетку и проводим прямую приблизительно через эти точки так, чтобы она лежала возможно ближе к каждой из нанесенных точек, а затем берем две произвольные точки на этой прямой и подставляем их координаты в соотношение $y = a_0 + a_1x$. Из полученных таким образом двух уравнений найдем a_0 и a_1 .

Подбор параметров способом наименьших квадратов. На практике часто приходится решать такую задачу. Пусть для двух функционально связанных величин x и y известны n пар соответствующих значений $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$. Требуется в наперед заданной формуле $y = f(x, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$ определить m параметров $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ ($m \leq n$) так, чтобы в эту формулу наилучшим способом укладывались бы известные n пар значений x и y .

2.3. Напряжения в точке.

При действии на тело внешних нагрузок в последнем возникает в общем случае неоднородное напряженное состояние, но всегда можно выбрать в окрестностях произвольно взятой точки внутри тела такую достаточно малую область, для которой напряженное состояние можно рассматривать как однородное.

Напряженным состоянием в точке называется совокупность напряжений, действующих по всевозможным площадкам, проведенным через эту точку. Чтобы охарактеризовать напряженное состояние в точке шестью сечениями, выделяют элементарный объем в виде прямоугольного параллелепипеда, по граням которого действуют нормальные $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ и касательные $\tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zy}, \tau_{zx}, \tau_{xz}$ напряжения. Система сил, приложенная к параллелепипеду, должна удовлетворять статическим уравнениям равновесия:

$$\Sigma x = 0; \Sigma y = 0; \Sigma z = 0; \Sigma M_x = 0; \Sigma M_y = 0; \Sigma M_z = 0.$$

Первые три условия равновесия удовлетворяются тождественно, поскольку на противоположных гранях возникают обратные по знаку силы, а последующих три — только в том случае, если моменты касательных напряжений по взаимно перпендикулярным площадкам равны.

Таким образом, на гранях выделенного параллелепипеда действует только шесть независимых компонентов напряжений.

2.4. Испытания на растяжение.

Для этого вида испытания изготавливают стандартные образцы. В зависимости от площади поперечного сечения различают нормальные и пропорциональные образцы.

Нормальные образцы имеют площадь поперечного сечения 314 мм^2 ($d_0 = 20 \text{ мм}$). Они бывают двух видов: длинные (длина расчетной части $l_0 = 200 \text{ мм}$, а отношение $l_0 / d_0 = 10$) и короткие ($l_0 = 100 \text{ мм}$, а отношение $l_0 / d_0 = 5$).

Площадь поперечного сечения пропорциональных образцов может быть произвольной, а расчетную длину определяют по формуле $l_0 = 11,3\sqrt{F_0}$ или $l_0 = 16,65\sqrt{F_0}$ в зависимости от F_0 — исходной площади поперечного сечения образцов.

При испытаниях образец растягивают до момента его разрыва. При этом вычерчивается диаграмма растяжения образца. По вертикальной оси диаграммы откладывается нагрузка P , по горизонтальной — абсолютное удлинение образца Δl .

P_p — нагрузка предела пропорциональности.

Пределом пропорциональности σ_p называют наибольшее напряжение, до которого относительное удлинение образца остается прямо пропорциональным нагрузке P_p . Его определяют по формуле $\sigma_p = P_p / F_0$.

Нагрузка P_e , при которой образец получает остаточное удлинение, равное 0,005 % расчетной длины, называют нагрузкой предела упругости.

2.5. Виражи.

На кривых малых радиусов особенно неблагоприятные условия создаются для автомобилей, движущихся по внешней полосе проезжей части, имеющей уклон от центра кривой.

Для повышения устойчивости автомобилей против заноса в таких случаях устраивают односкатный поперечный профиль с уклоном проезжей части и обочин к центру — вираж.

Поперечный уклон виража, необходимый для обеспечения движения v (м/с) при заданном радиусе R (м), может быть найден путем преобразования выражения для определения радиуса кривых:

$$i_{\text{вир}} = v^2 / (gR) - \mu = v^2 / (gR) - \varphi_{\text{поперч.}}$$

Поскольку по дорогам не все автомобили движутся с расчетной скоростью, а при меньших скоростях движение по покрытию с крутыми поперечными уклонами неудобно, виражи устраивают с уклоном i не круче 60...80 ‰, а в местностях, где не бывает гололеда, — 100 ‰. При частых гололедах уклоны виражей уменьшают i до 40 ‰.

Переход от двускатного поперечного профиля покрытия на прямом участке к односкатному поперечному профилю на кривых осуществляется постепенным поворотом проезжей части около оси дороги в пределах короткого участка, называемого отгоном виража. Длину отгона виража назначают из условия, чтобы дополнительный уклон на внешней кромке покрытия $i_{\text{доп}} = H / L_{\text{отг}}$ не превышал в зависимости от категории дороги 5...20 %.

2.6. Рыхление и уплотнение грунтов.

Рыхление производят: при необходимости разработки скреперами или бульдозерами плотных грунтов (глины твердой, сланцевой, моренной с валунами в количестве 30 % по объему); для предохранения грунтов от промерзания в осенне-зимний период и других целей.

Рыхлители применяют для снятия старых дорожных покрытий при ремонте и реконструкции городских дорог, а также рыхления скальных и мерзлых грунтов. Производительность рыхлителя $P = 1000vbh\mu_v / n$, где v — скорость движения рыхлителя, км/ч; b — ширина разрыхляемой полосы за один проход, м; h — глубина рыхления грунта; μ_v — коэффициент использования рыхлителя по времени, равный 0,8...0,85; n — число проходов по одному следу.

Уплотнение грунта, отсыпаемого в постоянные земляные сооружения, а также в пазухи котлованов и траншей, производят послойно с учетом вида грунта, его влажности и типа грунтоуплотняющих механизированных средств. Степень уплотнения (%) $\varepsilon = (\rho_{\text{пр}} / \rho_{\text{ст}})100$, где $\rho_{\text{пр}}$ — практически полученная плотность грунта при определении его влажности, г/см³; $\rho_{\text{ст}}$ — стандартная плотность сухого грунта (скелета грунта), г/см³.

2.7. Некоторые основные положения и определения по ЕСДП.

Размер — числовое значение линейной величины (диаметр, длина и т. п.) в выбранных единицах измерения.

Действительный размер — размер, установленный измерением с допустимой погрешностью.

Предельные размеры — два предельно допустимых размера, между которыми должен находиться или которым может быть равен действительный размер.

Наибольший предельный размер — больший из двух предельных размеров.

Наименьший предельный размер — меньший из двух предельных размеров.

Номинальный размер — размер, который служит началом отсчета отклонения и относительно которого определяются предельные размеры. Его определяют исходя из функционального назначения детали или сборочной единицы путем расчета. Ряды нормальных линейных размеров построены на основе предпочтительных чисел, представляющих собой десятичные ряды геометрических прогрессий со знаменателями ϕ : $\approx 1,6$ для ряда R5; $\approx 1,25$ для ряда R10; $\approx 1,12$ для ряда R20; $\approx 1,06$ для ряда R40.

Отклонение — алгебраическая разность между размером (действительным, предельным и т. д.) и соответствующим номинальным размером.

2.8. Скользящая (подвижная) опалубка.

Многоэтажные жилые дома и другие сооружения большой высоты из монолитного железобетона строят с применением металлических стержней, расположенных в стенах в качестве опоры для опалубки. Опалубка небольшой высоты (1200 мм), расположенная по обеим сторонам возводимой стены, непрерывно поднимается (скользит) по ней по мере укладки и твердения бетона.

Основными элементами скользящей опалубки являются домкратная рама, гидравлический домкрат, домкратный стержень, металлическая опалубка.

Чтобы исключить совпадение стыков стержней на одном уровне в первом ярусе, их устанавливают разной длины, трех типоразмеров: l , $2/3l$, $1/3l$. В последующих ярусах стержни принимают одинаковой длины. Так как домкратные стержни в расчете конструкции на прочность не учитываются (а расход металла составляет 10...20 кг на 1 м³ бетона, если оставлять их в стене), то по окончании бетонирования их извлекают.

Минимальную толщину возводимой стены определяют из условия, при котором в момент подъема опалубки не происходит отрыв свежеложенной бетонной смеси от ранее уложенного бетона. Это требование сохраняется, когда масса уложенного бетона P больше силы трения T , возникающих между стенками опалубки и бетоном, т. е. $P \geq T$.

2.9. Экономичность движения по криволинейным участкам дороги.

Поперечная сила вызывает боковой увод колеса — смещение вбок, под влиянием которого она катится под некоторым углом к своей плоскости, испытывая перекашивание, на которое затрачивается дополнительная мощность двигателя.

Исследования показали, что при углах увода, меньших 3...4° для шин легковых автомобилей и 4...5° для шин грузовых автомобилей, их значение прямо пропорционально поперечной силе $\delta = Y / K_{ув}$.

Значения параметра $K_{ув}$ для шин легковых автомобилей составляет 4...7 Н/град, а для грузовых автомобилей — 10...20 Н/град. Предложена эмпирическая формула, дающая зависимость $K_{ув}$ от размеров шин отечественного производства: $K_{ув} = 5b(D + 2b)(0,1p + 1)$, где b — ширина профиля, дюймы; D — диаметр обода, дюймы; p — давление воздуха в шине, МПа.

С увеличением угла увода резко возрастает мощность, затрачиваемая на качение колеса, и повышается износ шин. Опытные данные показывают, что если даже поперечная сила ограничена величиной, при которой угол увода не превышает 1° , износ шин увеличивается в 5 раз по сравнению с прямолинейным движением, затраты мощности двигателя достигают 15 %. Этому соответствует коэффициент поперечной силы $\mu = Y / Q = \delta / (K_{ув}Q) \approx 0,1$.

2.10. Компоненты и фазы системы «железо — углерод».

Железо (Fe) — блестящий светло-серый металл. Атомный номер 26, плотность $7,87 \text{ Мг/м}^3$, температура плавления 1539°C , температура кипения 2880°C , модуль упругости 210 ГПа.

Углерод (C) в железоуглеродистых сплавах находится в химически связанном или свободном состоянии. Атомный номер 6, плотность $2,6 \text{ Мг/м}^3$, температура плавления 4000°C , температура кипения 4200°C . Он имеет две кристаллические модификации — графит и алмаз.

В зависимости от температуры и содержания углерода железоуглеродистые сплавы образуют ряд структурных составляющих (фаз).

Феррит (Ф) — твердый раствор внедрения углерода в α -железе, имеет кубическую объемно-центрированную решетку, максимальная растворимость при 727°C составляет 0,02 %. Феррит характеризуется низкой прочностью ($\sigma_b = 250 \text{ МПа}$), твердостью (НВ 80...100) и высокой пластичностью ($\delta = 50\%$; $\psi = 80\%$).

Аустенит (А) — твердый раствор внедрения углерода в γ -железе, имеет кубическую гранецентрированную решетку. Предельная растворимость углерода в γ -железе при температуре 1147°C — 2,14 %. Аустенит немагнитен. Он имеет твердость НВ 160 при $\delta = 40\text{...}50\%$.

1.4.3. Форматирование текста

3.1. Заголовок: гарнитура шрифта Georgia, размер 16 пт, начертание — полужирный, видоизменение — все прописные, интервал разреженный на 2 пт; выравнивание — по центру, отступа первой строки нет, интервал после — 10 пт.

Основной текст: гарнитура шрифта Times New Roman, размер 14 пт, начертание — обычное; выравнивание по ширине, отступ первой строки — 1,25 см, междустрочный интервал — одинарный.

Ключевые по смыслу слова в тексте: гарнитура шрифта Consolas, размер 16 пт, начертание — полужирный курсив.

Буквы в математических переменных, тексте и формулах — 16 пт, латинские буквы — начертанием курсив, греческие — начертанием обычный.

3.2. Заголовок: гарнитура шрифта Calibri, размер 18 пт, начертание — полужирный, видоизменение — с тенью, интервал уплотненный на 2 пт; выравнивание — по центру, отступа первой строки нет.

Основной текст: гарнитура шрифта Arial, размер 12 пт, начертание — обычный; выравнивание по ширине, отступ первой строки — 1 см, междустрочный интервал — 1,5 строки.

Ключевые по смыслу слова в тексте: гарнитура шрифта Simplex, размер 12 пт, начертание — курсив, масштаб 150 %

Буквы в математических переменных, тексте и формулах — 14 пт, латинские буквы — начертанием курсив, греческие — начертанием обычный.

3.3. Заголовок: гарнитура шрифта Simplex, размер 16 пт, начертание — курсив, масштаб 150 %; выравнивание — по центру, отступа первой строки нет, интервал после — 10 пт.

Основной текст: гарнитура шрифта Times New Roman, размер 14 пт, начертание — обычный; выравнивание по ширине, отступа первой строки нет, междустрочный интервал — множитель 1,15.

Ключевые по смыслу слова в тексте: гарнитура шрифта Italic, размер 14 пт, начертание — курсив.

Буквы в математических переменных, тексте и формулах — 16 пт, латинские буквы — начертанием курсив, греческие — начертанием обычный.

3.4. Заголовок: гарнитура шрифта Georgia, размер 18 пт, начертание — полужирный, видоизменение — все прописные, интервал разреженный на 2 пт; выравнивание — по центру, отступа первой строки нет, интервал после — 10 пт.

Основной текст: гарнитура шрифта Times New Roman, размер 12 пт, начертание — обычный; выравнивание по ширине, выступ первой строки — 2 см, междустрочный интервал — точно 12 пт.

Ключевые по смыслу слова в тексте: гарнитура шрифта Calibri, размер 12 пт, начертание — обычный, декоративное подчеркивание.

Буквы в математических переменных, тексте и формулах — 14 пт, латинские буквы — начертанием курсив, греческие — начертанием обычный.

3.5. Заголовок: гарнитура шрифта ScriptC, размер 16 пт, начертание — полужирный, видоизменение — контур, Масштаб 200 %; выравнивание — по центру, отступа первой строки нет, интервал после — 10 пт.

Основной текст: гарнитура шрифта Times New Roman, размер 14 пт, начертание — обычный; выравнивание по ширине, отступ первой строки — 1,25 см, междустрочный интервал — одинарный.

Ключевые по смыслу слова в тексте: гарнитура шрифта Simplex, размер 14 пт, начертание — курсив, разреженный на 2 пт.

Буквы в математических переменных, тексте и формулах — 16 пт, латинские буквы — начертанием курсив, греческие — начертанием обычный.

3.6. Заголовок: гарнитура шрифта Italic, размер 18 пт, начертание — обычный, двойное подчеркивание, видоизменение — малые прописные, выравнивание — по центру, отступа первой строки нет.

Основной текст: гарнитура шрифта Arial, размер 12 пт, начертание — обычный; выравнивание по ширине, отступ первой строки — 1,25 см, междустрочный интервал — двойной.

Буквы в математических переменных, тексте и формулах — 14 пт, латинские буквы — начертанием курсив, греческие — начертанием обычный.

Ключевые по смыслу слова в тексте: гарнитура шрифта Italic, размер 14 пт, начертание — обычный, декоративное подчеркивание.

3.7. Заголовок: гарнитура шрифта Consolas, размер 20 пт, начертание — полужирный курсив, интервал уплотненный на 1 пт; выравнивание — по центру, отступа первой строки нет, интервал после — 10 пт.

Основной текст: гарнитура шрифта Times New Roman, размер 14 пт, начертание — обычный; выравнивание по ширине, выступ первой строки — 1,25 см, междустрочный интервал — множитель 1,2.

Ключевые по смыслу слова в каждом абзаце: гарнитура шрифта Consolas, размер 14 пт, начертание — полужирный курсив.

Буквы в математических переменных, тексте и формулах — 16 пт, латинские буквы — начертанием курсив, греческие — начертанием обычный.

3.8. Заголовок: гарнитура шрифта Verdana, размер 16 пт, начертание — полужирный, видоизменение — с тенью, масштаб 150 %; выравнивание — по центру, отступа первой строки нет, интервал после — 10 пт.

Основной текст: гарнитура шрифта Arial, размер 12 пт, начертание — обычный; выравнивание по ширине, отступ первой строки — 2 см, междустрочный интервал — 1,5 строки.

Ключевые по смыслу слова в тексте: гарнитура шрифта Georgia, размер 14 пт, начертание — курсив.

3.9. Заголовок: гарнитура шрифта Calibri, размер 20 пт, начертание — обычный, интервал разреженный на 2 пт, декоративное подчеркивание; выравнивание — по центру, отступа первой строки нет, интервал после — 10 пт.

Основной текст: гарнитура шрифта Times New Roman, размер 12 пт, начертание — обычный; выравнивание по ширине, отступа первой строки нет, междустрочный интервал — минимум 12 пт.

Ключевые по смыслу слова в тексте: гарнитура шрифта ScriptC, размер 12 пт, начертание — обычный.

Буквы в математических переменных, тексте и формулах — 14 пт, латинские буквы — начертанием курсив, греческие — начертанием обычный.

3.10. Заголовок: гарнитура шрифта Georgia, размер 18 пт, начертание — полужирный, видоизменение — малые прописные, интервал уплотненный на 1 пт; выравнивание — по центру, отступа первой строки нет.

Основной текст: гарнитура шрифта Arial, размер 14 пт, начертание — обычный; выравнивание по ширине, отступ первой строки — 1,25 см, междустрочный интервал — одинарный.

Ключевые по смыслу слова в тексте: гарнитура шрифта Italic, размер 14 пт, начертание — курсив, одинарное подчеркивание.

Буквы в математических переменных, тексте и формулах — 16 пт, латинские буквы — начертанием курсив, греческие — начертанием обычный.

1.4.4. Работа со списками

4.1. Положение номера 0 см, отступ текста 0,5 см, символ после номера знак табуляции, опция **Добавить позицию табуляции** снята.

MS Word — многофункциональная программа обработки текстов, текстовый процессор. Ее предназначение:

- а) набор, редактирование, верстка текста и таблиц;
- б) управление всеми пунктами меню, опциями и командами с помощью мыши;
- в) просмотр на дисплее готового к печати документа без затраты бумаги на дополнительные распечатки;
- г) вставка рисунков и слайдов,
- д) заготовка бланков, писем и других документов;
- е) обмен информацией с другими программами;
- ж) проверка орфографии и поиск синонимов.

4.2. Положение маркера 2 см, отступ текста 2,5 см, символ после номера знак табуляции, опция **Добавить позицию табуляции** снята.

Многообразие программных средств, предназначенных для работы с текстами, можно подразделить на следующие виды:

- ✓ электронные блокноты (записные книжки);
- ✓ текстовые редакторы;
- ✓ текстовые процессоры;
- ✓ редакционно-издательские системы (программы верстки);
- ✓ программы, предназначенные для перевода с одного языка программирования на другой;
- ✓ лингвистические корректоры;
- ✓ системы, осуществляющие интеллектуальный поиск и интеллектуальную обработку текстов, размещенных в сетях.

4.3. Положение номера 1 уровня 0 см, отступ текста 0,7 см, положение номера 2 уровня 0,7 см, отступ текста 1,2 см.

Классификация программных продуктов по сфере использования:

- 1. Системное программное обеспечение
 - а базовое
 - б сервисное
- 2. Пакеты прикладных программ
 - а проблемно-ориентированные
 - б методо-ориентированные
 - в общего назначения
 - г интеллектуальные системы
 - д автоматизированного проектирования
 - е офисные
 - ж средства мультимедиа
 - з настольные издательские системы
- 3. Инструментарий технологии программирования
 - а средства для создания приложений
 - б средства для создания информационных систем

4.4. Положение номера 1 см, отступ текста 0 см, символ после номера пробел, опция **Добавить позицию табуляции** снята.

Текстовые процессоры отличаются от текстовых редакторов:

- 1. более развитым пользовательским интерфейсом;
- 2. возможностью сопровождения текста графическими изображениями;
- 3. простотой создания и редактирования таблиц;

4. наличием большого количества стандартных шаблонов документов, таблиц, рисунков, шрифтов и прочее;
5. возможностью ввода в текст формул, буквиц, разбиения текста на колонки и прочее;
6. возможностью создания и использования макросов.

4.5. Положение маркера 0 см, отступ текста 0,5 см, символ после номера знак нет, опция **Добавить позицию табуляции** снята.

Прикладное программное обеспечение общего назначения включает в себя:

- ✓ системы обработки текстов, предназначенные для работы с текстами;
- ✓ системы компьютерной графики, позволяющие быстро строить изображения, вводить в документ иллюстрации, создавать анимационные ролики;
- ✓ табличные процессоры, предназначенные для выполнения расчетов и дальнейшей обработки числовой информации;
- ✓ системы управления базами данных, необходимые для создания, обработки и вывода записей баз данных

4.6. Положение номера 0 см, отступ текста 1 см, символ после номера знак пробел, опция **Добавить позицию табуляции** снята.

Базовый курс информатики, обеспечивающий обязательный общеобразовательный минимум подготовки учащихся по информатике, включает в себя следующие тематические разделы (содержательные линии):

- I. раздел информации и информационных процессов.
- II. раздел представления информации.
- III. раздел компьютера.
- IV. раздел формализации и моделирования.
- V. раздел алгоритмизации и программирования.
- VI. раздел информационных технологий.

4.7. Положение номера 1 уровня 0 см, отступ текста 0,63 см, положение номера 2 уровня 0,63 см, отступ текста 1,27 см.

Программы по обработке текстовых данных подразделяются на:

- 1) Текстовые редакторы – для работы с простейшими текстовыми документами
 - a) Блокнот
- 2) Текстовые процессоры – для работы с текстами, в которых предполагается более сложное и разнообразное форматирование, включение различных объектов
 - a) MS Word
 - b) OpenOffice.org Writer
- 3) Издательские системы – для набора, верстки и создания макетов текстовых и иллюстративных материалов
 - a) TeX
 - b) MS Publisher

4.8. Положение номера 0 см, отступ текста 1 см, символ после номера знак табуляции, опция **Добавить позицию табуляции** снята.

Наиболее часто используются следующие гарнитуры.

- 1) Литературная — для набора всех видов изданий, кроме букварей, энциклопедий, а также малоформатных, нормативных, периодических и литературно-художественных изданий.
- 2) Обыкновенная новая — для набора всех видов книжно-журнальных изданий, кроме учебников для школы, карманных и нормативных изданий.
- 3) Банниковская и Академическая — для набора литературно-художественных, научных, учебных и научно-популярных изданий по гуманитарным областям знаний и массовых иллюстративных журналов.
- 4) Балтика и Таймс — для набора художественной и научно-популярной литературы, вузовских учебников.

4.9. Положение маркера 5 см, отступ текста 5,5 см, символ после номера знак пробела, опция **Добавить позицию табуляции** снята.

Настольные издательские системы представляют собой комплекс аппаратных и программных средств, предназначенных для компьютерного набора, верстки и издания текстовых и иллюстративных материалов. Для издательских систем существуют различные сервисные программы обработки текстовых материалов. Среди них можно выделить семь основных групп:

- преобразования растровой графики в векторную;
- обработки сканированных изображений;
- обработки шрифтов;
- проверки правописания;
- чтения текстов с помощью сканера;
- русификации программ;
- программы-переводчики.

4.10. Положение номера 0 см, отступ текста 0 см, символ после номера знак пробела, опция **Добавить позицию табуляции** снята.

К главным возможностям текстовых редакторов относятся:

- а) набор текста в интерактивном режиме;
- б) редактирование текста;
- в) работа с фрагментами текста;
- г) форматирование текста;
- д) работа с несколькими текстами одновременно посредством многооконного принципа работы;
- е) файловая организация работы с текстами и взаимодействие с ОС;
- ж) импорт/экспорт текстов из одного формата в другой, в другие прикладные системы.
- з) работа со спецсимволами;
- и) работа с иллюстративным материалом;
- к) проверка правописания;
- л) поиск и замена фрагментов текста.

1.4.5. Работа с таблицами

5.1.

Список кураторов групп 1 и 2 курсов

Курс	Ф.И.О.	Адрес	Телефон
Кафедра «Нефтегазовые сооружения»			
1	Вьюгина Тамара Васильевна	г. Волгоград, ул. Победы д. 8, кв. 23	23-67-55
2	Орлов Дмитрий Иванович	г. Волгоград, пр. Ленина д. 104, кв. 64	44-44-44
Кафедра «Энергоснабжения и теплотехники»			
1	Дюжева Марина Владимировна	г. Волгоград, ул. Глазкова д.89, кв. 17	36-56-78
2	Петрова Ирина Николаевна	г. Волгоград, ул. Дымченко д.16, кв. 1	24-34-55
Кафедра «Водоснабжения и водоотведения»			
1	Кожевин Николай Петрович	г. Волгоград, ул. Жукова д. 2, кв. 123	37-66-08
2	Тимошенко Виктор Тимофеевич	г. Волгоград, ул. Мира д.44, кв. 46	33-65-78

5.2.

**Заявка на приобретение канцтоваров
для формирования консолидированного бюджета ООО «Радуга» на 2015 г.**

№	Наименование	Кол-во	Ед. изм.	Цена (руб.)	Сумма (руб.)	Сроки поставки (квартал)			
						6			
						1	2	3	4
1	Бумага для ксерокса	10	уп.	130	1300	x			
2	Папка-скоросшиватель	50	шт.	35	1750		x		
3	Ручки шариковые	25	шт.	10	250			x	
4	Штрих	5	шт.	17	85			x	
5	Бумага для заметок	5	уп.	44	220				x
6	Калькулятор	2	шт.	350	700		x		

5.3.

**Динамика состава и структуры товарной продукции ОАО «Нефть Каспия»
за 2008—2010 гг.**

Наименование продукции	Вертикальный анализ					
	2008		2009		2010	
	кол-во, т	уд. вес, %	кол-во, т	уд. вес, %	кол-во, т	уд. вес, %
Нефтеаппаратура	1245	39,4	1312	42,6	1300	39,2
Шаровые краны	1100	34,9	990	32,2	1240	37,3
Нефтяные насосы	345	10,9	450	14,6	380	11,4
Прочая продукция	466	14,8	325	10,6	400	12,0
Итого	3156	100	3077	100	3320	100

5.4.

Образец пояснительной записки

						ДП-206807.00-83-00		
Изм.	Кол. уч.	Лист	№ док	Подп	Дата			
Разраб	Иванов				КУРСОВОЙ ПРОЕКТ	Стадия	Лист	Листов
Гл. конс.	Петрова					У	9	123
Проверил	Егорова					ВолГАСУ Каф. ПМ и ВТ		
Н. контроль	Мариненко							
Утверждено	Кудрявцев							

5.5.

Рабочая программа
По дисциплине «Информатика»
Для специальностей 060400 «Финансы и кредит»

Виды учебной работы		Форма обучения		
		Очная	Заочная	Сокращенная
Аудиторные занятия	Всего	108	26	64
	Лекции	72	8	36
	Лабораторные	36	10	18
	Семинарские	20	8	10
Самостоятельная работа студентов		100	200	150
Курсовая работа		60	60	60
Контрольная работа		2	2	2
Форма итогового контроля		зачет	зачет	зачет

5.6.

**Динамика численности персонала ОАО «Нефть Каспия»
за 2008—2010 гг. и их структура**

Категории персонала	Значение показателей по годам						Горизонтальный анализ изменения, %	
	2008		2009		2010		09/08	10/08
	чел.	уд. вес	чел.	уд. вес	чел.	уд. вес		
Всего ППП, в т. ч.:	2581	100,0	2951	114,3	2963	114,8	114,3	104,4
основные рабочие	1310	50,8	1400	54,2	1420	55,0	106,9	101,4
вспомогательные рабочие	827	32,0	900	34,9	915	35,5	108,8	101,7
руководители	228	8,8	220	8,5	210	8,1	96,5	95,5
специалисты	424	16,4	411	15,9	400	15,5	97,0	97,3
служащие	20	0,8	20	0,8	18	0,7	100	90

5.7.

Расчет премии за риск вложений в оцениваемый объект

Вид и наименование риска	Категория риска	1	2	3	4	5
Систематический риск						
Ухудшение общей экономической ситуации	динамичный		1			
Увеличение числа конкурирующих объектов	динамичный	1				
Несистематический риск						
Природные и антропогенные чрезвычайные ситуации	статичный			1		
Неэффективный менеджмент	динамичный				1	
Криминогенные факторы	динамичный		1			
Количество наблюдений		1	2	1	1	0
Взвешенный итог		1	4	3	4	0
Сумма		12				
Количество факторов		5				
Поправка на риск вложений в объект недвижимости (округленно)		2				

5.8.

**Перечень специальностей, на которые объявлен набор в 2010 году
на заочную форму обучения**

№	Код по ОКСО и наименование направления, специальности	Перечень вступительных экзаменов
Направления подготовки бакалавров		
1	080500. Менеджмент	Математика, русский язык, обществознание
2	080100. Экономика	
Специальности		
3	270102. Промышленное и гражданское строительство	Математика, русский язык, физика
4	270105. Городское строительство и хозяйство	
5	270202. Строительство мостов	
6	270301. Архитектура	Математика, русский язык, архитектурный рисунок, архитектурная композиция
7	270302. Дизайн архитектурной среды	
8	270303. Реставрация и реконструкция архитектурного наследия	

5.9.

**Количество студентов, обучающихся на выпускном курсе
по строительно-технологическому деканату**

Код и название специальности	Всего обучается на выпускном курсе					Год начала подготовки				
	днев.	заоч.	днев. уск.	заоч. уск.	другое	днев.	заоч.	днев. уск.	заоч. уск.	другое
1	7	8	9	19	11	12	13	14	15	16
290600 «Производство строительных изделий и конструкций»	24		15			2005		2008		
291300 «Механизация и автоматизация строительства»	25		21			2005		2008		
290400 «Гидротехническое строительство»	22		14			2005		2008		

5.10.

Виды и объемы учебной работы, семестры по учебному плану

Виды учебной работы	Всего часов	№№ семестров	
		2	3
Общая трудоемкость дисциплины	200	100	100
Аудиторные занятия, всего	52	26	26
Лекции	20	10	10
Лабораторный практикум	32	16	16
Самостоятельная работа студентов	148	74	74
Итоговый контроль			
Зачеты		зачет	
Экзамены			экзамен

I.4.6. Работа с готовыми изображениями

Вставьте две одинаковых картинки из коллекции MS Word. Для второй картинки примените один из способов коррекции (увеличьте/уменьшите контрастность, увеличьте/уменьшите яркость, сделайте обрезку, поверните рисунок и т. п.).

6.1. Бизнес

6.2. Государство

6.3. Здания

6.4. Наука

6.5. Образование

6.6. Общение

6.7. Промышленность

6.8. Профессии

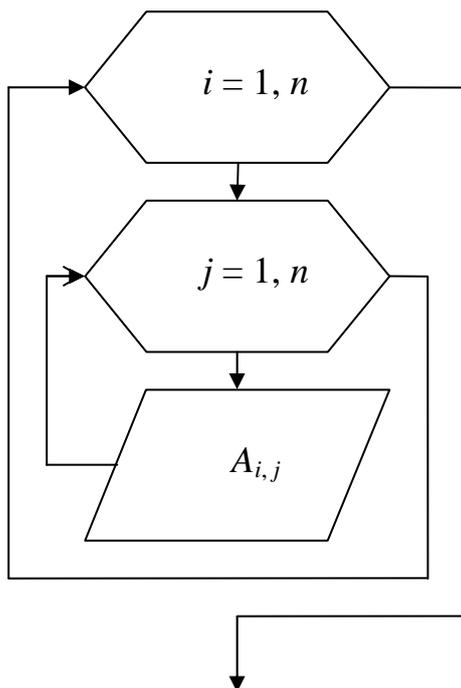
6.9. Технология

6.10. Спорт

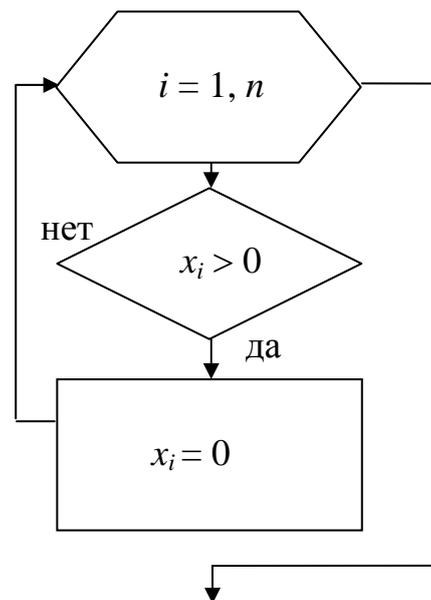
I.4.7. Создание изображений

С помощью средств текстового процессора создайте рисунок.

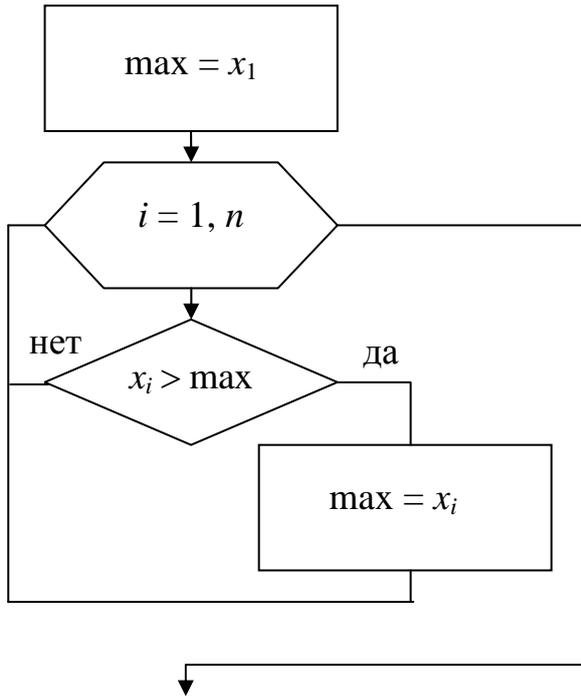
7.1. Ввод матрицы A



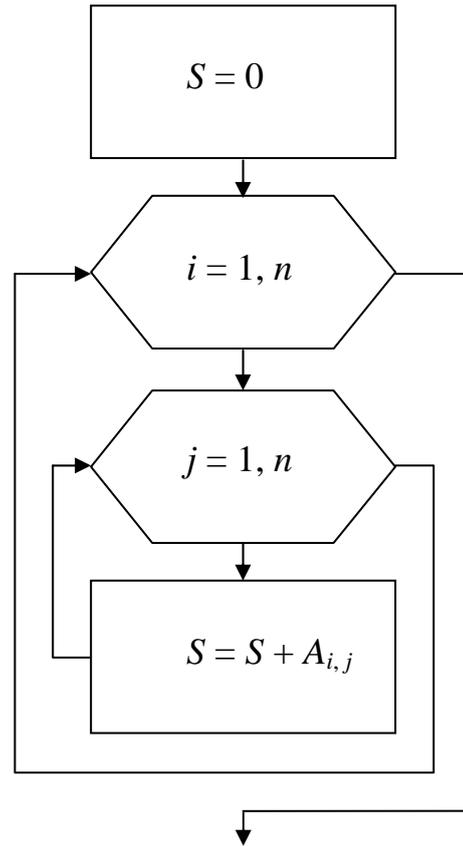
7.2. Замена положительных элементов вектора x нулями.



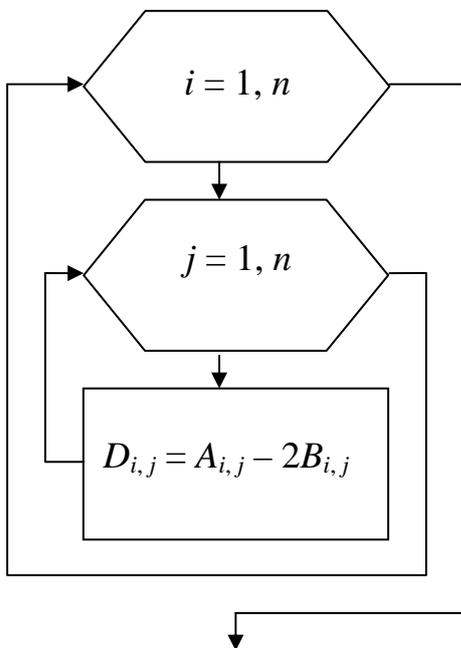
7.3. Наибольший элемент вектора x



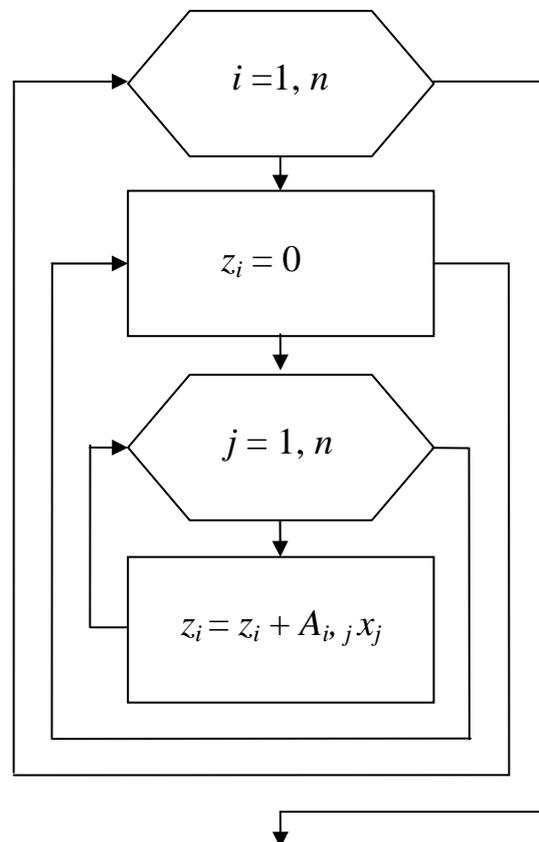
7.4. Сумма элементов матрицы A



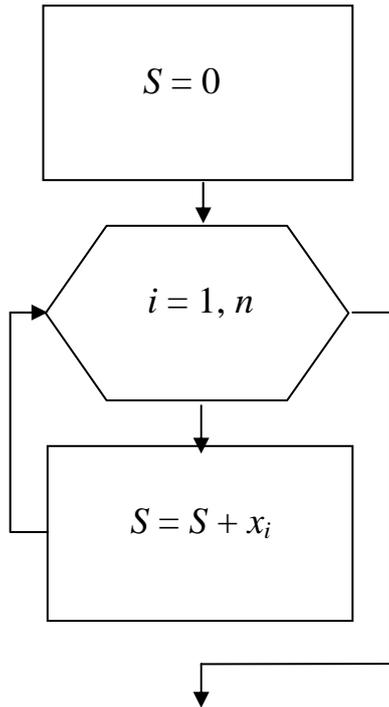
7.5. Вычисление матрицы по формуле $D = A - 2B$



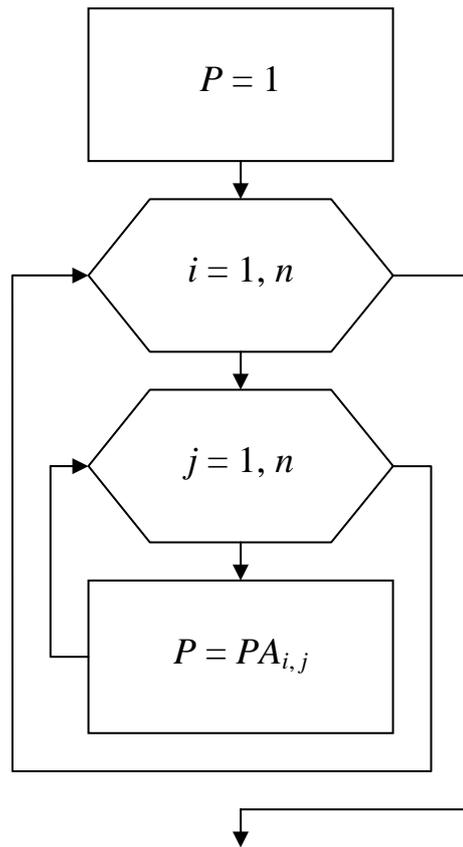
7.6. Произведение матрицы A на вектор x



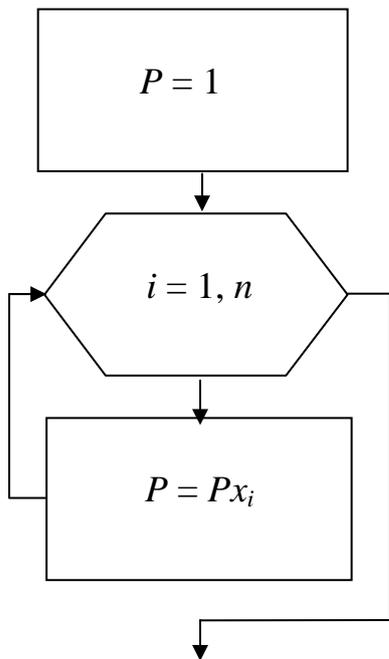
7.7. Сумма элементов вектора x



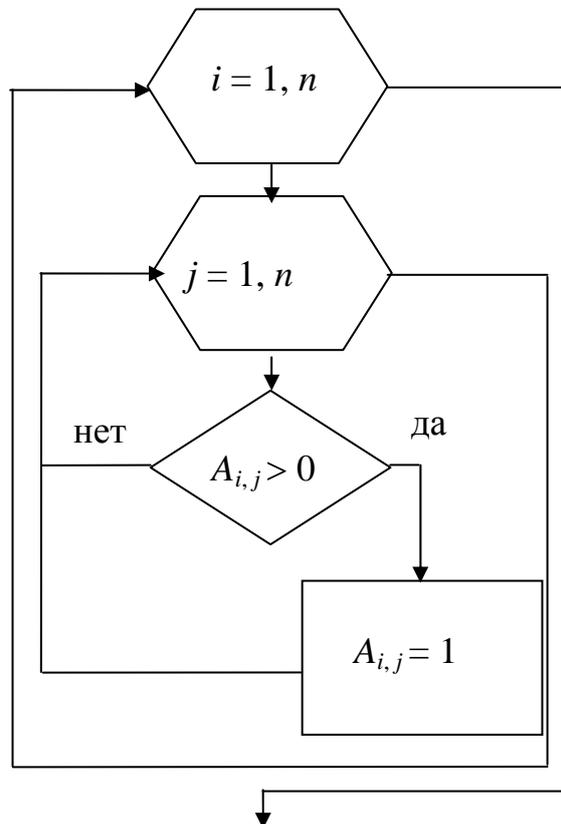
7.8. Произведение элементов матрицы A



7.9. Произведение элементов вектора x



7.10. Замена положительных элементов матрицы A единицами



1.4.8. Набор формул

8.1. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 3x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 = 7 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

8.2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 11 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 8 \end{cases}$$

8.3. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 5 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 - x_2 - 5x_3 = 6 \end{cases}$$

8.4. Найти матрицу C , если

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 6 \\ 1 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix} + 2C = 3 \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

8.5. Найти матрицу C , если

$$\begin{pmatrix} 7 & 12 & 9 \\ -4 & 11 & 4 \\ 11 & 0 & 3 \end{pmatrix} - 3C = 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ -1 & 1 & 5 \\ 5 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

8.6. Случайная величина x подчинена закону распределения с плотностью $f(x)$. Найти a .

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ a(3x - x^2) & \text{при } 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{при } x > 3 \end{cases}$$

8.7. Вычислить интегралы:

$$\begin{aligned} & \int \frac{dx}{x^2 + x + 7}; \\ & \int \frac{dx}{\sqrt{2x^2}}; \\ & \int \sin^2 x dx. \end{aligned}$$

8.8. Найти пределы:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x + 5}{x^2 - 3x}; \\ & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x}; \\ & \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x + 1). \end{aligned}$$

8.9. Вычислить выражение:

$$x = 2,21$$

$$y = 1,2 \tan^3(3x) + \ln(2x + 5,5) - 4,7 + \frac{\sqrt{x+1}}{x\sqrt{x+x+\sqrt{x}}}.$$

8.10. Вычислить выражение:

$$t = 5,73$$

$$x = 3t^2 + 6 \ln(t^2 + 2t + 1) + 7^t + \sqrt{\frac{2t}{1 + \sqrt{t}}}.$$

Контрольные вопросы

1. Расскажите о назначении текстового процессора MS Word 2007.
2. Дайте определение основных объектов текстового документа (документ, страница, абзац, строка, слово, символ, рисунок, таблица) и их параметров.
3. Как открыть новый или ранее созданный документ?
4. Какие существуют режимы просмотра документа?
5. Как сохранить документ? Расскажите об отличии команд **Сохранить** и **Сохранить как**, типах файлов текстового документа и их назначении?
6. Какие существуют параметры страницы и как их установить?
7. Как пронумеровать страницы документа?

8. Опишите возможности набора и редактирования текста.
9. Какие существуют способы выделения фрагментов текста?
10. Как вызвать диалоговое окно **Абзац**? Какие параметры в нем можно установить?
11. Как вызвать диалоговое окно **Шрифт**? Какие параметры в нем можно установить?
12. Как напечатать символ, которого нет на клавиатуре?
13. Как ввести список? В чем главное преимущество его использования? Как изменить отступы текста и символов в списке?
14. Как ввести и отредактировать формулу?
15. Как создать таблицу?
16. Какие возможности иллюстрации документа предусмотрены в текстовом процессоре?
17. Как напечатать документ на бумаге? Каковы возможности окна **Печать**?

II. ОСНОВЫ РАБОТЫ В ТАБЛИЧНОМ ПРОЦЕССОРЕ MICROSOFT EXCEL

II.1. Общие сведения

С помощью табличного процессора Microsoft Excel создается документ, который называется **электронной таблицей**. Электронная таблица формируется в оперативной памяти компьютера. В дальнейшем ее можно просматривать, изменять, сохранять, печатать на принтере. Применение электронных таблиц упрощает работу с данными и позволяет получать результаты без проведения расчетов вручную или специального программирования. Наиболее широкое применение электронные таблицы нашли в экономических, бухгалтерских и в научно-технических задачах и расчетах. Среда MS Excel имеет традиционный вид окна для приложений Windows (рис. II.1).

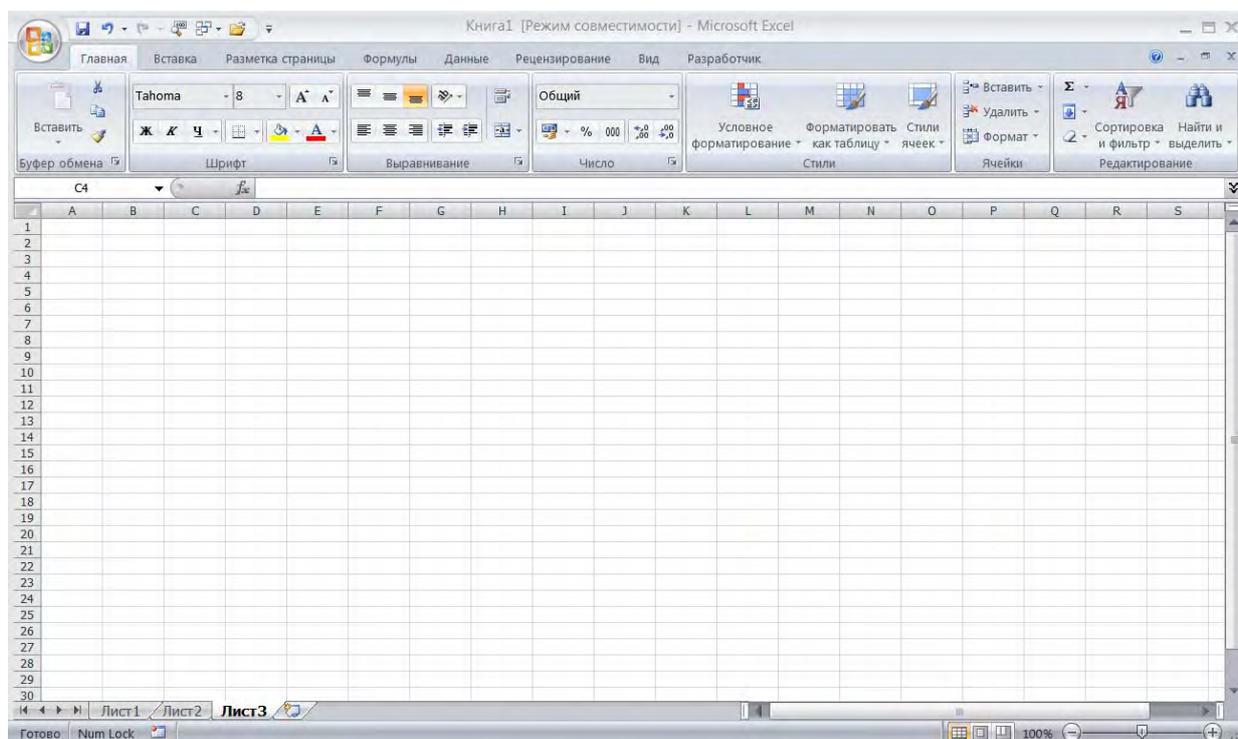


Рис. II.1. Окно Microsoft Excel

II.2. Основные операции в MS Excel

II.2.1. Запуск программы и выход из нее

Никаких принципиальных изменений в методике запуска программы Excel 2007 по сравнению с ее прошлыми версиями не произошло.

Для запуска программы можно использовать ярлык на панели задач Windows или же пункт «Microsoft Excel 2007» в меню Microsoft Office в списке «Все программы» главного меню.

Чтобы выйти из программы, воспользуйтесь одним из следующих способов:

Нажмите кнопку **Office**  и в меню типичных команд выбрать **Закрыть**;

щелкните на кнопке с крестиком в строке заголовка окна Excel;

нажмите комбинацию клавиш **[Alt] + [F4]**.

Если последняя редакция документа не была сохранена, при попытке пользователя завершить работу с Excel программа спросит о необходимости сохранения внесенных изменений. Для того чтобы сохранить документ в новой редакции, в окне сообщения следует нажать командную кнопку **Да**, при необходимости выйти из программы без сохранения изменений — командную кнопку **Нет**, а для того чтобы продолжить редактирование документа — командную кнопку **Отмена**.

II.2.2. Окно MS Excel и его элементы

Электронная таблица. Основную часть экрана занимает лист электронной таблицы. Рабочий лист представляет собой сетку из столбцов и строк. Столбцы озаглавлены прописными латинскими буквами и двухбуквенными комбинациями. Строки последовательно нумеруются цифрами. Рабочий лист максимально может иметь 256 столбцов (от A до IV) и 65536 строк. Каждая ячейка образуется пересечением строки и столбца и имеет свой уникальный адрес (ссылку). Например, ячейка, находящаяся на пересечении столбца C и строки 4, имеет адрес C4. Адреса используются при записи формул или обращении к ячейкам.

Ячейка — минимальная информационная единица. Ячейка может содержать разные типы данных (текст, числа, даты и т. п.), но внутри одной ячейки могут храниться данные только одного типа. Ячейки могут находиться в состоянии:

- а) активной или выделенной (можно выделить блок ячеек);
- б) редактируемой (может быть только одна в определенный момент времени).

Если с ячейкой совместить курсор мыши и щелкнуть левой клавишей, то вокруг ячейки появится рамка. Ячейка в рамке — это активная или выделенная ячейка ([рис. II.2](#)). Для перехода в состояние редактирования ячейки необходимо выполнить двойной щелчок по левой кнопке мыши на ячейке.

	A	B
1		
2		
3		

Рис. II.2. Активная ячейка

На данные, расположенные в соседних ячейках можно ссылаться в формулах, как на единое целое. Такую группу ячеек называют диапазоном или блоком. Наиболее часто используют прямоугольные диапазоны, образующиеся на пересечении группы последовательно идущих строк и группы последовательно идущих столбцов. Диапазон ячеек обозначают, указывая через двоеточие адреса ячеек, расположенных в левом верхнем углу и в правом нижнем углу образовавшегося прямоугольника.

Рабочие листы объединены в рабочую книгу. Рабочая книга — это обычный документ или тип файла в Microsoft Excel 2007 (расширение файла — *xlsx*). Каждая рабочая книга по умолчанию имеет три рабочих листа, но их можно по необходимости добавлять до 256 соответственно. По умолчанию листы называются: Лист 1, Лист 2, и т. д. Эти имена выводятся на ярлычках, расположенных в нижней части окна рабочей книги. Название текущего листа можно изменить, воспользовавшись командой контекстно-зависимого меню, вызываемого правой кнопкой мыши (рис. II.3).

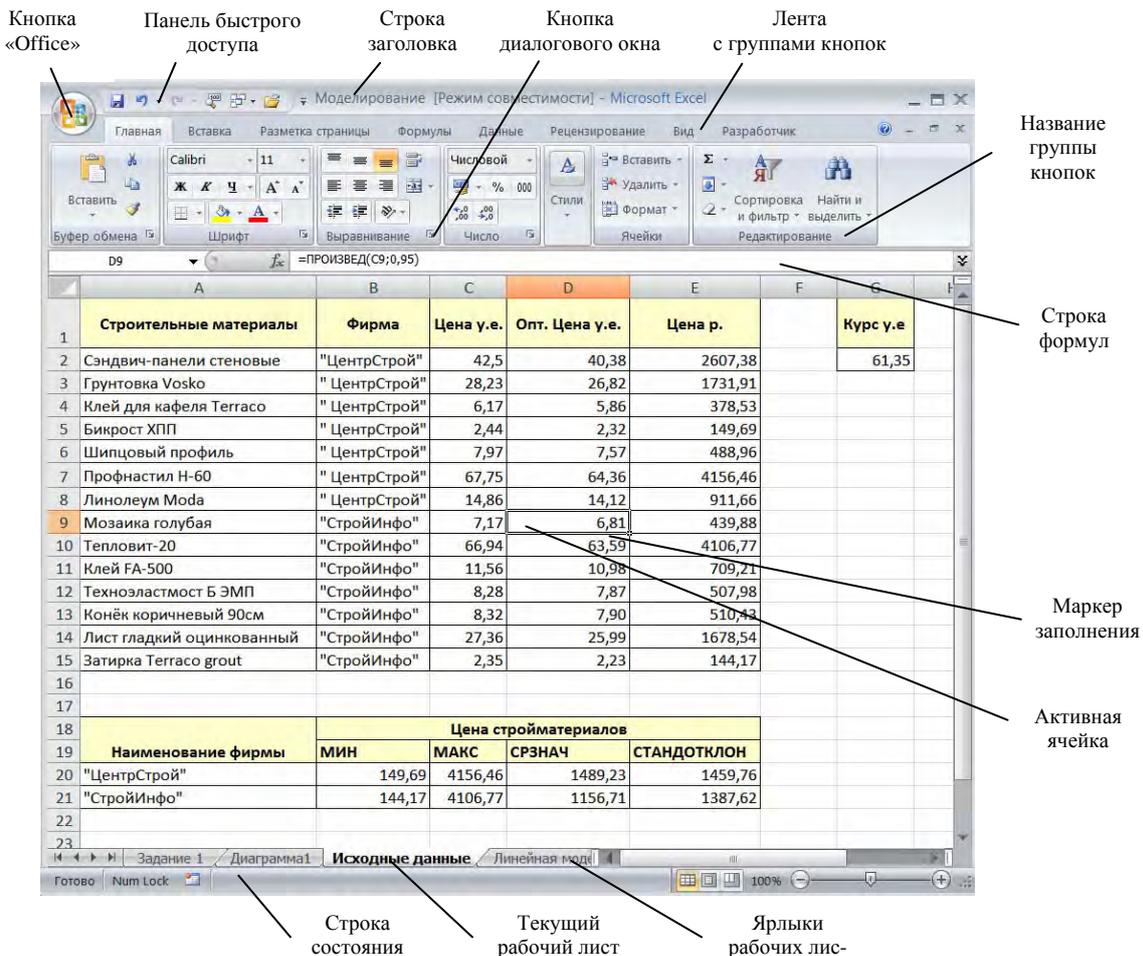


Рис. II.3. Основные элементы окна Microsoft Excel

Строка заголовка в Excel 2007 несколько отличается от вариантов предыдущих версий программы. Теперь на ней фактически размещена только кнопка **Office**. Кнопки управления окном (свернуть, развернуть/восстановить и закрыть) остались без изменения. Строка по-прежнему отображает название программы Excel и имя открытой в данный момент книги.

Кнопка Office. Кнопка **Office**  располагается в самом верхнем левом углу программы и предназначена для активации меню типичных задач.

Меню типичных задач содержит как привычные базовые команды (**Создать**, **Сохранить** и т. д.), так и новые пункты (**Подготовить**, **Параметры Excel** и т. д.) (рис. П.4).

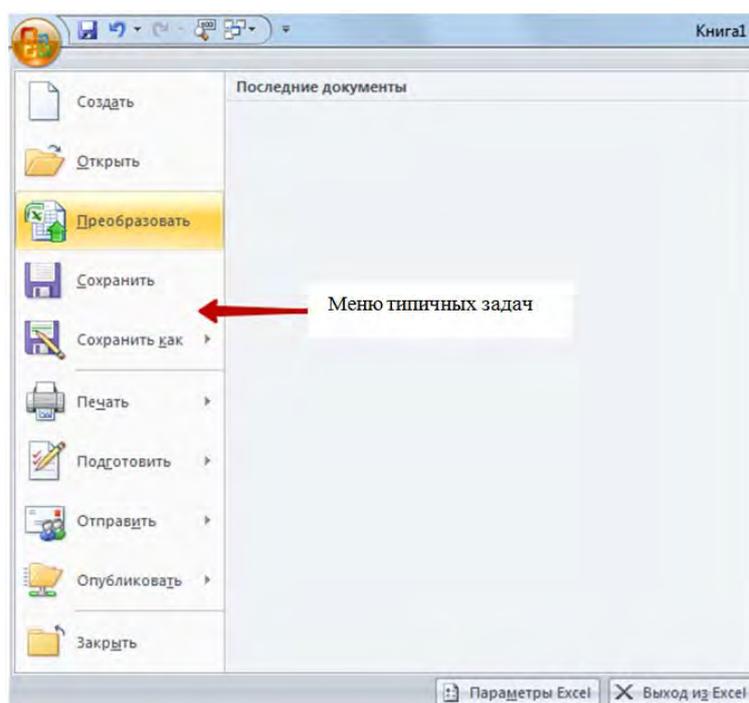


Рис. П.4. Меню типичных задач

Лента — это широкая полоса в верхней части окна программы, на которой размещены тематические наборы команд, собранные во вкладках и в группах (рис. П.5).

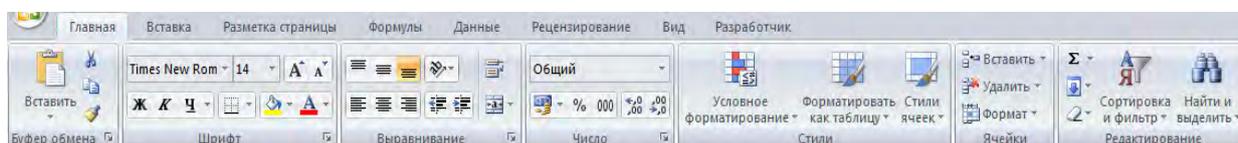


Рис. П.5. Лента

Вкладка — это часть ленты с командами, сгруппированными по задачам, которые обычно совместно выполняются для достижения определенных целей. Первоначально в окне отображена лента с восемью вкладками. Но по ходу форматирования документа и при переходе к новым объектам работы автоматически активируются дополнительные вкладки, необходимые для решения новых задач.

При включении программы она всегда открывается с активной вкладкой **Главная**.

Группа — более локализованный набор команд, сформированный по принципу наибольшей близости по типу выполняемой задачи. В группах непосредственно и находятся кнопки для выполнения определенных команд или активации меню.

Панель быстрого доступа. Вверху окна программы, над лентой (как правило), находится панель быстрого доступа (рис. II.6), на которой по умолчанию размещаются кнопки сохранения, отмены и повтора действий.

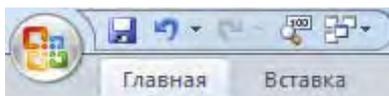


Рис. II.6. Панель быстрого доступа

Строка формул. Ниже панелей инструментов находится состоящая из двух частей строка формул, в которой производится обработка содержимого ячеек. Правая часть этой строки, называемая полем ввода, служит для отображения и редактирования содержимого текущей ячейки. Если в активной ячейке находится число, то оно повторяется в поле формулы; если в активной ячейке находится формула, то эта формула отображается в поле формулы, а в ячейке находится число — результат расчета по этой формуле.

Редактирование данных осуществляется или в ячейке, или в строке формул. Для перехода в режим редактирования в строке формул следует нажать клавишу [F2] или щелкнуть мышью в правой части этой строки. Чтобы установить режим редактирования в ячейке, необходимо выполнить на ней двойной щелчок, вследствие чего в ячейке появится курсор ввода.

Строка формул также содержит кнопки для обработки содержимого ячейки (рис. II.7). Кнопка **Отмена** применяется для отмены последнего действия (это можно сделать и с помощью клавиши [Esc]). Кнопка **Ввод** служит для подтверждения ввода данных или изменения содержимого ячейки; ее действие аналогично действию клавиши [Enter]. С помощью кнопки **Вставка функции** можно активизировать **Мастер функций**, предназначенный для ввода и редактирования формул.

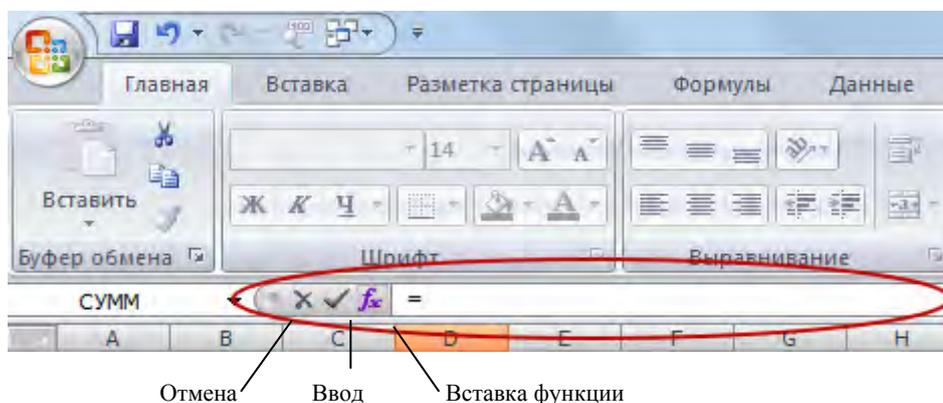


Рис. II.7. Строка формул

В левой части строки формул расположено поле имени (адреса), в котором указывается адрес активной ячейки или размер выделенного диапазона или текстовое имя блока ячеек, если оно присвоено пользователем. Например, если поле содержит запись $2R \times 3C$, это говорит о том, что выделенный диапазон состоит из 2 строк и 3 столбцов. Если для некоторых диапазонов ячеек заданы имена, они отображаются в списке поля имени, который открывается после щелчка на кнопке со стрелкой, находящейся справа от этого поля.

Для того чтобы присвоить какой-либо клетке или блоку клеток собственное имя, необходимо:

выделить нужный блок клеток (например B2:N30), внутри которого целиком находится какая-то относительно законченная информация (таблица, диаграмма);

переместить указатель мыши в поле имени. Указатель примет форму курсора ввода (короткой вертикальной черточки);

щелкнуть по полю имени. Адрес верхней левой ячейки выделенного блока (B2) в поле имени станет подсвеченным, а сам адрес сместится к левому краю поля имени;

набрать на клавиатуре имя (можно на русском языке), которое вы хотите присвоить данному блоку клеток, например «Объем продаж». Длина поля имени не должна превышать 250 символов, пробелы не допускаются, вместо пробелов можно вводить знак подчеркивания;

нажать клавишу [Enter]. В поле имени появится: B2 Объем продаж.

Для быстрого перехода к именованному интервалу:

щелкните по полю имени;

введите имя интервала, к которому вы хотите перейти (или выберете нужное имя в выпадающем окне списка;

нажмите клавишу [Enter].

Интервал, имя которого вы ввели, окажется на экране в выделенном виде.

Строка состояния. В нижней части окна программы находится строка состояния (см. рис. II.3). В этой строке слева отображаются различные сообщения, например о том, какая команда выбрана. Если пользователь загружает созданную ранее книгу, в ней отображается ход процесса открытия документа. Строка состояния информирует также о том, можно ли вводить данные или выбирать команду. Если такая возможность существует, в этой строке появляется слово «Готово».

В режиме ввода данных **Ввод** происходит посимвольный ввод данных с клавиатуры в текущую ячейку. В режиме редактирования **Правка** происходит редактирование содержимого ячейки.

II.2.3. Ввод, редактирование и форматирование данных

Отдельная ячейка может содержать данные, относящиеся к одному из трех типов:

текст;

число;

формула,

а также оставаться пустой.

Тип данных, размещаемых в ячейке, определяется автоматически при вводе. Если эти данные можно интерпретировать как число, MS Excel так и делает. В противном случае данные рассматриваются как текст. Ввод формулы всегда начинается с символа «=» (знака равенства).

Ввод текста и чисел. Ввод данных осуществляют непосредственно в текущую ячейку или в строку формул. Место ввода отмечается текстовым курсором. Если начать ввод нажатием алфавитно-цифровых клавиш, данные из текущей ячейки заменяются вводимым текстом. Если щелкнуть на строке формул или дважды на текущей ячейке, старое содержимое ячейки не удаляется и появляется возможность его редактирования. Вводимые данные в любом случае отображаются как в ячейке, так и в строке формул.

Чтобы завершить ввод, сохранив введенные данные, используют кнопку **Ввод** в строке формул или клавишу [Enter]. Чтобы отменить внесенные изменения и восстановить прежнее значение ячейки, используют кнопку **Отмена** в строке формул или клавишу [Esc]. Для очистки текущей ячейки или выделенного диапазона проще всего использовать клавишу [Delete].

Автоматизация ввода. Так как таблицы часто содержат повторяющиеся или однотипные данные, MS Excel содержит средства автоматизации ввода. К числу предоставляемых средств относятся автозавершение и автозаполнение.

Автозавершение. Для автоматизации ввода текстовых данных используется метод автозавершения. Его применяют при вводе в ячейки одного столбца рабочего листа текстовых строк, среди которых есть повторяющиеся. В ходе ввода текстовых данных в очередную ячейку MS Excel проверяет соответствие введенных символов строкам, имеющимся в этом столбце выше. Если обнаружено однозначное совпадение, введенный текст автоматически дополняется. Нажатие клавиши [Enter] подтверждает операцию автозавершения, в противном случае ввод можно продолжать, не обращая внимания на предлагаемый вариант.

Можно прервать работу средства автозавершения, оставив в столбце пустую ячейку. И наоборот, чтобы использовать возможности средства автозавершения, заполненные ячейки должны идти подряд, без промежутков между ними.

Автозаполнение. При работе с числами используется метод автозаполнения. В правом нижнем углу рамки текущей ячейки имеется черный квадрат — маркер заполнения. При наведении на него указатель мыши (он обычно имеет вид толстого белого креста) приобретает форму тонкого черного крестика. Перетаскивание маркера заполнения рассматривается как операция размножения содержимого ячейки в горизонтальном или вертикальном направлении.

Если ячейка содержит число (дату, денежную сумму и т. п.), то при перетаскивании маркера происходит копирование ячеек или их заполнение арифметической прогрессией. Для выбора способа автозаполнения следует производить специальное перетаскивание с использованием правой кнопки мыши.

Пример. Ячейка A1 содержит число 1. Наведите указатель мыши на маркер заполнения, нажмите правую кнопку мыши, и перетащите маркер заполнения так, чтобы рамка охватила ячейки A1, B1 и C1, после чего отпустите кнопку мыши. Если теперь выбрать в открывшемся меню пункт **Копировать ячейки**, все ячейки будут содержать число 1. Если же выбрать пункт **Заполнить**, то в ячейках окажутся числа 1, 2 и 3.

Чтобы точно сформулировать условия заполнения ячеек, следует на вкладке **Главная** группа **Редактировать** нажать **Заполнить** и в появившемся окне выбрать **Прогрессия** (рис. II.8). В открывшемся диалоговом окне Прогрессия выбирается тип прогрессии, величина шага и предельное значение. После щелчка на кнопке **ОК** MS Excel автоматически заполняет ячейки в соответствии с заданными правилами.

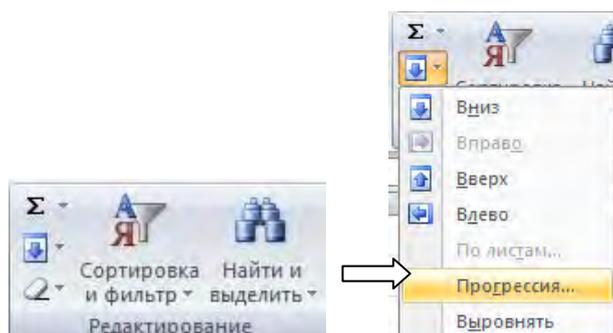


Рис. II.8. Ввод прогрессии

Форматирование содержимого ячеек. Текстовые данные по умолчанию выравниваются по левому краю ячейки, а числа — по правому. Чтобы изменить формат отображения данных в текущей ячейке или выбранном диапазоне, необходимо на вкладке **Главная** группа **Ячейки** нажать **Формат** и выбрать **Формат ячейки**. Вкладки этого диалогового окна позволяют выбирать формат записи данных (количество знаков после запятой, указание денежной единицы, способ записи даты и прочее), задавать направление текста и метод его выравнивания, определять шрифт и начертание символов, управлять отображением и видом рамок, задавать фоновый цвет.

II.2.4. Перемещение по рабочей книге

Ниже представлены способы перемещения с помощью клавиатуры (табл. II.1).

Таблица II.1

Способы перемещения с помощью клавиатуры

Клавиши	Перемещение
[→], [←], [↑], [↓]	На одну ячейку вправо, влево, вверх, вниз
[Home]	В первый столбец текущей строки
[Page Up], [Page Down]	На одно окно вверх, вниз
[Ctrl] + [Page Up], [Ctrl] + [Page Down]	На предыдущий лист, на следующий лист
[Ctrl] + [Home]	На ячейку A1

Клавиши	Перемещение
[Ctrl] + [End]	К последней ячейке строки и столбца, в котором содержатся данные
[Enter]	На одну ячейку вниз
[Tab]	На одну ячейку вправо
[Shift] + [Enter], [Shift] + [Tab]	На одну ячейку вверх, на одну ячейку влево
[Alt] + [Page Up], [Alt] + [Page Down]	На один экран влево, на один экран вправо
[End] + [→]	На самый последний столбец листа
[End] + [↑]	На первую строку листа
[End] + [↓]	На самую нижнюю строку листа
[End] + [←]	На первый столбец листа
[Ctrl] + [Backspace]	Возврат к активной ячейке (или выделенному диапазону), скрытой при прокрутке листа

Простейший способ перемещения состоит в использовании вертикальной и горизонтальной линеек прокрутки.

Перемещение между ячейками:

1. Переместите указатель мыши на нужную ячейку (указатель в виде креста) и щелкните по левой кнопке мыши.

2. На строке формул в списке имен ячеек укажите конкретный адрес ячейки.

3. На вкладке **Главная** в группе **Редактирование** нажать кнопку **Найти и выделить** и выбрать **Перейти**, затем указать конкретный адрес ячейки.

Переход на другой лист. Укажите ярлычок листа, содержащий нужные данные. Если ярлычок нужного листа не виден, то для его вывода используйте кнопки прокрутки листов (расположенные в левой части горизонтальной полосы прокрутки).

II.2.5. Выделение ячеек

Выделение ячеек с помощью комбинации клавиш:

[Shift] + [Home] — выделение все ячеек от текущей до начала строки;

[Ctrl] + [Shift] + [Home] — выделение всех ячеек от активной до начала листа;

[Shift] + [Page Up] (или [Shift] + [Page Down]) — постраничное выделение;

[Ctrl] + [Shift] + [?] — выделение всех ячеек активного листа, в которых находятся примечания;

[Ctrl] + [Shift] + [пробел] — выделение рабочего стола;

[Shift] + [пробел] — выделение активной строки;

[Ctrl] + [пробел] — выделение активного столбца.

Выделение видимых ячеек. При наличии в таблице скрытых столбцов и строк в процессе копирования области могут возникнуть сложности, свя-

занные с тем, что MS Excel выделяет и копирует содержимое не только видимых, но и скрытых ячеек. Копирование содержимого скрытых ячеек можно предотвратить, нажав комбинацию клавиш [Alt] + [+], после выделения области содержащих скрытые ячейки.

Выделение листа осуществляется путем выполнения щелчка на кнопке **Выделить все**, расположенной на пересечении областей, заголовков, строк и столбцов.

Выделение блоков ячеек:

1. Выделить строку — щелкнуть по номеру строки.
2. Выделить столбец — щелкнуть по букве столбца.
3. Выделить лист — щелкнуть по индикатору в верхнем левом углу (пересечение индикаторов строк и столбцов).

4. Выделить блок смежных ячеек — отметить первую ячейку в блоке, при нажатой левой кнопке мыши протащите указатель по всем оставшимся ячейкам блока.

5. Выделить несмежные блоки — выделить первый блок, затем, удерживая нажатой клавишу [Ctrl], выделить первую ячейку второго блока и выделить полностью второй блок и т. д. (для несмежных блоков многие операции не применимы, например, копирование).

6. Выделить несколько листов — выделить несколько ярлычков листов.

Чтобы выделить диапазон ячеек с помощью клавиатуры, выполните следующие действия:

1. С помощью клавиши перемещения перейти на первую ячейку из числа выделяемых.

2. Удерживая нажатой клавишу [Shift], нажимайте клавиши перемещения для выделения оставшихся ячеек диапазона. Отпустите клавишу [Shift].

3. Если требуется выделить дополнительные, несмежные диапазоны ячеек, нажмите [Shift] + [F8]. В строке состояния появляется индикатор **ДОБ**, означающий, что вы можете добавить к выделенному диапазону новые ячейки. Для этого повторите шаги 1 и 2.

II.2.6. Защита книги

Microsoft Excel обладает следующими возможностями защиты:

1. Ограничение доступа к отдельным листам. При защите листа с помощью команды **Защитить лист** (вкладка **Главная**, группа **Ячейки**, кнопка **Формат** или вкладка **Рецензирование**, группа **Изменения**) ограничивается доступ к этому листу (рис. II.9). Для снятия этих ограничений необходимо снять защиту листа с помощью команды **Снять защиту листа** (вкладка **Главная**, группа **Ячейки**, кнопка **Формат** или вкладка **Рецензирование**, группа **Изменения**). Если для защищенного элемента был установлен пароль, для снятия защиты необходимо знать этот пароль.

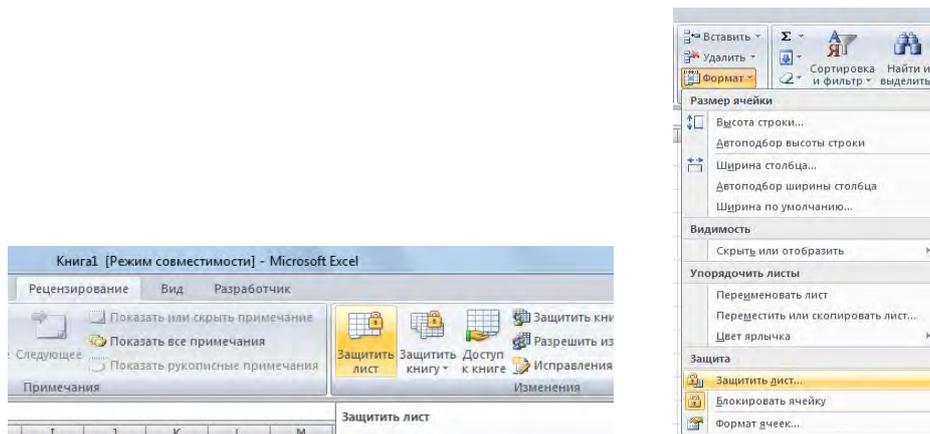


Рис. II.9. Защита листа

2. Ограничение возможности изменений для всей книги. При защите книги с помощью команды **Защитить книгу** (вкладка **Рецензирование**, группа **Изменения**) ограничивается доступ к ней. Для снятия этих ограничений необходимо снять защиту книги с помощью команды **Снять защиту книги** (вкладка **Рецензирование**, группа **Изменения**). Если для защищенного элемента был установлен пароль, то для снятия защиты необходимо знать этот пароль.

II.2.7. Настройка

Панель быстрого доступа. На панель быстрого доступа можно всегда добавить кнопки других команд — как основных, так и дополнительных, которые будут доступны всегда, независимо от активности вкладок:

1. В окне открытой книги щелкните на панели быстрого доступа по кнопке **Настройка панели быстрого доступа**.

2. В списке команд активируйте нужные пункты.

Настройка в окне диалога Параметры Excel. Диалоговое окно **Параметры Excel** используется для более детальной настройки программы (рис. II.10).

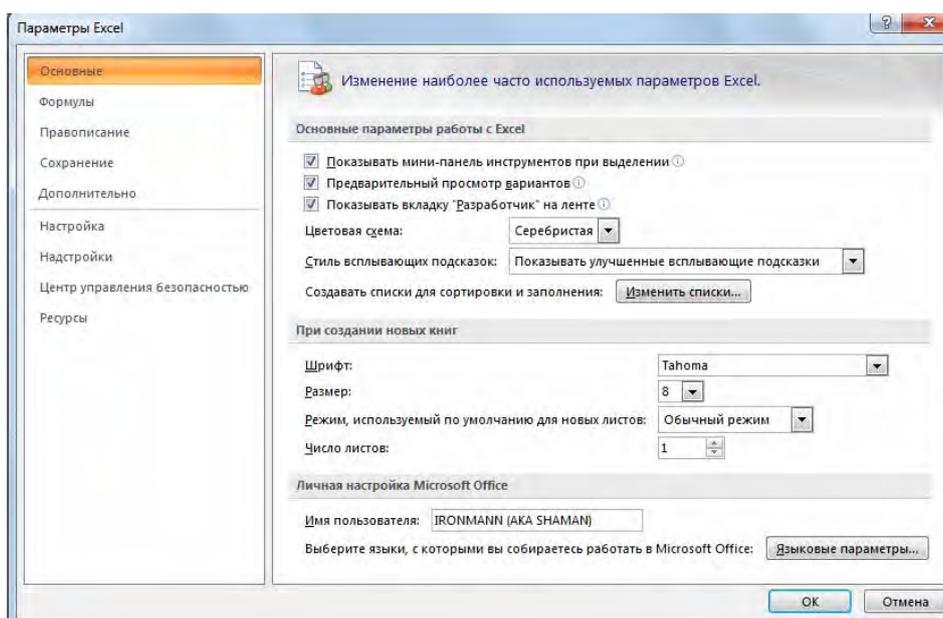


Рис. II.10. Вкладка **Параметры Excel**

II.2.8. Вычисления в электронных таблицах

Формулы. Вычисления в таблицах MS Excel осуществляются при помощи формул. Формула может содержать числовые константы, ссылки на ячейки и функции Excel, соединенные знаками математических операций. Скобки позволяют изменять стандартный порядок выполнения действий. Если ячейка содержит формулу, то в рабочем листе отображается текущий результат вычисления этой формулы. Если сделать ячейку текущей, то сама формула отображается в строке формул.

Правило использования формул в MS Excel состоит в том, что, если значение ячейки действительно зависит от других ячеек таблицы, всегда следует использовать формулу, даже если операцию легко можно выполнить в уме. Это гарантирует, что последующее редактирование таблицы не нарушит ее целостности и правильности производимых в ней вычислений.

Ссылки на ячейки. Формула может содержать ссылки, то есть адреса ячеек, содержимое которых используется в вычислениях. Это означает, что результат вычисления формулы зависит от числа, находящегося в другой ячейке. Таким образом, ячейка, содержащая формулу, является зависимой. Значение, отображаемое в ячейке с формулой, пересчитывается при изменении значения ячейки, на которую указывает ссылка.

Ссылку на ячейку можно задать разными способами. Адрес ячейки можно ввести вручную, либо щелчком на нужную ячейку, либо выбрав диапазон, адрес которого требуется ввести. Ячейка или диапазон при этом выделяются пунктирной рамкой.

Все диалоговые окна MS Excel, которые требуют указания номеров или диапазонов ячеек, содержат кнопки, присоединенные к соответствующим полям. При щелчке на такой кнопке диалоговое окно сворачивается до минимально возможного размера, что облегчает выбор нужной ячейки (диапазона) с помощью щелчка или протягивания.

Для редактирования формулы следует дважды щелкнуть на соответствующей ячейке. При этом ячейки (диапазоны), от которых зависит значение формулы, выделяются на рабочем листе цветными рамками, а сами ссылки отображаются в ячейке и в строке формул тем же цветом. Это облегчает редактирование и проверку правильности формул.

II.2.9. Использование стандартных функций

Стандартные функции используются в MS Excel только в формулах. Вызов функции состоит в указании в формуле имени функции, после которого в скобках указывается список параметров. Отдельные параметры разделяются в списке точкой с запятой. В качестве параметра может использоваться число, адрес ячейки или произвольное выражение, для вычисления которого также могут использоваться функции.

Палитра формул. Если начать ввод формулы щелчком на кнопке **Изменить формулу** в строке формул, под строкой формул появляется палитра формул, обладающая свойствами диалогового окна. Она содержит значение,

которое получится, если немедленно закончить ввод формулы. В левой части строки формул, где раньше располагался номер текущей ячейки, теперь появляется раскрывающийся список функций. Он содержит десять функций, которые использовались последними, а также пункт **Другие функции**.

Использование Мастера функций. **Мастер функций** служит для ввода функции в ячейку, позволяя выполнять сложные вычисления. Для вызова мастера функций:

1. Выберите команду: **Формула > Вставить функцию** (рис. П.11). На экране появится первая страница диалогового окна **Мастер функций**

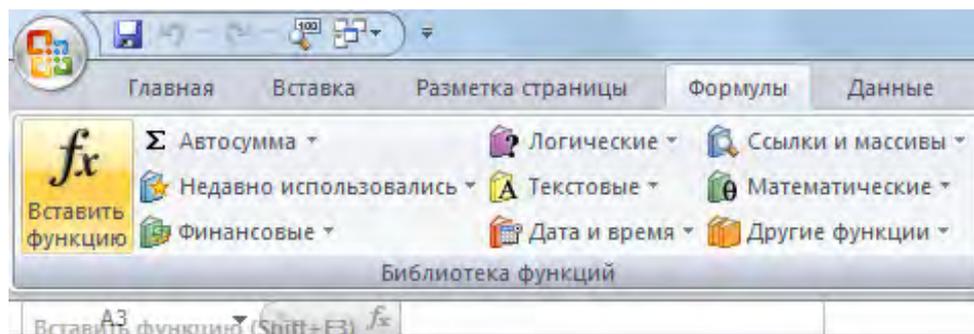


Рис. П.11. Вставка функции

2. Выберите в списке **Категория** нужный тип функции, затем активизируйте в списке **Функция** нужную функцию (рис. П.12).

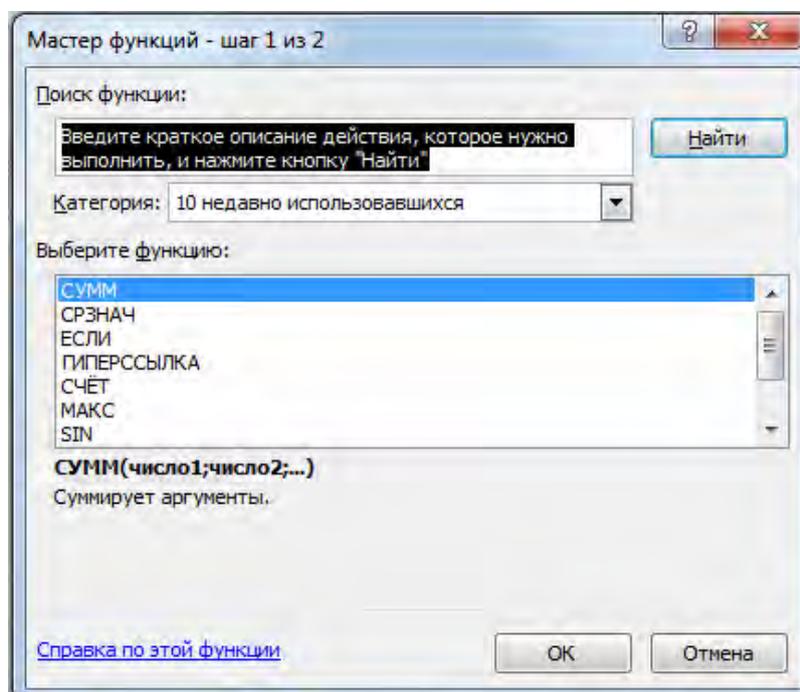


Рис. П.12. Окно **Мастера функций** (шаг 1 из 2)

3. Для перехода ко второй странице щелкните по кнопке **ОК**. Появится диалоговое окно, которое выводит доступные для функции аргументы (рис. П.13).

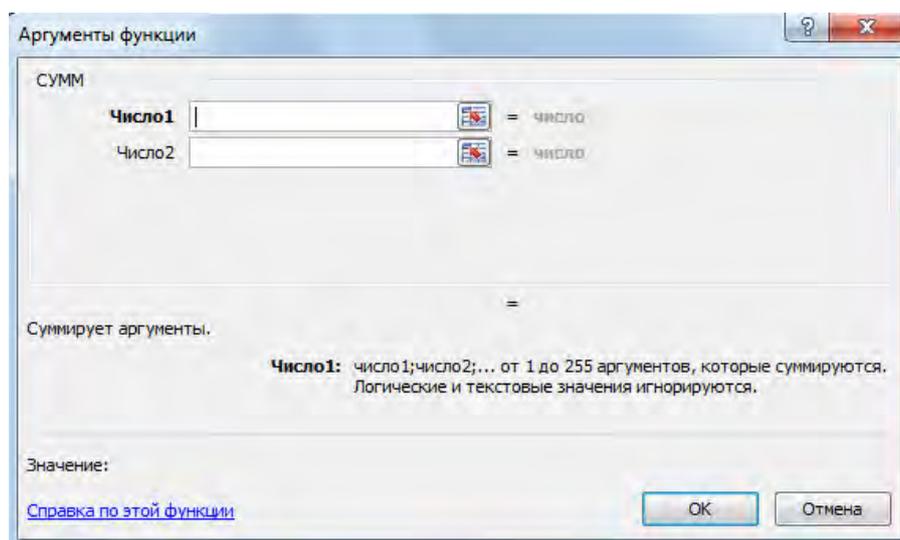


Рис. П.13. Окно **Мастера функций** (аргументы функции)

4. В соответствующих текстовых полях введите аргументы функции: значения или адреса ячеек.

5. Чтобы ввести функцию в активную ячейку, выберите кнопку **ОК**. Функция с аргументами будет вставлена в ячейку.

Итоговые вычисления. Итоговые вычисления предполагают получение числовых характеристик, описывающих определенный набор данных в целом. Например, возможно вычисление суммы значений, входящих в набор, среднего значения и других статистических характеристик, количества или доли элементов набора, удовлетворяющих определенным условиям. Итоговые вычисления в MS Excel выполняются при помощи встроенных функций. Особенность использования таких итоговых функций состоит в том, что при их задании программа пытается угадать, в каких ячейках заключен обрабатываемый набор данных, и задать параметры функции автоматически.

В качестве параметра итоговой функции обычно задается некоторый диапазон ячеек, размер которого определяется автоматически. Выбранный диапазон рассматривается как отдельный параметр (массив), и в вычислениях используются все ячейки, составляющие его.

Суммирование. Для итоговых вычислений применяют ограниченный набор функций, наиболее типичной из которых является функция суммирования (СУММ). Диапазон суммирования, выбираемый автоматически, включает ячейки с данными, расположенные над текущей ячейкой (предпочтительнее) или слева от нее и образующие непрерывный блок. При неоднозначности выбора используется диапазон, непосредственно примыкающий к текущей ячейке.

Автоматический подбор диапазона не исключает возможности редактирования формулы. Можно переопределить диапазон, который был выбран автоматически, а также задать дополнительные параметры функции.

Функции для итоговых вычислений. Прочие функции для итоговых вычислений выбираются обычным образом, с помощью раскрывающегося списка в строке формул или с использованием мастера функций. Все эти

функции относятся к категории Статистические. В их число входят функции ДИСП (вычисляет дисперсию), МАКС (максимальное число в диапазоне), СРЗНАЧ (среднее арифметическое значение чисел диапазона), СЧЕТ (подсчет ячеек с числами в диапазоне) и другие.

Функции, предназначенные для выполнения итоговых вычислений, часто применяют при использовании таблицы Excel в качестве базы данных, а именно — на фоне фильтрации записей или при создании сводных таблиц.

II.2.10. Работа с диаграммой

Диаграмма — это наглядное графическое представление различных данных, удобное средство сравнения и демонстрации. Для создания диаграммы необходимо использовать данные, расположенные на листе. При этом диаграмма связана со значениями и будет автоматически обновляться при их изменении в таблице. Диаграмму можно отобразить как в виде отдельного листа книги, так и поместить на лист с данными подобно рисунку или автофигуре.

Создание диаграммы:

1. В окне открытого листа выделите диапазон данных, нужный для построения диаграммы. Если ячейки не составляют непрерывный диапазон, то они выбираются в случае расположения в форме прямоугольника. Можно также скрыть строки или столбцы, которые не нужно задействовать в построении диаграммы.

2. Перейдите к вкладке **Вставка** и в группе **Диаграммы** раскройте меню нужного типа диаграммы — гистограмма, график, круговая и т. д.

3. В списке команд выберите нужную разновидность выбранного типа диаграммы.

II.3. Варианты индивидуальных заданий

Распределение заданий по вариантам приведено в табл. II.2.

Таблица II.2

Варианты индивидуальных заданий

Номер варианта	Номер задания	Номер варианта	Номер задания
1	1.1; 2.1; 3.1; 4.1; 5.1	11	1.11; 2.3; 3.4; 4.5; 5.1
2	1.2; 2.2; 3.2; 4.2; 5.2	12	1.12; 2.4; 3.5; 4.6; 5.2
3	1.3; 2.3; 3.3; 4.3; 5.3	13	1.13; 2.5; 3.6; 4.7; 5.3
4	1.4; 2.4; 3.4; 4.4; 5.4	14	1.14; 2.6; 3.7; 4.8; 5.4
5	1.5; 2.5; 3.5; 4.5; 5.5	15	1.15; 2.7; 3.8; 4.9; 5.5
6	1.6; 2.6; 3.6; 4.6; 5.6	16	1.16; 2.8; 3.9; 4.10; 5.6
7	1.7; 2.7; 3.7; 4.7; 5.7	17	1.17; 2.9; 3.10; 4.1; 5.7
8	1.8; 2.8; 3.8; 4.8; 5.8	18	1.18; 2.10; 3.1; 4.2; 5.8
9	1.9; 2.9; 3.9; 4.9; 5.9	19	1.19; 2.1; 3.2; 4.3; 5.9
10	1.10; 2.10; 3.10; 4.10; 5.10	20	1.20; 2.10; 3.6; 4.7; 5.10

II.4. Задания

II.4.1. Вычисление выражений. Использование функций

Вычисление формулы с использованием имен.

Дано значение переменной x . Вычислите значение соответствующей формулы.

Пример выполнения задания.

Введите формулу $2,1\text{tg}(2x + 21) + \ln\left(\frac{1 + x^3}{1 + x^2}\right) + 7,4 + \frac{1 + \sqrt{x}}{1 + \sqrt[3]{x}}$ при $x = 5,21$.

1. Введите в ячейку A1 названия задания, в ячейку A2 и B2 соответствующие поясняющие надписи (рис. II.14).

2. Введите в ячейку A3 значение переменной x .

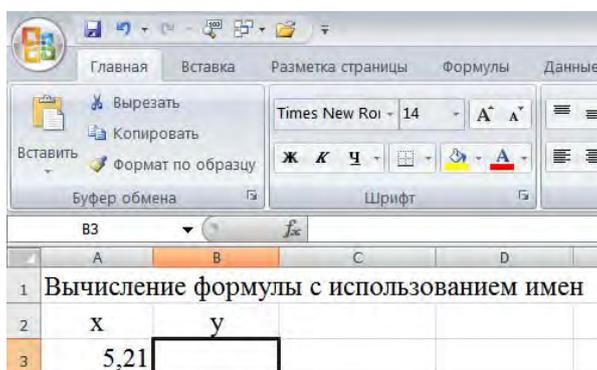


Рис. II.14. Ввод исходных данных

3. Выделите ячейку A3, далее на вкладке **Формулы**, группа **Определенные имена** нажать **Присвоить имя** (рис. II.15) и в появившемся окне **Создание имени** присвоить данной ячейки имя x (рис. II.16).

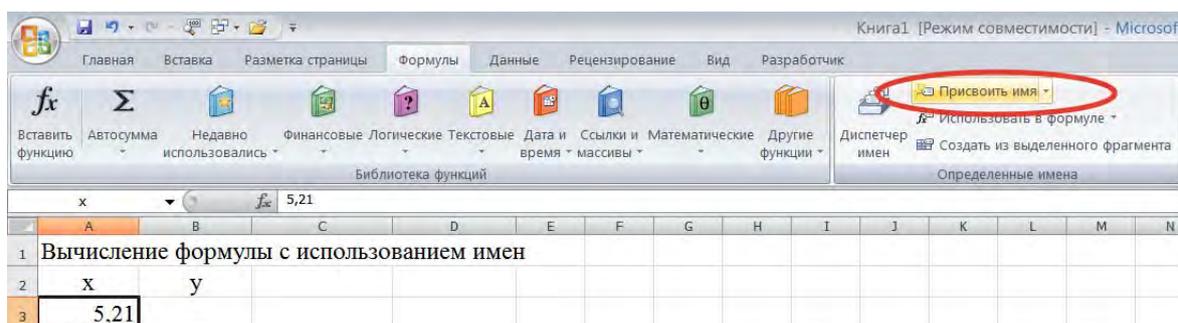


Рис. II.15. Расположение кнопки **Присвоить имя**

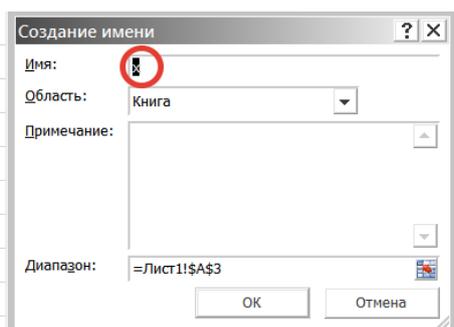


Рис. II.16. Окно **Создание имени**

4. Введите в ячейку B3 заданную формулу. Необходимо помнить, что ввод формулы в MS Excel осуществляется со знака «=», и формула может быть только линейного вида. Вставлять необходимые функции можно следующим образом:

а) вызовите **$f(x)$ Мастер функций** (рис. II.17);

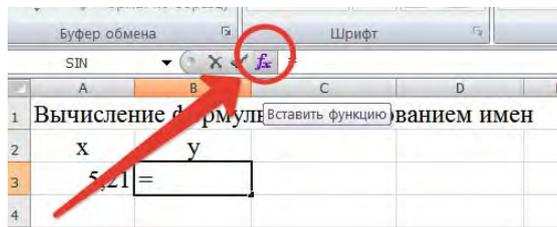


Рис. II.17. Вызов мастера функций из строки формул

б) на вкладке **Формулы**, группа **Библиотека Функций** нажать **Вставить функцию** (рис. II.18).

В появившемся окне **Мастер функций — шаг 1 из 2** в списке **Категория** выберите соответствующую категорию (**Математическая**), в списке **Функция** необходимую функцию (рис. II.19).

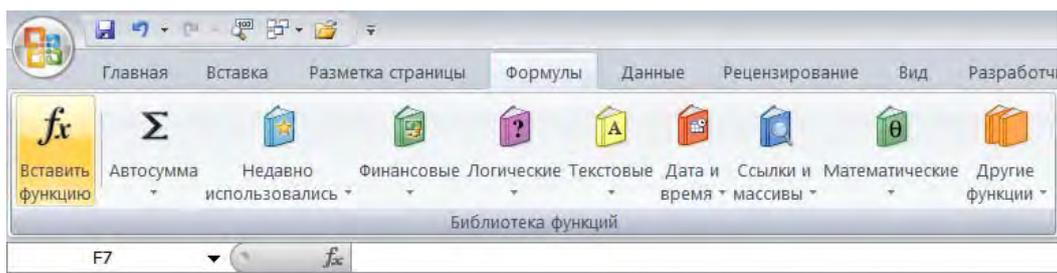


Рис. II.18. Вызов мастера функций из вкладки **Формула**

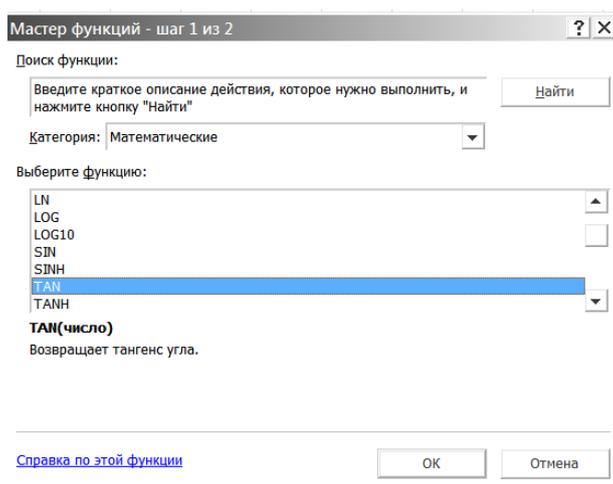


Рис. II.19. Выбор функции

Основные математические операции:

- | | |
|---------------------------|----------------|
| () — действия в скобках; | / — деление; |
| ^ — возведение в степень; | + — сложение; |
| * — умножение; | - — вычитание. |

После набора формулы в ячейке В3 и в строке формул будет отображаться формула (рис. П.20) После этого необходимо завершить ввод формулы, нажав клавишу [Enter], и в ячейке будет отображаться полученный результат.

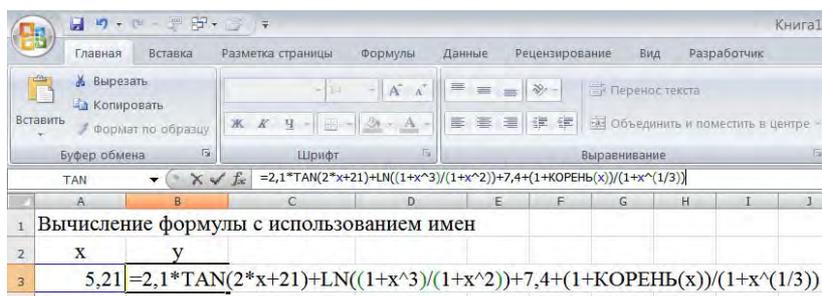


Рис. П.20. Ввод математической формулы

Далее вычислите выражение (табл. П.3) в соответствии с [табл. П.2](#).

Таблица П.3

Варианты индивидуальных заданий

Номер варианта	Выражение	Параметр
1	$y = 1,2 \operatorname{tg}^3(3x) + \ln(2x + 5,5) - 4,7 + \frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x + x + \sqrt{x}}}$	$x = 2,21$
2	$z = 3,7 \cos^3(2x - 7,1) + e^x - 14,3 x + \frac{\sqrt[3]{x}}{3\sqrt[3]{x^5} - \sqrt[3]{x^2}}$	$x = -3,82$
3	$u = 6,5 \sin^2\left(\frac{4}{\ln(x + 1,1)}\right) - 8x^2 + \frac{\sqrt{x^2 + x\sqrt{x^2 - 1}}}{x}$	$x = -2,36$
4	$v = 8,4y^3 + \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{y^2 + 1}\right) + \ln(3y) + \frac{\sqrt[4]{y^2 - y}}{\sqrt[3]{y + y}}$	$y = 2,92$
5	$z = 7,5t^2 + 1,2 \operatorname{tg}^4\left(t + \frac{t}{t^3 + 3}\right) - 3,5 + \frac{1}{\sqrt{t^3} - \sqrt{t + 1}}$	$t = 5,37$
6	$v = 2e^x + 3,5 \sin^2\left(x + \frac{x}{5 - x}\right) + x + \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x + 1}}$	$x = 3,14$
7	$x = 3t^2 6 \ln(t^2 + 2t + 1) + 7e^x + \sqrt[3]{\frac{2t}{1 + \sqrt{t}}}$	$t = 5,73$
8	$z = 8,5 \ln(y^4 + 1) + \frac{\cos^2(y) + (y + 2)}{2,5} + 2y + \frac{\sqrt[5]{2 - y^2}}{y^3 + 2y}$	$y = 3,82$
9	$r = 6,75e^{(t-1)} - 2 \cos^3\left(t + 2t^2 + \frac{t}{7}\right) + \frac{t - \sqrt{t-1}}{\sqrt[3]{3\sqrt{2t+1} - 1}}$	$t = 2,27$
10	$b = 3,7a^2 + 7,1 \sin^2(a^4 + a^2 - 1) + \ln(a) + \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt[3]{a + \frac{8}{a}}}$	$a = 2,51$

II.4.2. Построение графиков функций в табличном процессоре MS Excel

Даны функции $Y_1(x)$ и $Y_2(x)$. Вычислите значения функции $Y(x)$ в указанном интервале с заданным шагом и постройте совмещенный график функций $Y_1(x)$, $Y_2(x)$ и $Y(x)$.

Пример выполнения задания.

Даны функции $Y_1(x) = \cos(x)$ и $Y_2(x) = \sin(2x)$. Вычислить значения функции $Y(x) = Y_1(x) + Y_2(x)$ на интервале $[0; 2\pi]$ с шагом $\pi/10 \approx 0,31$ и построить совмещенный график $Y_1(x)$, $Y_2(x)$ и $Y(x)$.

1. Введем текст задачи по образцу (рис. II.21).

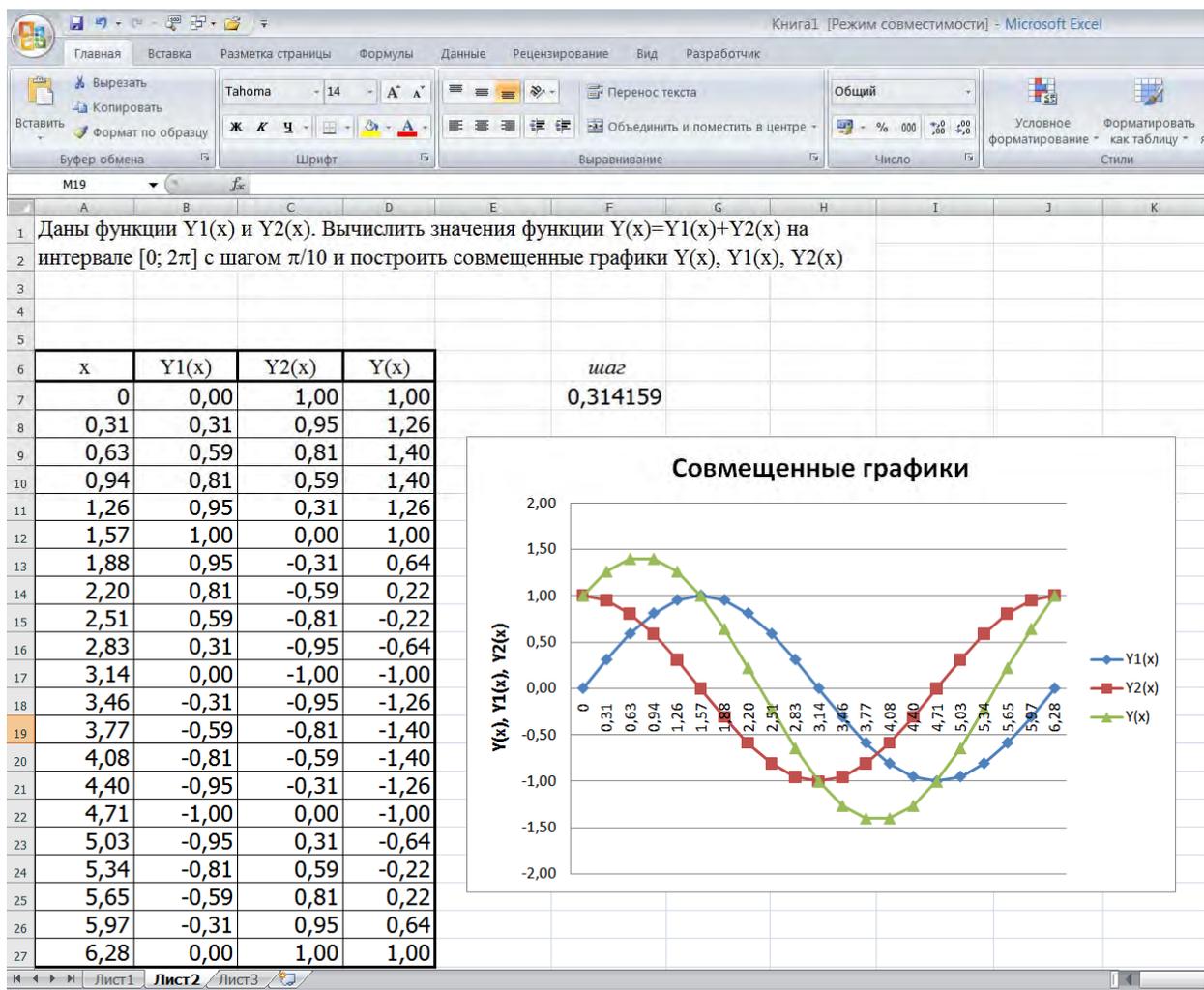


Рис. II.21. Ввод исходных данных

2. В ячейку F7 необходимо ввести значение шага $\pi/10$. Для этого в ячейке вводим знак «= π » и вызываем **Мастер функций** (рис. II.22) или на вкладке **Функция**, группа **Библиотека Функций** нажать **Вставить функцию** (рис. II.23). В появившемся окне **Мастер функций** — шаг 1 из 2 в списке **Категория** выбираем — **Математическая**, в списке **Функция** — **ПИ**, затем щелкаем на кнопке **ОК** (рис. II.24). В следующем окне следует щелкнуть на кнопке **ОК**, так как функция ПИ не имеет аргументов. Затем

в строке ввода формул (или непосредственно в самой ячейке) завершим ввод формулы, которая должна иметь окончательный вид $=\text{ПИ}()/10$ (рис. П.25). После окончания ввода нажимаем клавишу [Enter].

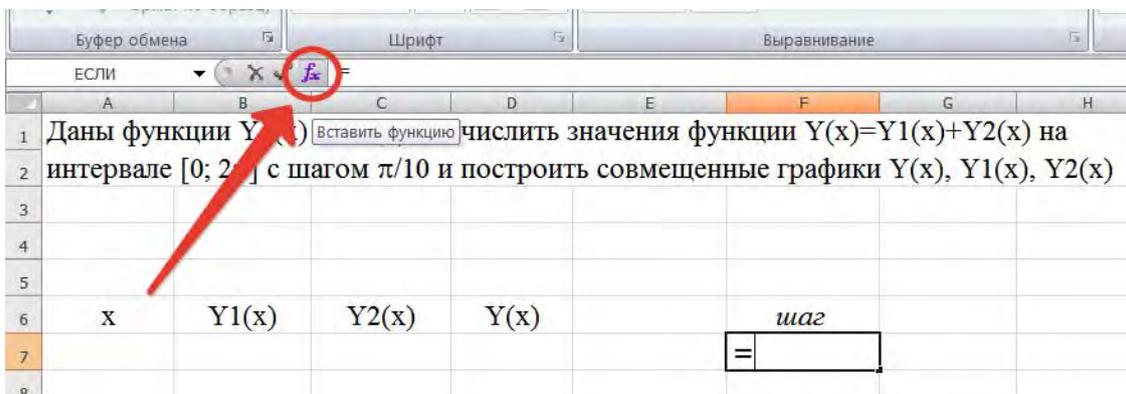


Рис. П.22. Вызов **Мастера функций** из строки формул

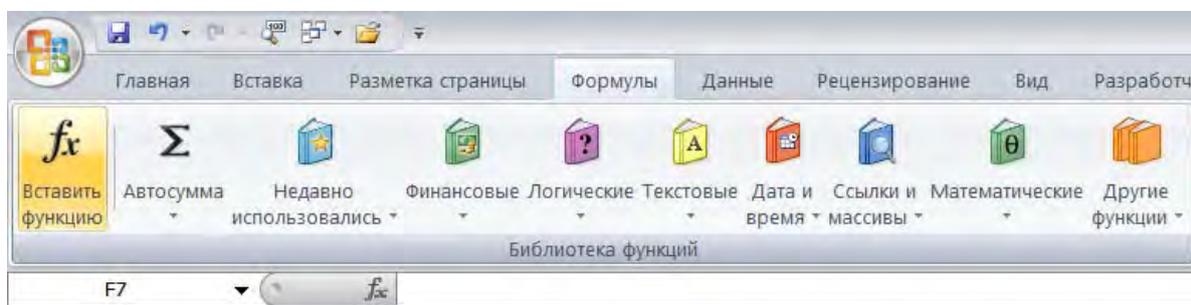


Рис. П.23. Вызов **Мастера функций** из вкладки **Формула**

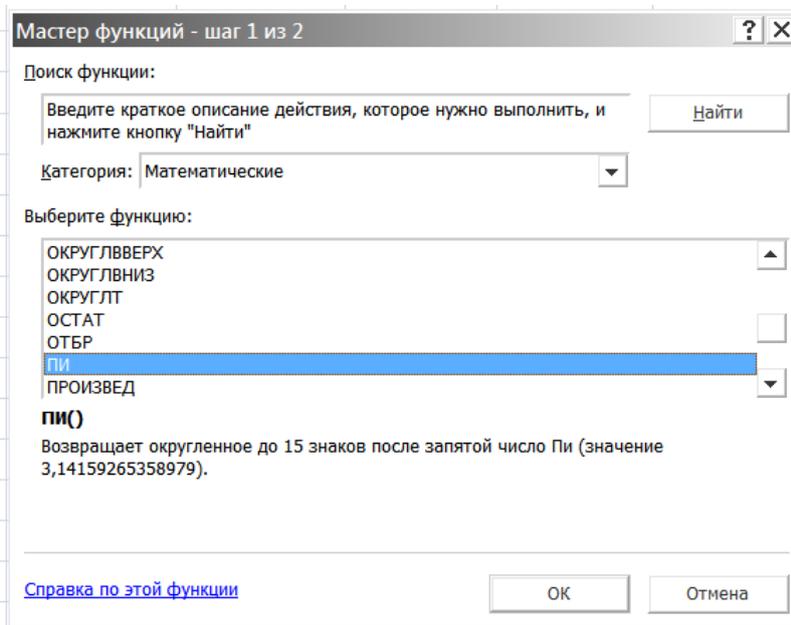


Рис. П.24. Выбор функции



Рис. П.25. Ввод формулы

3. Заполним ячейки, начиная с A7, значениями аргумента из интервала $[0; 2\pi] = [0; 6,28]$. В ячейку A7 вводим число 0 (начало интервала), затем устанавливаем в ячейку A8 курсор ввода. Вводим формулу = предыдущая ячейка (в нашем случае — A7) + шаг (F7). Ссылка на шаг должна быть абсолютной ($=A7+\$F\7), так как при копировании формулы ссылка на ячейку, содержащая значения шага, не должна изменяться (рис. П.26).



Рис. П.26. Присвоение абсолютной адресации

Далее выделяем ячейку A8, наводим курсор в правый нижний угол (появится маркер автозаполнения), нажимаем левую клавишу и протягиваем формулу до конца диапазона. (рис. П.27).

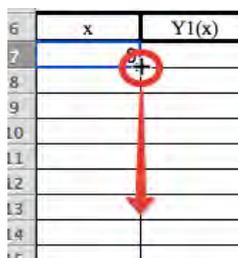


Рис. П.27. Использование маркера автозаполнения

В результате диапазон ячеек A7:A27 заполнится числовыми значениями.

4. Выделяем блок ячеек A7:D27 будущей таблицы, нажимаем на вкладке Главная, группа Ячейки команду Формат. В появившемся меню выбираем Формат ячеек (рис. П.28). В появившемся диалоговом окне Формат ячеек на вкладке Число в области Числовые форматы выбираем Числовой и устанавливаем Число десятичных знаков равно 2, и нажимаем кнопку ОК. (рис. П.29).

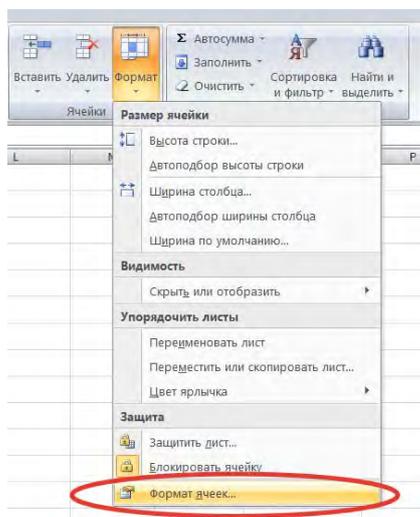


Рис. П.28. Положение команды Формат ячеек

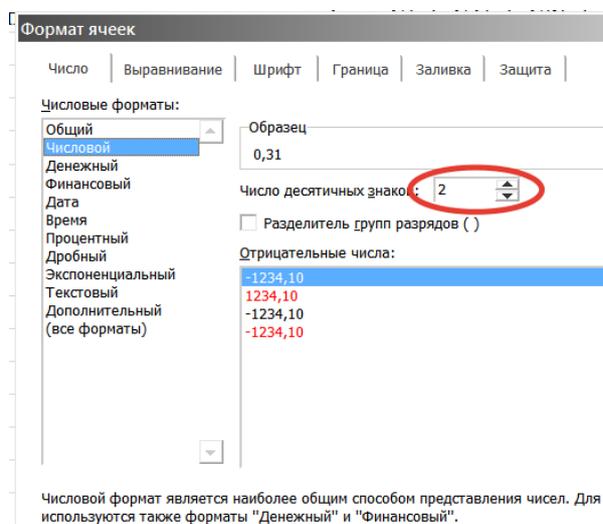


Рис. П.29. Окно Формат ячеек

5. В ячейку B7 вводим формулу $\text{SIN}(A7)$. Вызываем **Мастер функций f_x** . В появившемся окне выбираем категорию функции — **Математическая**. Из списка выбираем функцию SIN. Появится окно функции SIN (рис. П.30). В поле **Число** вводим A7 (путем щелчка левой клавиши мыши по соответствующей ячейке), затем нажимаем кнопку **ОК**. В ячейке B7 появится значение результата.

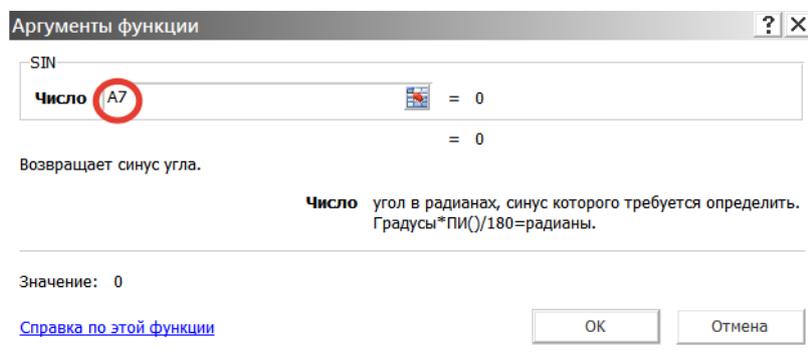


Рис. П.30. Окно аргумент функции

6. Из ячейки B7 формулу скопируем в диапазон ячеек **B8:B27**. Установим указатель мыши в ячейке B7 на маркер заполнения, нажимаем левую кнопку мыши и протягиваем его до ячейки B27.

7. В ячейку C7 вводим формулу $=\text{COS}(2*A7)$ и скопируем ее в диапазон ячеек **C8:C27**.

8. В ячейку D6 вводим формулу $=B6+C6$ и копируем ее в диапазон ячеек **D7:D26**.

9. Далее построим графики трех функций на одном чертеже, т. е. совмещенный график. Выделяем диапазон таблицы **B6:D27**. На вкладке **Вставка** в группе **Диаграммы** нажимаем команду **График** и в области График выбираем **График с маркерами** (рис. П.31).

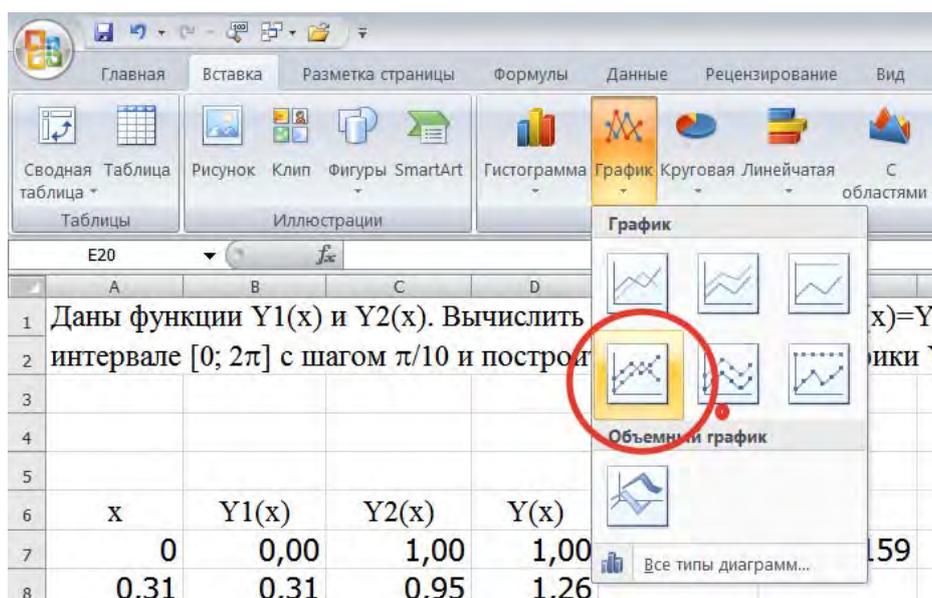


Рис. П.31. Вставка графика

10. Необходимо задать оси X на диаграмме значения, соответствующие нашему диапазону X. На вкладке **Конструктор (Работа с диаграммами)** в группе **Данные** нажимаем команду **Выбрать данные** (рис. П.32). В появившемся окне **Выбор источника данных** в области **Подписи горизонтальной оси** нажимаем **Изменить** (рис. П.33) В появившемся окне **Подписи оси** указываем диапазон значений X (**A7:A27**) путем выделения левой клавиши мыши соответствующего диапазона ячеек (рис. П.34). Нажимаете клавишу **ОК** (2 раза).

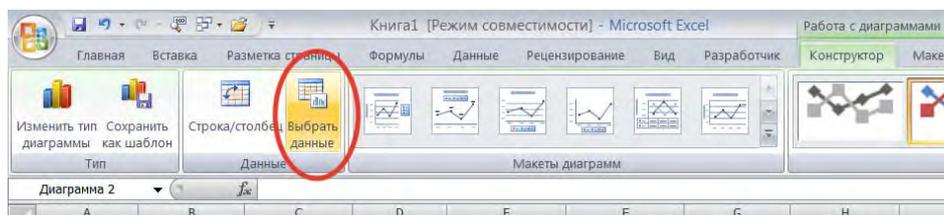


Рис. П.32. Выбор данных для диаграммы

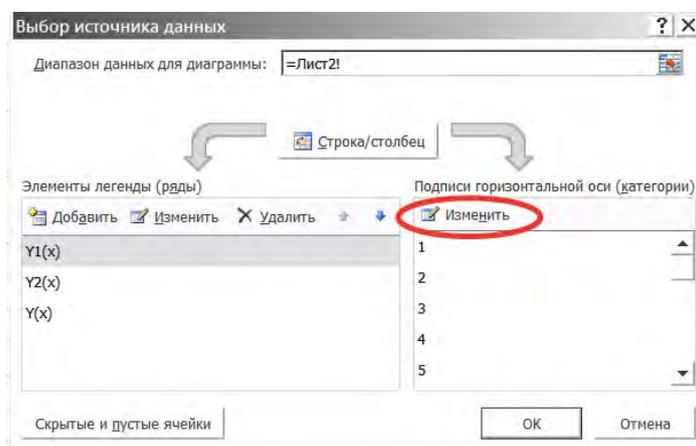


Рис. П.33. Окно **Выбор источника данных**

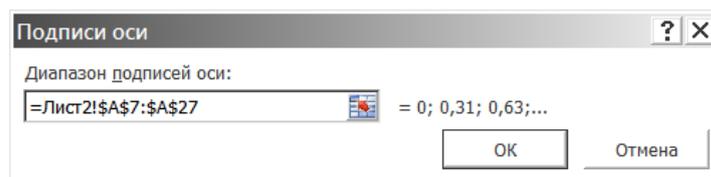


Рис. П.34. Окно **Подписи оси**

11. Необходимо подписать ось Y и указать заголовок диаграммы. На вкладке **Конструктор (Работа с диаграммами)** в группе **Макет** нажимаем **Макет 1** (рис. П.35). И в появившихся соответствующих областях на диаграмме вносим соответствующие надписи (см. рис. П.21).

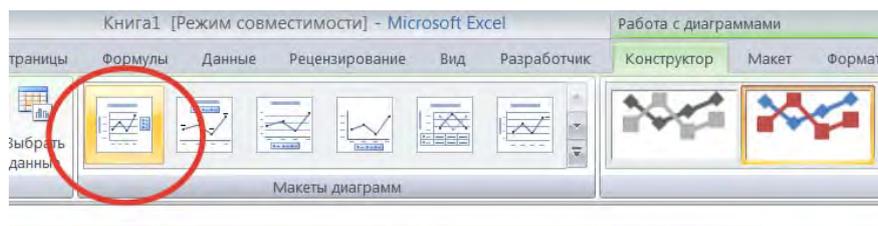


Рис. П.35. Выбор макета диаграммы

Далее выполните задание: даны функции $Y_1(x)$ и $Y_2(x)$. Вычислите значения функции $Y(x)$ в указанном интервале с заданным шагом и постройте совмещенный график функций $Y_1(x)$, $Y_2(x)$ и $Y(x)$ (табл. П.4) в соответствии со своим вариантом (табл. П.2).

Таблица П.4

Варианты индивидуальных заданий

Номер задания	Функция $Y_1(x)$	Функция $Y_2(x)$	$Y(x)$ для вычисления	Интервал	Шаг
2.1	$Y = 2^x$	$Y = \sin x$	$Y = 2^x \sin x$	$[0; 2\pi]$	$\pi/15$
2.2	$Y = x^2$	$Y = 4x$	$Y = x^2 + 4x$	$[-5; +5]$	1
2.3	$Y = x^2$	$Y = \sin x$	$Y = x^2 + \sin x$	$[-\pi; +\pi]$	$\pi/8$
2.4	$Y = \ln x$	$Y = \log_{10} x$	$Y = \ln x + \log_{10} x$	$[1; 15]$	1
2.5	$Y = 2^x$	$Y = (1/2)^x$	$Y = 2^x (1/2)^x$	$[-4; +4]$	1
2.6	$Y = \sqrt{x}$	$Y = 1/\sqrt{x}$	$Y = \sqrt{x} + 1/\sqrt{x}$	$[0,4; 2]$	0,2
2.7	$Y = \sqrt{x}$	$Y = 1/\sqrt{x}$	$Y = \sqrt{x} - 1/\sqrt{x}$	$[4; 36]$	2
2.8	$Y = x^2$	$Y = x^3$	$Y = x^2 + x^3$	$[-6; 6]$	1
2.9	$Y = x^2$	$Y = \sin x$	$Y = x^2 \sin x$	$[-\pi; +\pi]$	$\pi/12$
2.10	$Y = 2^x$	$Y = x^{1/3}$	$Y = 2^x - x^{1/3}$	$[0; 3]$	0,3

П.4.3. Использование электронных таблиц для моделирования и прогнозирования экономических процессов

Пример выполнения задания. В табличном процессоре Excel выполнить следующие пункты задания:

1. Подготовить исходные данные на Листе1 в табличной форме следующего вида (рис. П.36):

	A	B	C	D	E
1	Строительные материалы	Фирма	Цена у.е.	Опт. Цена у.е.	Цена р.
2	Сэндвич-панели стеновые	"ЦентрСтрой"	42,5		
3	Грунтовка Vosko	"ЦентрСтрой"	28,23		
4	Клей для кафеля Terraco	"ЦентрСтрой"	6,17		
5	Бикрост ХПП	"ЦентрСтрой"	2,44		
6	Шипцовый профиль	"ЦентрСтрой"	7,97		
7	Профнастил Н-60	"ЦентрСтрой"	67,75		
8	Линолеум Moda	"ЦентрСтрой"	14,86		
9	Мозаика голубая	"СтройИнфо"	7,17		
10	Тепловит-20	"СтройИнфо"	66,94		
11	Клей FA-500	"СтройИнфо"	11,56		
12	Техноэластмост Б ЭМП	"СтройИнфо"	8,28		
13	Конёк коричневый 90см	"СтройИнфо"	8,32		
14	Лист гладкий оцинкованный	"СтройИнфо"	27,36		
15	Затирка Terraco grout	"СтройИнфо"	2,35		

Рис. П.36. Таблица с исходными данными

2. Листу1 присвоить название «Исходные данные».

3. В столбец «Опт. Цена, у.е.» занести числа по формуле «Цена, у.е. *0.95». В столбце «Цена, р.» значения вычисляются по формуле «Цена, у.е.*Курс у.е.». Для этого нужно предварительно занести в какую-нибудь

ячейку, например в G2 «Курс 1 у.е. в р.». Значения столбца «Опт. Цена, у.е.» заполняются копированием вниз формулы из ячейки D2, используя относительную адресацию. Значения столбца «Цена, р.» заполняются копированием вниз формулы из ячейки E2, используя абсолютную адресацию ячейки, где помещено значение курса 1 у. е. в р.

4. На листе «Исходные данные» составить таблицу 2, используя статистические встроенные функции MS Excel — МИН, МАКС, СРЗНАЧ, СТАНДОТКЛОН (рис. П.37).

	A	B	C	D	E	F	G
1	Строительные материалы	Фирма	Цена у.е.	Опт. Цена у.е.	Цена р.		Курс у.е
2	Сэндвич-панели стеновые	"ЦентрСтрой"	42,5	40,38	2607,38		61,35
3	Грунтовка Vosko	"ЦентрСтрой"	28,23	26,82	1731,91		
4	Клей для кафеля Terraco	"ЦентрСтрой"	6,17	5,86	378,53		
5	Бикрост ХПП	"ЦентрСтрой"	2,44	2,32	149,69		
6	Шипцовый профиль	"ЦентрСтрой"	7,97	7,57	488,96		
7	Профнастил Н-60	"ЦентрСтрой"	67,75	64,36	4156,46		
8	Линолеум Moda	"ЦентрСтрой"	14,86	14,12	911,66		
9	Мозаика голубая	"СтройИнфо"	7,17	6,81	439,88		
10	Тепловит-20	"СтройИнфо"	66,94	63,59	4106,77		
11	Клей FA-500	"СтройИнфо"	11,56	10,98	709,21		
12	Техноэластмост Б ЭМП	"СтройИнфо"	8,28	7,87	507,98		
13	Конёк коричневый 90см	"СтройИнфо"	8,32	7,90	510,43		
14	Лист гладкий оцинкованный	"СтройИнфо"	27,36	25,99	1678,54		
15	Затирка Terraco grout	"СтройИнфо"	2,35	2,23	144,17		
16							
17							
18		Цена стройматериалов					
19	Наименование фирмы	МИН	МАКС	СРЗНАЧ	СТАНДОТКЛОН		
20	"ЦентрСтрой"	149,69	4156,46	1489,23	1459,76		
21	"СтройИнфо"	144,17	4106,77	1156,71	1387,62		

Рис. П.37. Вид таблицы после выполнения задания

5. По данным таблицы 1 построить объемную диаграмму (рис. П.38).

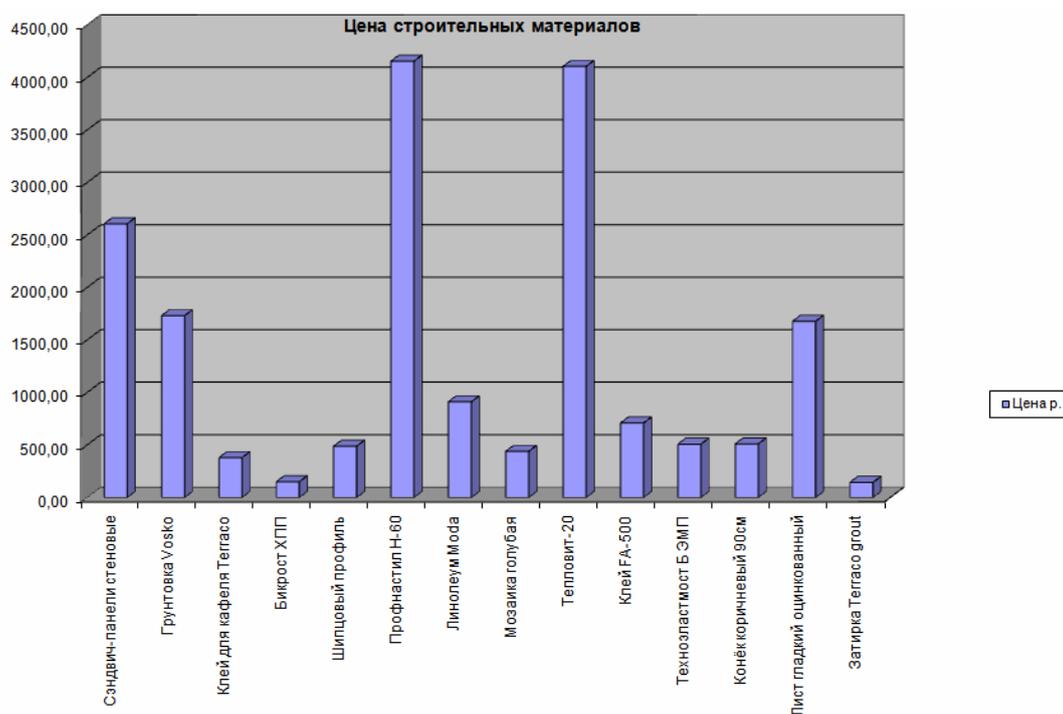


Рис. П.38. Диаграмма «Цена строительных материалов»

6. Перейти на Лист2. Листу2 присвоить название «**Линейная модель**». Составить таблицу 3 статистических данных объемов продаж строительных материалов (значения берутся из варианта) и рассчитать стоимость продаж силикатного кирпича, беря его цену из таблицы 1 листа «**Исходные данные**» (рис. П.39).

	A	B	C	D	E
1			Коэфф.а	Коэфф.б	
2		Линейная модель			
3					
4	Неделя	Стоимость мозаики голубой	Объём продаж фактический	Объём продаж теоретический	Отклонение
5	1		355		
6	2		350		
7	3		327		
8	4		400		
9	5		462		
10	6		450		
11	7		440		
12	8		500		
13	9				
14	Максимальная погрешность численного моделирования				

Рис. П.39. Ввод исходных данных для линейной модели

По данным таблицы 3 построить график с маркерами типа «**График X-Y**», где X — месяц, Y — объем. Для этого необходимо:

➤ выделить диапазон **C4:C12**, на вкладке **Вставка** в группе **Диаграммы** нажать команду **График** и в области **График** выбрать **График с маркерами**;

➤ На вкладке **Макет** в группе **Подписи** нажать **Название осей** и подписать ось X — недели, ось Y — объемы продаж (рис. П.40).

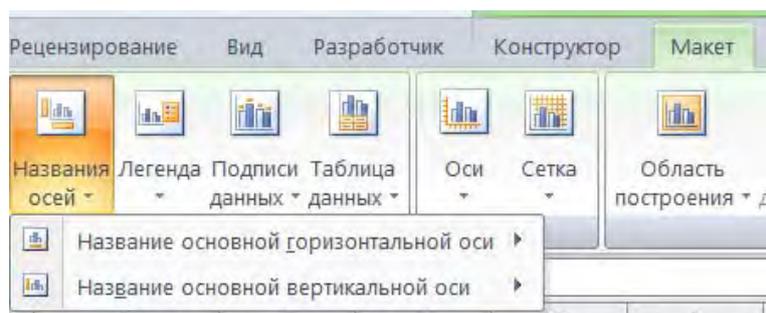


Рис. П.40. Создание подписи осей диаграммы

Далее поменять заголовок диаграммы — **Объемы продаж**;

➤ назначить тип диаграммы — **График**, вид — **График с маркерами, помечающими точки данных**;

➤ нажать кнопку **Готово**;

➤ выделить и отредактировать полученный график в меню **Диаграмма / Исходные данные / Ряд**.

7. Для аппроксимации полученного графика построить линию линейного тренда:

➤ щелкнуть правой кнопкой на графике **Объем продаж фактический** и в появившемся контекстном меню выбрать **Добавить линию тренда** (рис. П.41);

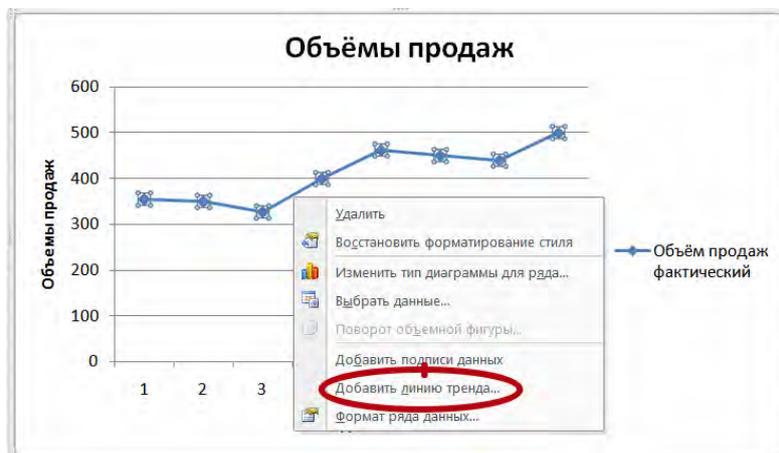


Рис. П.41. Добавление линии тренда

➤ в появившемся диалоговом окне в области **Параметры линии тренда** выбрать тип **Линейная**;

➤ в области **Прогноз: вперед на 1 период**;

➤ показать уравнение на диаграмме;

➤ поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации (R^2);

➤ нажать кнопку **Заккрыть** (рис. П.42).

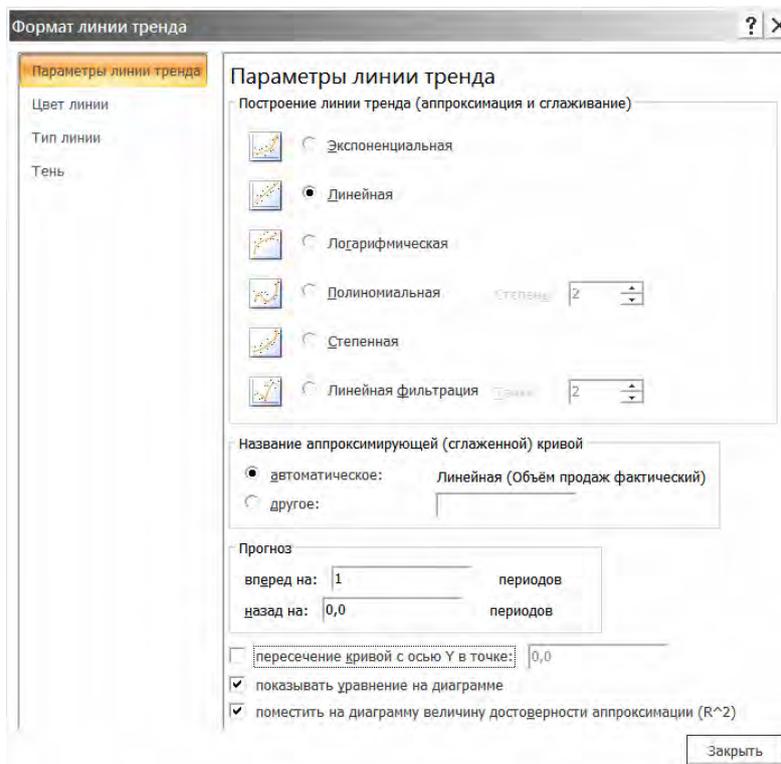


Рис. П.42. Окно **Формат линии тренда**

8. Значения коэффициентов A и B из уравнения занести в таблицу.

9. Вычислить значение теоретического объема продаж товаров по формуле, показанной на линии тренда = $\$C\$2 * A5 + \$D\2 . Скопировать его в диапазон **D5:D12**.

10. Вычислить абсолютное значение отклонения теоретического от фактического объема продаж товаров в столбце «Отклонение»: = $ABS(C5-D5)$. Скопировать его далее.

11. Определить максимальную погрешность в столбце «Отклонение» при помощи функции МАКС **Мастера функций** (клетка E16).

12. Произвести минимизацию величины погрешности, используя сервисное средство Excel «Поиск решения» (вкладка **Данные**, группа **Анализ**, кнопка **Поиск решения**). При этом в качестве целевой ячейки надо выбрать ту, в которой находится величина погрешности (E14). Изменять следует значение коэффициентов a и b (ячейки C2:D2) (рис. П.43).

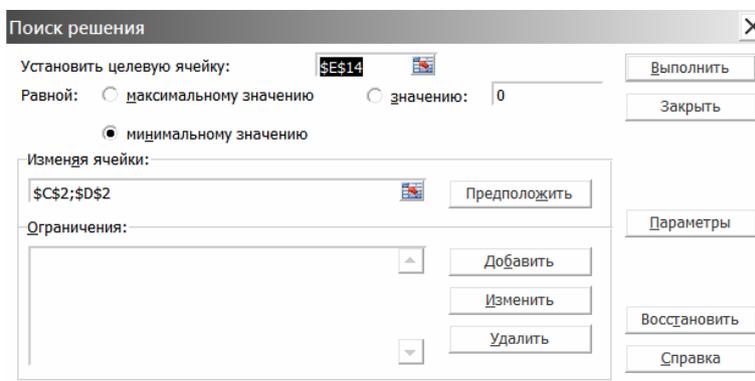


Рис. П.43. Окно **Поиск решения**

13. Сделать прогноз объема продаж на девятый период, скопировав формулу из ячейки D12 в D13.

14. Добавить на график теоретический объем продаж голубой мозаики:

➤ Щелкнуть правой кнопки мыши на диаграмме и в контекстном меню нажать **Выбрать данные** (рис. П.44);

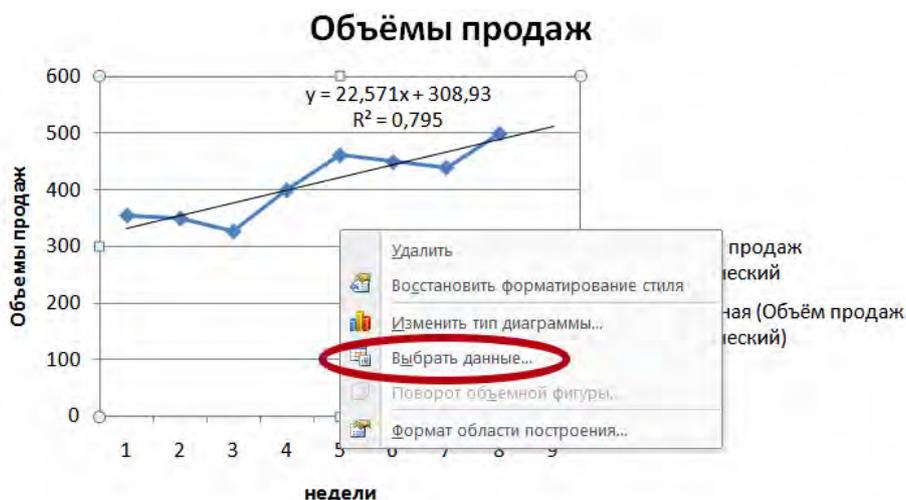


Рис. П.44. Добавление ряда данных на диаграмму

➤ в появившемся окне **Выбор источника данных** нажать кнопку **Добавить** (рис. П.45);

➤ в появившемся окне **Изменения ряда** указать **Имя ряда**, щелкнув мышкой на ячейку D4, а **Значения** — выделив диапазон **D5:D13** (рис. П.46).

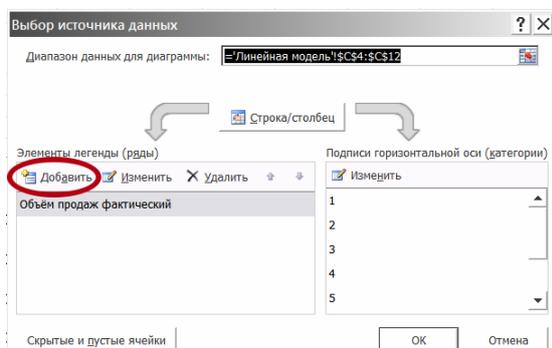


Рис. П.45. Окно **Выбор источника данных**

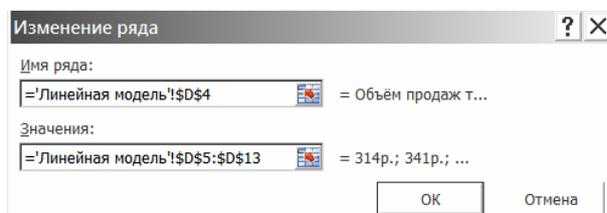


Рис. П.46. Окно **Изменение ряда**

15. Указанные действия (п. 6...14) выполнить для степенной математической модели, используя функцию $Y=A*X^B$ на Листе3, предварительно присвоив ему имя «**Степенная модель**»). Определить, какая математическая модель дает минимальную погрешность решения.

Далее необходимо создать таблицу в MS Excel и выполнить необходимые расчеты. Имея данные объемов продаж на восемь недель, сделать прогноз продаж на 9-ю неделю в соответствии со своим вариантом.

3.1.

Строительные материалы	Фирма	Цена, у.е.	Опт. цена, у.е.	Цена, р.
Фасадная панель	«Мой Дом»	25,33		
Фасадная плита	«Мой Дом»	28,96		
Газобетонный блок	«Мой Дом»	0,67		
Керамическая плитка	«Мой Дом»	0,41		
Гипсокартонный лист	«Мой Дом»	8,16		
Кирпич М-150	«Мой Дом»	0,26		
Кирпич М-100	«Мой Дом»	0,2		
Пеноблок 100 мм	«Стройград»	1,43		
Пеноблок 150 мм	«Стройград»	1,89		
Пергамин	«Стройград»	5,67		
Пенофол	«Стройград»	6,38		
Изолвер	«Стройград»	25,66		
Пенополистирол 1.2*1,2*0,05	«Стройград»	8,48		
Гидростеклоизол	«Стройград»	15,34		

Объем продаж керамической плитки								
	недели							
Фирма	1	2	3	4	5	6	7	8
«Мой Дом»	170	200	225	215	193	168	151	162

3.2.

Строительные материалы	Фирма	Цена, у.е.	Опт.цена, у.е.	Цена, р.
Блоки из ячеистого бетона	«Восточное»	1,95		
Гипсовая плита полнотелая	«Восточное»	6,169		
Гипсовая плита	«Восточное»	7,17		
Фанера ФК 8мм	«Восточное»	16,60		
Труба вентиляционная	«Восточное»	59,2		
Шифер плоский	«Восточное»	35		
Сетка металлическая	«Восточное»	4,85		
Кирпич полнотелый М-150	«Альта»	0,39		
Панель фасад. DT-Stone	«Альта»	51,67		
Пенополистирол	«Альта»	8,1		
Керамогранит темно-серый	«Альта»	13,7		
Рубероид	«Альта»	0,68		
Гидростеклоизол	«Альта»	29,71		
Пенофол 2000	«Альта»	3,71		

Объем продаж пенополистирола								
	недели							
Фирма	1	2	3	4	5	6	7	8
«Альта»	168	161	157	129	133	140	146	134

3.3.

Строительные материалы	Фирма	Цена, у.е.	Опт.цена, у.е.	Цена, р.
Фанера ФК 21мм	«ТехноСтрой»	40,69		
Плитка глазиров, пол	«ТехноСтрой»	9,06		
Плитка каф. стена	«ТехноСтрой»	9,11		
Минеральная вата	«ТехноСтрой»	58,81		
Бордюр из гранита	«ТехноСтрой»	68,43		
Гипсокартон 12.5мм	«ТехноСтрой»	9,73		
ДСП строит.	«ТехноСтрой»	27,83		
Панель пластиковая	«СтройЦентр»	5,33		
Кирпич щелевой М-150	«СтройЦентр»	0,55		
Дверное полотно	«СтройЦентр»	113,33		
Бирепласт	«СтройЦентр»	26,48		
Рубемаст	«СтройЦентр»	1,90		
Мин.плита ROCKWOOL	«СтройЦентр»	18,40		
Сетка штукатурная	«СтройЦентр»	2,46		

Объем продаж гипсокартона 12.5мм								
	недели							
Фирма	1	2	3	4	5	6	7	8
«ТехноСтрой»	280	305	291	290	283	290	300	250

3.4.

Строительные материалы	Фирма	Цена, у.е.	Опт.цена, у.е.	Цена, р.
Фанера ФК 18мм	«ТехноРесурс»	34,25		
Сетка стеклотканевая	«ТехноРесурс»	14,25		
Пенофол 2000 А	«ТехноРесурс»	1,475		
Айситекс-Моно	«ТехноРесурс»	60,37		
Линолеум Фаворит	«ТехноРесурс»	16,23		
Паркет ламинир.	«ТехноРесурс»	3,5		
Панель потолочная	«ТехноРесурс»	10,5		
Штукатурка	«ЭкоДом»	8,16		
Краска вододисперсионная	«ЭкоДом»	42,73		
Полистиролбетонные блоки	«ЭкоДом»	4,03		
Нордик терракота	«ЭкоДом»	15,04		
Металлочерепица «Монтеррей»	«ЭкоДом»	35,83		
Тепломат-100	«ЭкоДом»	28		
Пергамин	«ЭкоДом»	0,53		

Объем продаж пергамин								
	недели							
Фирма	1	2	3	4	5	6	7	8
«ЭкоДом»	139	116	135	148	145	133	125	110

3.5.

Строительные материалы	Фирма	Цена, у.е.	Опт.цена, у.е.	Цена, р.
Фанера ФК 15мм	«СтройИнвест»	29,28		
ПЕНОПЛЭКС К	«СтройИнвест»	55,91		
Айситекс-Профи	«СтройИнвест»	51,52		
Керамогранит Серо-рыжий	«СтройИнвест»	19,67		
Линолеум 35-415F	«СтройИнвест»	9,03		
Паркет лам. KRONOSTAR	«СтройИнвест»	2,85		
Мозаика фиолетовая	«СтройИнвест»	4,67		
Панель потолочная Албес	«СтройОптТорг»	2,65		
Раствор для стяжки	«СтройОптТорг»	7,34		
Краска вододисперсионная	«СтройОптТорг»	42,75		
Стеновые пеноблоки	«СтройОптТорг»	3,58		
Кронштейн	«СтройОптТорг»	0,55		
Техноэласт ЭПП	«СтройОптТорг»	5,76		
Кирпич полнотелый М-125	«СтройОптТорг»	0,42		

Объем продаж стеновых пеноблоков								
	недели							
Фирма	1	2	3	4	5	6	7	8
«СтройОптТорг»	125	126	130	126	131	118	108	110

3.6.

Строительные материалы	Фирма	Цена, у.е.	Опт.цена, у.е.	Цена, р.
Пенофол 2000 С	«РосСтрой»	3,98		
Унифлекс ЭПП	«РосСтрой»	4,45		
Альпин синий с отливом	«РосСтрой»	18,6		
Керамогранит зеленый	«РосСтрой»	11,34		
Ондулин (зеленый)	«РосСтрой»	12,67		
Покрывающий фартук	«РосСтрой»	10,35		
Гипсокартон ламинир.	«РосСтрой»	23,95		
Профиль направляющий	«МегаОпт»	2,17		
Фанера березовая ФСФ 9 мм	«МегаОпт»	27,37		
Стекло, 4мм	«МегаОпт»	4,92		
ДСП мебельная	«МегаОпт»	28,85		
Линолеум Tarkett	«МегаОпт»	12,57		
Мозаика желтая	«МегаОпт»	22,39		
Грунтовка P-PRIMER	«МегаОпт»	27,93		

Объем продаж линолеума Tarkett								
	недели							
Фирма	1	2	3	4	5	6	7	8
«МегаОпт»	40	36	39	35	32	30	32	33

3.7.

Строительные материалы	Фирма	Цена, у.е.	Опт.цена, у.е.	Цена, р.
Бирепласт-Норма-Л	«СтройТемп»	26,48		
Панель потолочная TAURUS	«СтройТемп»	2,5		
Шлакоблок стеновой	«СтройТемп»	0,9		
Биполь ЭПП	«СтройТемп»	3,76		
Шифер волнистый	«СтройТемп»	9		
Ондуфлеш терракота	«СтройТемп»	25		
Битум БН 90/30	«СтройТемп»	21,33		
Сетка кладочная	«Райтер»	2,94		
Керамогранит бежевый	«Райтер»	19,63		
Тепломат-80	«Райтер»	23,21		
Мастика БПХ Техномаст	«Райтер»	16,53		
Панель облицовочная	«Райтер»	21,38		
Коньковый элемент	«Райтер»	6,94		
Панель сайдинга	«Райтер»	6,52		

Объем продаж панелей сайдинга								
	недели							
Фирма	1	2	3	4	5	6	7	8
«Райтер»	78	63	88	79	81	77	78	81

3.8.

Строительные материалы	Фирма	Цена, у.е.	Опт.цена, у.е.	Цена, р.
Сэндвич-панели стеновые	«ЦентрСтрой»	42,5		
Грунтовка Vosko	«ЦентрСтрой»	28,23		
Клей для кафеля Terraco	«ЦентрСтрой»	6,17		
Бикрост ХПП	«ЦентрСтрой»	2,44		
Щипцовый профиль	«ЦентрСтрой»	7,97		
Профнастил Н-60 оцинкованный	«ЦентрСтрой»	67,75		
Линолеум Moda	«ЦентрСтрой»	14,86		
Мозаика голубая	«СтройИнфо»	7,17		
Тепловит-20	«СтройИнфо»	66,94		
Клей FA-500	«СтройИнфо»	11,56		
Техноэластмост Б ЭМП	«СтройИнфо»	8,28		
Конек коричневый 90см	«СтройИнфо»	8,32		
Лист гладкий оцинкованный	«СтройИнфо»	27,36		
Затирка Terraco grout	«СтройИнфо»	2,35		

Объем продаж мозаики голубой								
	недели							
Фирма	1	2	3	4	5	6	7	8
«ИнфоСтрой»	355	350	327	400	462	450	440	500

3.9.

Строительные материалы	Фирма	Цена, у.е.	Опт.цена, у.е.	Цена, р.
Фанера БЕРЕЗА 12 мм	«РесурсСтрой»	25,32		
Сотовый поликарбонат STPLAST	«РесурсСтрой»	54,56		
ДСП ламиниров.	«РесурсСтрой»	19,45		
Коробка дверная 90 мм	«РесурсСтрой»	23,93		
Линолеум Магия	«РесурсСтрой» «РесурсСтрой»	15,13		
Краска Krastone	«РесурсСтрой»	44,82		
Ендова зеленая 100см	«Стройкомплект»	8,58		
Тепловит-12	«Стройкомплект»	15,25		
Мозаика JA-24	«Стройкомплект»	26,37		
Грунтовка ALC-PRIMER	«Стройкомплект»	29,77		
Гранит GG17 ступень	«Стройкомплект»	45,23		
Мозаика оранжевая	«Стройкомплект»	26,25		
Айситекс-Стандарт	«Стройкомплект»	43,64		
Клей для плитки ПХВ	«Стройкомплект»	19,38		

Объем продаж краски Krastone								
	недели							
Фирма	1	2	3	4	5	6	7	8
«РесурсСтрой»	475	439	401	436	398	400	426	407

3.10.

Строительные материалы	Фирма	Цена, у.е.	Опт.цена, у.е.	Цена, р.
Линолеум Астория	«ГрадСтрой»	10,21		
Айситекс-Мастер ТКП	«ГрадСтрой»	35,62		
Клей Хомакол	«ГрадСтрой»	17,53		
Гипсокартон влагостойкий	«ГрадСтрой»	12,26		
Фанера березовая ФСФ 15 мм	«ГрадСтрой»	43,13		
Сотовый поликарбонат NOVOGLASS	«ГрадСтрой»	131,57		
Оргстекло 1,2 × 1,83мм прозрачное	«ГрадСтрой»	31,37		
Заполнитель карнизов универсальный 2 м	«СтройТорг»	1,13		
Плитка Керамогранит полиров.	«СтройТорг»	18,45		
Ламнированная панель HILUC	«СтройТорг»	30,31		
Дверное полотно ВОСТОК ДГШ	«СтройТорг»	106,67		
Пленка пароизоляционная универсальная	«СтройТорг»	0,67		
Фанера хвойная 18 мм	«СтройТорг»	37,25		
Сетка стеклотканевая 5x5	«СтройТорг»	19,42		

Объем продаж хвойной фанеры 18 мм								
	недели							
Фирма	1	2	3	4	5	6	7	8
«СтройТорг»	95	97	103	112	97	105	106	105

II.4.4. Решение задач с присвоением имен, проверкой ошибочных ситуаций (функция ЕСЛИ) и ограничением ввода

Пример выполнения задания. Даны стороны треугольника a, b, c . Вычислить площадь треугольника по формуле Герона

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ где } p \text{ — полупериметр треугольника;}$$

радиус вписанной окружности по формуле $r = \frac{S}{p}$ и радиус описанной ок-

ружности по формуле $R = \frac{abc}{4S}$.

При этом, если подкоренное выражение $p(p-a)(p-b)(p-c) \leq 0$, то при вычислении S выдать сообщение «Это не треугольник», а при вычислении r и R вывести пустые строки.

Алгоритм выполнения задания:

1. Неиспользуемому рабочему листу присвоить имя **Задание_4**.
2. В ячейки A2, B2, C2 ввести имена сторон треугольника a, b, c .
3. В ячейки A5, A7, A9, A11, C11 ввести имена p, PV, S, r, R соответственно.

4. Для присвоения имен a , b , c , p , PV , S , r , R ячейкам A3:C3, B5, B7, B9, B11 и D11 выделить диапазоны A2:C3, A5:B5, A7:B7, A9:B9, A11:D11 и на вкладке **Формулы**, группа **Определенные имена** нажать **Создать из выделенного фрагмента**. В появившемся диалоговом окне **Создать имена** выбрать варианты **В строке выше** и **В столбце слева** и нажать кнопку **ОК**.

5. В ячейки A2, B2, C2 ввести произвольные числа.

6. В ячейку B5 ввести формулу для вычисления полупериметра $= (a+b+c)/2$.

7. В ячейку B7 ввести формулу для вычисления подкоренного выражения $= p*(p-a)*(p-b)*(p-c)$.

8. В ячейку B9 ввести формулу $= \text{ЕСЛИ}(PV>0; \text{КОРЕНЬ}(PV); \text{”Это не треугольник”})$.

9. В ячейку B11 ввести формулу $= \text{ЕСЛИ}(PV>0; S/p; \text{” “})$.

10. В ячейку D11 ввести формулу $= \text{ЕСЛИ}(PV>0; (a*b*c)/(4*S); \text{” “})$. Вид экрана после ввода приведен на рис. II.47.

	A	B	C	D
1	Стороны треугольника			
2	a	b	c	
3	3	4	5	
4	Полупериметр			
5	p	6		
6	Подкоренное выражение			
7	PV	36		
8	Площадь треугольника			
9	S	6		
10	Радиусы вписанной и описанной окружности			
11	r	1	R	2,5

Рис. II.47. Решение задачи в табличном процессоре MS Excel

11. Нажать на вкладке **Главная**, группа **Ячейки**, команду **Формат**. В появившемся меню выбрать **Формат ячеек**, в диалоговом окне — вкладку **Число**, в списке **Числовые форматы** — **Числовой** и переключателем **Число десятичных знаков** выбрать значение 3.

12. Можно выделить весь блок решения, сделать заливку и установить внешние границы. Если какие-то данные в ячейки не помещаются, то нужно выделить блок ячеек с данными и выполнить автоподбор ширины ячеек. Для этого необходимо на вкладке **Главная**, группа **Ячейки**, кнопка **Формат** и в появившемся меню выбрать **Автоподбор ширины столбца**.

13. Для ограничения ввода ввести разрешение вводить только положительные значения a , b , c . Для этого на вкладке **Данные** в группе **Работа с данными** нажать **Проверка данных** и в появившемся меню нажать **Проверка данных**. В появившемся диалоговом окне выбрать вкладку **Параметры**, а затем в выпадающем списке **Тип данных** выбрать **Действительное**. В выпадающем списке **Значение** выбрать **Больше**, а в поле ввода **Минимум** ввести число 0 (рис. II.48).

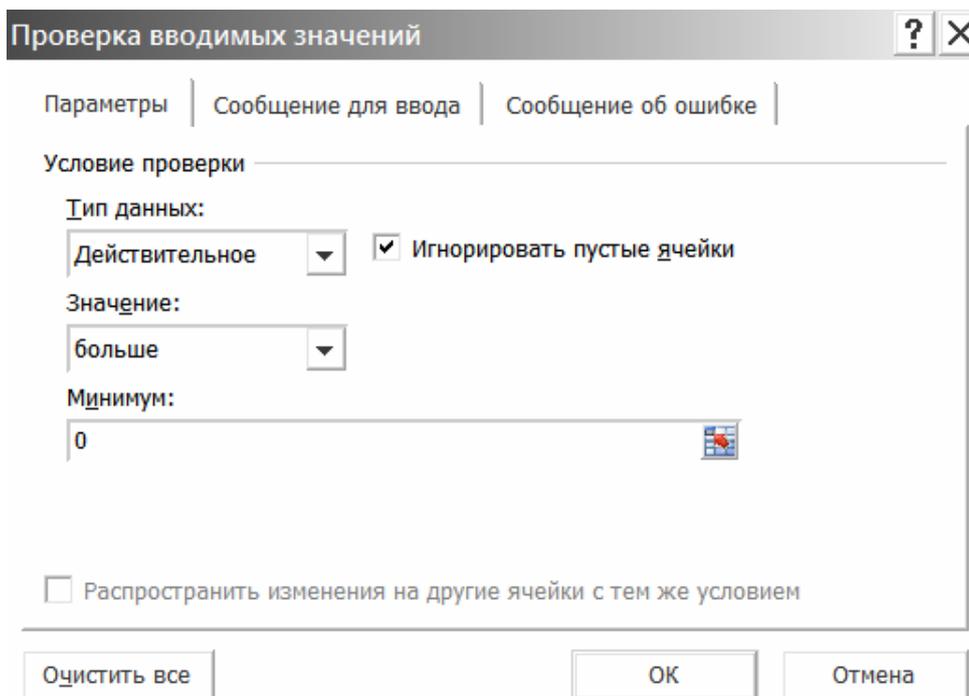


Рис. П.48. Окно **Проверка вводимых значений**

Далее приводятся задания, которые необходимо выполнить в соответствии со своим вариантом.

4.1. Дан цилиндр с радиусом основания R и высотой H . Вычислить:

- площадь основания $SO = \pi R^2$;
- площадь боковой поверхности $SB = 2\pi RH$;
- площадь полной поверхности $SP = SB + 2SO$;
- объем $V = SOH$.

Если $SO > 2$, выдать сообщение «Площадь основания велика» и объем V не вычислять.

4.2. Найти действительные корни x_1 и x_2 квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ по заданным значениям коэффициентов a , b , c . Если дискри-

минант $D = b^2 - 4ac \geq 0$, то вычислить корни по формулам $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$

и $x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$. Если $D < 0$, то выдать сообщение «Корни комплексные».

4.3. Дан прямоугольный параллелепипед со сторонами a , b , c . Вычислить:

- длину диагонали $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$;
- угол между диагональю плоскостью основания $\varphi = \arctg\left(\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right)$;
- объем $V = abc$.

Если $d > 7$, то выдать сообщение «Длина диагонали велика» и остальные величины не вычислять.

4.4. В правильной треугольной пирамиде заданы сторона основания a и высота h . Вычислить:

- длину бокового ребра $b = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{3}}$;
- радиус описанного около пирамиды шара $R = \frac{3h^2 + a^2}{6h}$;
- угол наклона боковой грани к основанию $\beta = \arctg \frac{2\sqrt{3}h}{a}$.

Если $b > 10$, то выдать сообщение «Длина бокового ребра велика» и остальное не считать.

4.5. Задан конус с радиусом основания R и высотой H . Вычислить:

- площадь основания $SO = \pi R^2$;
- площадь боковой поверхности $SB = \pi R \sqrt{H^2 + R^2}$;
- площадь полной поверхности $SP = SO + SB$;
- объем $V = \frac{1}{3}SOH$.

Если $SO > 2$, то выдать сообщение «Площадь основания велика» и объем не считать.

4.6. Вычислить активное давление грунта σ_a на глубине z :

$$\sigma_a = \gamma z \lambda_a - \frac{c(1 - \lambda_a)}{\operatorname{tg}(\varphi)}, \text{ где } \lambda_a = \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) \text{ — коэффициент активного}$$

давления грунта; γ — средний удельный вес грунта; φ — угол внутреннего трения; c — удельное сцепление.

Если $\lambda_a > 1$, то выдать сообщение «Коэффициент активного давления грунта велик» и σ_a не считать.

4.7. Фундамент сооружения имеет в плане размеры A и B . Размеры искусственного основания F определяются из выражения:

$$F = \frac{A + 2C}{B + 2C}, \text{ где } C = 0,1B.$$

Если $C < 0,5$, то выдать сообщение «Данные не соответствуют нормам» и F не считать.

4.8. Дана правильная треугольная призма со стороной основания a и высотой h . Вычислить:

- длину диагонали боковой грани $b = \sqrt{a^2 + h^2}$;
- площадь боковой поверхности призмы $SB = 3ah$;
- объем $V = \frac{a^2 h \sqrt{3}}{4}$.

Если $b > 10$, то выдать сообщение «Длина диагонали велика» и остальное не считать.

4.9. Дана правильная четырехугольная пирамида со стороной основания a и высотой h . Вычислить:

- длину бокового ребра $b = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{2}}$;
- угол наклона боковой грани к основанию $\beta = \arctg \frac{2h}{a}$;
- радиус описанного около пирамиды шара $R = \frac{2h^2 + a^2}{4h}$.

Если $b > 10$, то выдать сообщение «Длина бокового ребра велика» и остальное не считать.

4.10. Дана правильная четырехугольная призма с высотой H и радиусом R окружности, описанной вокруг основания призмы. Вычислить :

- площадь основания $SO = 2R^2$;
- площадь боковой поверхности призмы $SB = 4\sqrt{2}RH$;
- площадь полной поверхности $SP = SB + SO$;
- объем $V = 2R^2H$.

Если $SO > 2$, то выдать сообщение «Площадь основания велика» и объем V не считать.

II.4.5. Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы и специальными средствами MS Excel

Пример выполнения задания.

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 = -1 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 = -3 \\ 3x_1 + 7x_2 - 3x_3 = -13 \end{cases} .$$

Решить систему средствами MS Excel.

Алгоритм решения задачи:

1. Откроем рабочую книгу **Книга_1.xls** и неиспользуемому рабочему листу присвоим имя **Задание_6**.

2. В ячейки диапазона A1:C1 введем последовательно имена x_1 , x_2 , x_3 , для обозначения ячеек A2:C2.

3. В ячейку A4 введем формулу левой части 1-го уравнения: **=2*A2+4*B2-C2**; в ячейку A6 введем формулу левой части 2-го уравнения: **=A2+3*B2+5*C2**; в ячейку A8 введем формулу левой части 3-его уравнения: **=3*A2+7*B2-3*DC2**.

4. В ячейки A3, A5, A7, введем поясняющие тексты.

5. На вкладке **Данные**, группа **Анализ** нажимаем кнопку **Поиск решения**. Вид экрана с рабочим листом и диалоговым окном **Поиск решения** показан на [рис. II.49](#).

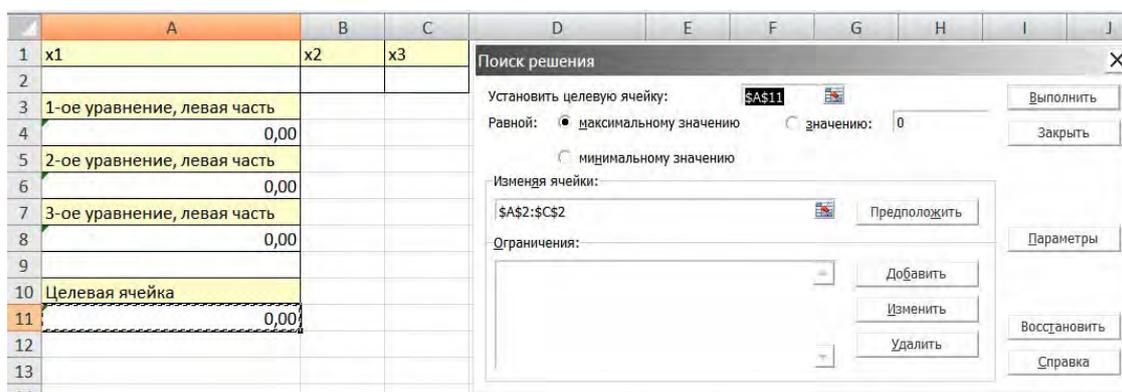


Рис. П.49. Подготовка к решению системы уравнений посредством надстройки **Поиск решения**

6. В диалоговом окне присутствует параметр **Целевая ячейка**. Для решения системы линейных уравнений она особой роли не играет, но какую-нибудь формулу ввести необходимо. Поэтому в ячейку A11 введем формулу $=A2+B2+C2$ и в окне ввода для целевой ячейки укажем адрес A13.

7. Флажок **«максимальному значению»** или **«минимальному значению»** в окне **Поиск решения** тоже не имеет значения для решения этой задачи.

8. Ограничения в диалоговом окне **Поиск решения** вводятся после нажатия кнопки **Добавить**. При каждом нажатии кнопки **Добавить** появляется другое окно, в которое последовательно вводятся адреса формул левых частей уравнений, знак « $=$ » и числа из правых частей уравнений (см. рис. П.19). После ввода последнего ограничения нажимаем кнопку **ОК** и возвращаемся в основное окно **Поиск решения**. Щелкнув по кнопке **Выполнить**, получаем результат (рис. П.50). Чтобы узнать каким методом получено решение, нужно щелкнуть по кнопке **Параметры** (см. рис. П.18).

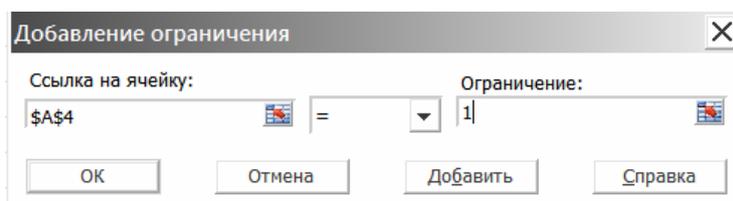


Рис. П.50. Форма «Добавление ограничений»

9. Теперь решим ту же систему уравнений, используя матричные операции. Для этого запишем систему в матричном виде $AX = B$ и применим формулу $X = A^{-1}B$.

10. Разместим матрицу коэффициентов **A** в блоке **A16:C18**, а столбец свободных членов **B** — в блоке **D16:18**.

11. В блок **A21:D24** введем формулу для вычисления обратной матрицы. Для этого выделим блок **A21:C23** и введем формулу $\{=МОБР(A16:C18)\}$. Завершить ввод нужно нажатием комбинации клавиш **[Ctrl] + [Shift] + [Enter]**.

12. Теперь выполним умножение матрицы **Aobr** на **B**. В блок **F21:F23** введем формулу $\{=МУМНОЖ(A21:C23;D16:18)\}$. В ячейках **F21:F23** должен получиться результат. На рис. П.51. показано решение системы этим способом. Можно проанализировать результаты, полученные разными методами.

	A	B	C	D	E	F
1	x1	x2	x3			
2	23,43	-10,86	2,43			
3	1-ое уравнение, левая часть					
4	1,00					
5	2-ое уравнение, левая часть					
6	3,00					
7	3-ое уравнение, левая часть					
8	-13,00					
9						
10	Целевая ячейка					
11	15,00					
12						
13						
14						
15	Коэффициенты уравнения			Свободные члены		
16	2	4	-1	1		
17	1	3	5	3		
18	3	7	-3	-13		
19						
20	Обратная матрица			Корни уравнения		
21	3,14	-0,36	-1,64	x1	23,43	
22	-1,29	0,21	0,79	x2	-10,86	
23	0,14	0,14	-0,14	x3	2,43	

Рис. П.51. Итоговый результат

Далее приводятся задания (табл. П.5), которые необходимо выполнить в соответствии со своим вариантом (табл. П.2).

Таблица П.5

Варианты индивидуальных заданий

Номер задания	Системы уравнений	Номер задания	Системы уравнений
5.1	$\begin{cases} -3x_1 + 0,5x_2 + 0,5x_3 = -56,5 \\ 0,5x_1 - 6x_2 + 0,5x_3 = -100 \\ 0,5x_1 + 0,5x_2 - 3x_3 = -210 \end{cases}$	5.6	$\begin{cases} 10,2x_1 - 7,3x_2 - 91,1x_3 = -12,5 \\ 62,5x_1 - 23,2x_2 + 76,2x_3 = 23,3 \\ 11,3x_1 - 88,8x_2 + 46,4x_3 = -37,5 \end{cases}$
5.2	$\begin{cases} -2x_1 + 16x_2 - x_3 = 3 \\ -3x_2 + x_3 - 15x_3 = 4 \\ 12x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -6 \end{cases}$	5.7	$\begin{cases} 6,2x_1 + 8,1x_2 + 7,7x_3 = -81,8 \\ 0,3x_1 - 11,1x_2 - 10,8x_3 = 0,8 \\ 9,7x_1 + 0,2x_2 - 10,8x_3 = 0,6 \end{cases}$
5.3	$\begin{cases} 6,36x_1 + 11,75x_2 + 10x_3 = -41,4 \\ 7,42x_1 + 19,03x_2 + 11,75x_3 = -49,49 \\ 5,77x_1 + 7,48x_2 + 6,36x_3 = -27,67 \end{cases}$	5.8	$\begin{cases} 9,8x_1 + 8,8x_2 - 2,4x_3 = 13,6 \\ 1,6x_1 - 4,4x_2 - 8,8x_3 = -12,7 \\ 97,4x_1 - 100x_2 + 17,1x_3 = -53,1 \end{cases}$
5.4	$\begin{cases} -9,11x_1 + 1,02x_2 - 0,73x_3 = -1,25 \\ 7,61x_1 + 6,25x_2 - 2,32x_3 = 2,33 \\ -4,64x_1 + 1,13x_2 - 8,88x_3 = -3,75 \end{cases}$	5.9	$\begin{cases} 3,43x_1 + 4,07x_2 - 106x_3 = 46,8 \\ 74,4x_1 + 1,84x_2 - 1,85x_3 = -26,5 \\ 3,34x_1 + 94,3x_2 + 1,02x_3 = 92,3 \end{cases}$
5.5	$\begin{cases} -9,11x_1 - 1,06x_2 - 0,67x_3 = -1,56 \\ 7,61x_1 + 6,35x_2 - 2,42x_3 = 2,33 \\ -4,64x_1 + 1,23x_2 - 8,88x_3 = -3,57 \end{cases}$	5.10	$\begin{cases} 6,6x_1 + 4,4x_2 + 2,2x_3 = -5,8 \\ 15,4x_1 + 7,4x_2 + 15,4x_3 = -3,2 \\ 14,2x_1 + 14,2x_2 + 8,6x_3 = 8,3 \end{cases}$

Контрольные вопросы

1. Каково назначение табличного процессора MS Excel 2007?
2. Как запустить программу MS Excel?
3. Как выйти из программы MS Excel?
4. Что представляет собой рабочий лист MS Excel?
5. Что представляет собой ячейка рабочего листа MS Excel? Как формируется адрес ячейки?
6. Как обозначается столбцы рабочего листа?
7. Как обозначаются строки рабочего листа?
8. Как сделать ячейку активной?
9. Как в ячейке перейти в режим редактирования?
10. Какую группу ячеек называют диапазоном или блоком?
11. Сколько листов по умолчанию имеет рабочая книга?
12. Как изменить названия текущего листа?
13. Что представляет собой лента с группами кнопок?
14. Опишите структуру строки формул. Из каких частей она состоит?
15. Как присвоить какой-либо клетке или блоку клеток собственное имя?
16. Для чего необходима строка состояния?
17. Какие типы данных может содержать ячейка?
18. С какого символа начинается ввод формулы?
19. Как осуществляется ввод текста и чисел?
20. Как осуществляется автозавершение?
21. Как осуществляется автозаполнение?
22. Как выделить строку, столбец/блок, несколько смежных блоков?
23. Что такое ссылка на ячейку?
24. Как вывести формулу в ячейку?
25. Как в MS Excel осуществляется копирование содержимого ячеек методом перетаскивания?
26. Как в MS Excel осуществляется копирование содержимого ячеек при использовании буфера обмена?
27. Какие виды адресации вы знаете?
28. Приведите примеры использования абсолютной и смешанной адресации.
29. Что такое трехмерная адресация?
30. Как изменить высоту строки или столбца?
31. Как скрыть и снова отобразить строки или столбцы?
32. Как осуществляется выравнивание данных?
33. Какие настройки в MS Excel используются?
34. Что такое ряд данных?
35. Что такое диаграмма?
36. Как добавить диаграмму на рабочий лист в MS Excel?
37. Какие типы диаграмм вы знаете?
38. Какие функции в MS Excel для работы с матрицами вы знаете?

III. ОСНОВЫ РАБОТЫ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ПРОЦЕССОРЕ MATHCAD

III.1. Общие сведения

MathCAD — один из самых популярных математических пакетов, который позволяет проводить различные вычисления с использованием принятых в математике обозначений. С помощью MathCAD можно в символьном и численном виде:

- выполнять простейшие расчеты по формулам, используя пакет как инженерный калькулятор;

- решать нелинейные уравнения и системы;

- решать задачи линейной алгебры;

- обрабатывать экспериментальные данные (путем интерполяции и аппроксимации методом наименьших квадратов);

- дифференцировать и интегрировать;

- решать задачи оптимизации, в том числе задачи математического программирования;

- решать задачи математической статистики и теории вероятностей;

- проводить финансовые расчеты;

- решать обыкновенные дифференциальные уравнения и системы;

- решать дифференциальные уравнения в частных производных.

Кроме того, MathCAD предоставляет широкие возможности для создания и редактирования различных графиков.

Пакет математических вычислений MathCAD позволяет обмениваться данными с приложениями Excel, Matlab, Axum и др.

MathCAD является идеальным инструментом для выполнения инженерных и математических расчетов.

III.2. Интерфейс MathCAD

Интерфейс MathCAD аналогичен интерфейсу других Windows-приложений.

Рабочее окно MathCAD. После запуска на экране появляется рабочее окно MathCAD с главным меню и тремя панелями инструментов: **Standard** (Стандартная), **Formatting** (Форматирование) и **Math** (Математическая).

Автоматически загружается файл Untitled 1 (Безымянный 1), представляющий собой рабочий документ MathCAD, называемый **Worksheet** (Рабочий лист) и созданный на основе шаблона Normal (Обычный). Вид рабочего окна MathCAD после первой загрузки программы показан на рис. III.1.

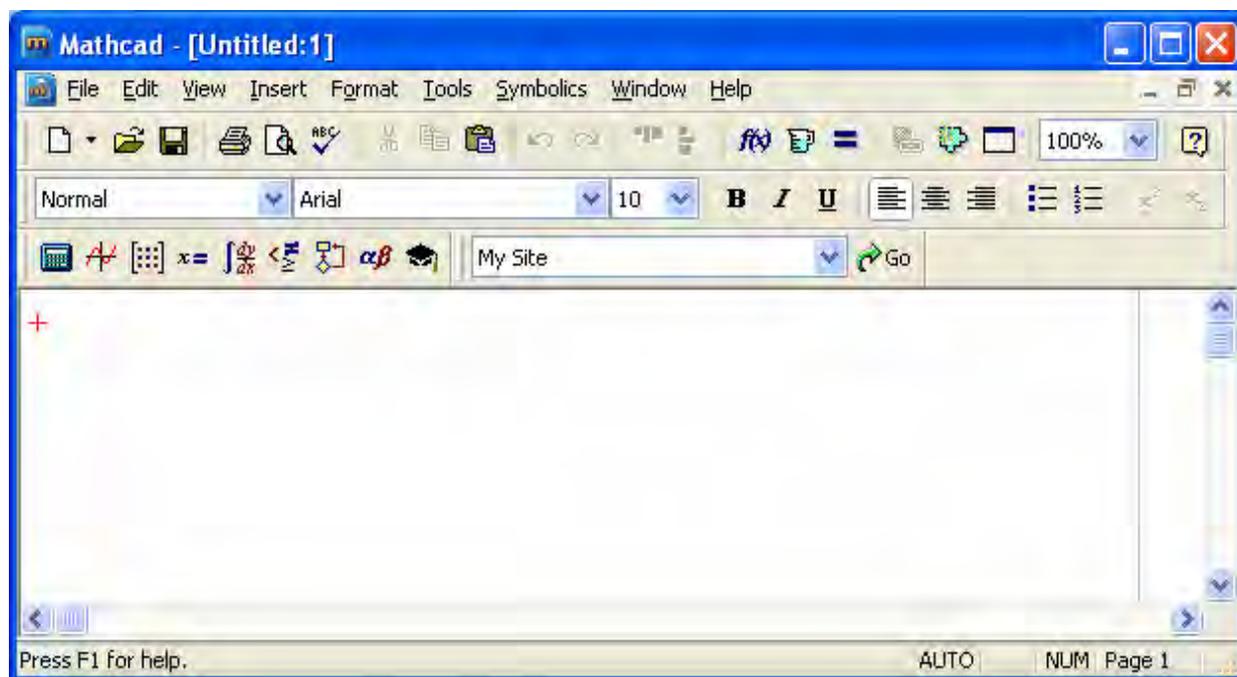


Рис. III.1. Вид рабочего окна MathCAD после первой загрузки

Главное меню MathCAD занимает верхнюю строку рабочего окна (рис. III.2). Любые действия можно выполнить, используя команды этого меню и элементы управления открывающихся диалоговых окон.

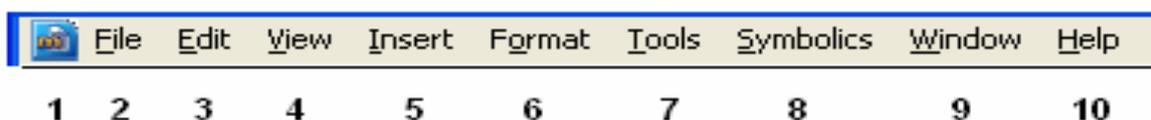


Рис. III.2. Главное меню MathCAD

Ниже перечислены пункты главного меню MathCAD:

- 1) кнопка раскрытия системного меню рабочего окна MathCAD;
- 2) **File** (Файл) — команды, связанные с созданием, открытием, сохранением, пересылкой по электронной почте и печатью на принтере файлов с документами;
- 3) **Edit** (Правка) — команды, относящиеся к правке текста (копирование, вставка, удаление фрагментов и т. д.);
- 4) **View** (Вид) — команды, управляющие внешним видом документа в рабочем окне MathCAD, а также команды создания файлов анимации;
- 5) **Insert** (Вставка) — команды вставки различных объектов в документ;
- 6) **Format** (Формат) — команды форматирования текста, формул и графиков;

7) **Math** (Математика) — команды управления вычислительным процессом;
8) **Symbolics** (Символьные вычисления) — команды символьных вычислений;

9) **Window** (Окно) — команды расположения окон с различными документами на экране;

10) **Help** (Помощь) — команды вызова справочной информации и доступа к Центру документации.

При наведении указателя мыши на пункт меню в строке состояния (она находится в нижней части окна MathCAD) появляется его описание.

Панели инструментов служат для быстрого выполнения наиболее часто применяемых команд.

- **Standard** (Стандартная) (рис. III.3) — действия с файлами, редактирование документов, вставка объектов и т. д.

- **Formatting** (Форматирование) (рис. III.4) — форматирование текста и формул.

- **Math** (Математическая) (рис. III.5) — вставка математических символов и операторов в документы.



Рис. III.3. Стандартная панель инструментов



Рис. III.4. Панель инструментов форматирования

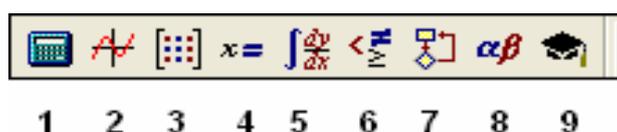


Рис. III.5. Математическая панель инструментов

При наведении указателя мыши на любую из кнопок рядом появляется всплывающая подсказка — короткий текст, поясняющий назначение кнопки.

Стандартная панель инструментов MathCAD содержит следующие инструменты:

- 1) **New** (Создать) — создание документа на основе шаблона Normal (Обычный);

- 2) открытие списка предлагаемых шаблонов документов;

- 3) **Open** (Открыть) — открытие файла;

- 4) **Save** (Сохранить) — сохранение файла;

- 5) **Print** (Печать) — печать файла;

6) **Print Preview** (Предварительный просмотр печати) — просмотр подготовленного к печати документа;

7) **Check Spelling** (Проверка орфографии) — включение системы проверки правописания (только для англоязычного текста);

8) **Cut** (Вырезать) — вырезание объекта;

9) **Copy** (Копировать) — копирование объекта;

10) **Paste** (Вставить) — вставка объекта;

11) **Undo** (Отменить) — отмена предыдущего действия (только при вводе текста или формул);

12) **Redo** (Вернуть) — повторение отмененного действия;

13) **Align Across** (Выровнять поперек) — выравнивание выделенной группы объектов по горизонтали;

14) **Align Down** (Выровнять вниз) — выравнивание выделенной группы объектов по вертикали;

15) **Insert Function** (Вставить функцию) — открытие диалогового окна со списком встроенных функций, служащего для их выбора и вставки;

16) **Insert Unit** (Вставить единицу измерения) — открытие диалогового окна со списком доступных единиц измерения, служащего для их выбора и вставки;

17) **Calculate** (Вычислить) — пересчет документа;

18) **Insert Hyperlink** (Вставить гиперссылку) — открытие диалогового окна для вставки гиперссылки;

19) **Insert Component** (Вставить компонент) — запуск мастера вставки в рабочий документ окна другого приложения;

20) **Zoom** (Масштаб) — список масштабных коэффициентов;

21) **Resource Center** (Центр ресурсов) — открытие центра ресурсов;

22) **Help** (Справка) — открытие окна справочной системы MathCAD.

Панель инструментов форматирования MathCAD содержит следующие инструменты:

1) **Style** (Стиль) — стиль для текста и формул;

2) **Font** (Шрифт) — шрифт для текста и формул;

3) **Font Size** (Размер шрифта);

4) **Bold** (Полужирный) — полужирное начертание;

5) **Italic** (Курсив) — наклонное начертание;

6) **Underline** (Подчеркнутый) — подчеркнутое начертание;

7) **Align Left** (Выровнять влево) — выравнивание текста по левому краю;

8) **Align Center** (Выровнять по центру) — выравнивание текста по центру;

9) **Align Right** (Выровнять по правому краю) — выравнивание текста по правому краю;

10) **Bullets** (Маркированный список) — вставка маркированного списка;

11) **Numbering** (Нумерованный список) — вставка нумерованного списка.

При щелчке на кнопке математической панели инструментов открывается дополнительная панель, щелчок мышью на любом из инструментов которой ведет к вставке соответствующего этому инструменту символа или шаблона математической операции на место курсора в рабочем документе. Математическая панель инструментов со всеми дополнительными панелями показана на рис. III.6.

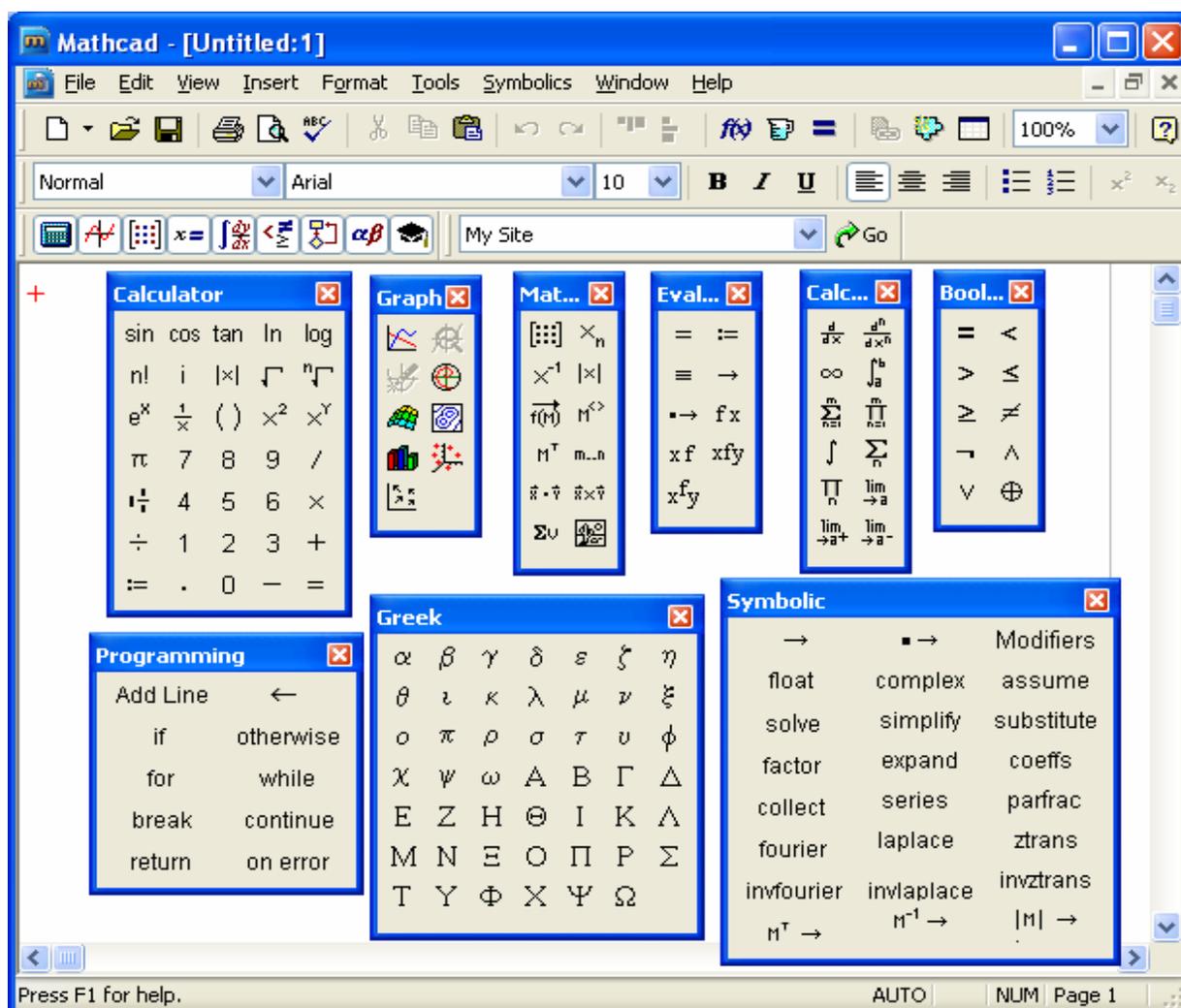


Рис. III.6. Дополнительные панели математической панели инструментов

Ниже перечислены дополнительные панели математической панели инструментов (см. рис. III.6):

- **Calculator** (Калькулятор) — шаблоны основных математических операций, цифр, знаков арифметических операций;
- **Graph** (График) — шаблоны графиков;
- **Matrix** (Матрица) — шаблоны матриц и матричных операций;
- **Evaluation** (Оценка) — операторы присваивания значений и вывода результатов расчета;
- **Calculus** (Вычисления) — шаблоны дифференцирования, интегрирования, суммирования;
- **Boolean** (Булевы операторы) — логические (булевы) операторы;

- **Programming** (Программирование) — операторы, необходимые для создания программных модулей;
- **Greek** (Греческие буквы);
- **Symbolic** (Символьные вычисления) — операторы символьных вычислений.

При наведении указателя мыши на кнопку панели инструментов появляется всплывающая подсказка с названием операции и сочетанием клавиш, нажатие которых эквивалентно щелчку на данной кнопке.

Имя выражения (все, что находится слева от оператора присваивания) может состоять из латинских, русских, греческих и других букв, а также цифр, знаков подчеркивания (), штриха ('), процента (%) и бесконечности (∞), вводимых с клавиатуры.

Имена переменных и функций не могут начинаться с цифры, знака подчеркивания, штриха, символа процента, не могут включать в себя пробелы. Символ бесконечности может быть только первым символом в имени.

MathCAD воспринимает прописные и строчные буквы как разные идентификаторы.

MathCAD не делает различий между именами переменных и функций. Если определить вначале функцию $f(x)$, а затем переменную f , то окажется невозможным использовать функцию $f(x)$ в последующих расчетах где-либо ниже определения f .

Некоторые имена уже используются MathCAD для встроенных констант, единиц измерения, функций. Имена можно переопределить, но имейте в виду, что переопределение уничтожит их встроенные значения.

Цепкие операторы — это операции возведения в степень, извлечения корня, деления (ввода знаменателя дроби). Однако если выделить клавишей пробела или клавишей [→] (стрелка вправо) нужную часть выражения, то следующий вводимый оператор будет относиться ко всему выделенному выражению.

При быстром наборе пользователь обычно забывает о необходимости выделения нужной части выражения. В результате, вместо, например, $x^2 + y$ на экране появляется x^{2+y} .

Для возведения числа в степень следует использовать символ [^] (он находится на одной клавише с цифрой 6).

Оператор присваивания := для первого раза выберите на математической панели **Calculator** (Калькулятор). Познакомьтесь с содержанием панели. При наведении указателя мыши на какую-либо кнопку появляется всплывающая подсказка с названием оператора, вызываемого щелчком на этой кнопке, и указанием клавиши или сочетания клавиш, нажатие которых вызывает то же действие, что и щелчок на кнопке. В дальнейшем оператор присваивания лучше набирать с клавиатуры, используя клавишу [:=] (двоеточие). Запоминайте клавиши быстрого вызова.

Любой оператор в MathCAD можно ввести тремя способами:
выбрав команду меню;
нажав клавишу (сочетание клавиш) на клавиатуре;
используя математическую панель.

Набрав вычисляемое выражение, нажмите клавишу [=] (равно) — появится численный результат.

Попробуйте набрать $\frac{x+y}{4}$ — получается $x + \frac{y}{4}$. Для правильной записи надо нажать клавишу пробела, чтобы уголок курсора охватил нужную часть выражения (в нашем случае $(x + y)$). Другой способ: взять выражение $(x + y)$ в скобки. В некоторых случаях это просто необходимо.

III.3. Основные операции в среде MathCAD

III.3.1. Редактирование объектов MathCAD

Редактирование введенных выражений производится обычным для всех Windows-приложений способом:

- уголок курсора перемещается по экрану с помощью клавиш со стрелками или щелчком левой кнопки мыши в нужном месте экрана;
- для выделения уголком курсора одного символа надо установить синий уголок курсора так, чтобы он охватывал нужный символ слева или справа;
- для расширения выделения на часть выражения или все выражение целиком следует использовать клавиши со стрелками или клавишу пробела. Для выхода из цепкого оператора предпочтительно пользоваться клавишей пробела. Уголок курсора должен охватывать все выражение или ту его часть, с которой надо выполнить какие-либо действия;
- для выделения части или всего выражения надо нажать кнопку мыши в начале или в конце выделяемой части и, не отпуская ее, переместить указатель до другого края выделяемого выражения. Можно использовать также сочетание клавиш [Shift] + [←] или [Shift] + [→]. Выделенная часть выражения имеет черный фон. Выделение черным фоном в MathCAD используется для вырезания или копирования части выражения, изменения шрифта, а также для выполнения символьных вычислений с частями выражений;
- для выделения объекта или группы любых объектов (математических, текстовых или графических) надо нажать кнопку мыши в свободном месте рабочего документа, растянуть пунктирный прямоугольник (рамку выделения) так, чтобы он охватил нужные вам объекты, и отпустить кнопку мыши. Один объект при этом будет выделен синим уголком курсора, а группа объектов обведена пунктирной рамкой;
- если надо удалить, вырезать или скопировать в буфер обмена выделенную часть выражения, выделенный объект целиком или группу выделенных объектов, выполните следующие действия:
 - для удаления (безвозвратного) объекта — нажать клавишу [Delete] или [Backspace];

- для вырезания объекта в буфер обмена щелкнуть **Cut** (вырезать) стандартной панели инструментов MathCAD;
- для копирования объекта в буфер обмена щелкнуть **Copy** (копировать) стандартной панели инструментов MathCAD;
- для вставки объекта из буфера обмена установить крестообразный курсор в то место, куда необходимо вставить содержимое буфера обмена, и щелкнуть **Paste** (вставить) стандартной панели инструментов MathCAD.

Поскольку вырезать, копировать, вставлять объекты приходится часто, полезно запомнить сочетания клавиш, нажатие которых вызывает эти действия:

- вырезать — **[Ctrl] + [x]**;
- копировать — **[Ctrl] + [c]**;
- вставить — **[Ctrl] + [v]**;
- отмена предыдущего действия — **[Ctrl] + [z]**.

Как и во всех Windows-приложениях, выделенный объект (группу объектов) можно переместить или скопировать с помощью мыши:

1) подвести указатель мыши к выделенному объекту или группе объектов, чтобы указатель превратился в изображение черной ладошки;

2) нажав левую кнопку мыши, перетащить объекты в нужное место, после чего кнопку мыши отпустить. Если выделенные объекты нужно не переместить, а скопировать, при перетаскивании нужно удерживать клавишу **[Ctrl]**.

Примечание: для вырезания, копирования и вставки объектов удобно использовать команды контекстного меню, которое появляется при щелчке на объекте правой кнопкой мыши.

III.3.2. Использование встроенных функций

MathCAD содержит свыше 200 встроенных функций. На стандартной панели инструментов нужно щелкнуть **Insert Function** (Вставить функцию) — в открывшемся диалоговом окне появится список всех встроенных функций. Список слева — группы функций. При щелчке мышью на любую из групп слева, справа появится перечень функций, входящих в эту группу. Кроме того, описание функций имеется в справочной системе MathCAD.

Ввод встроенных функций покажем на примере групп **Log and Exponential** (Логарифмические и экспоненциальные) и **Trigonometric** (Тригонометрические). Написание этих функций не всегда совпадает с привычной математической записью. Названия функций можно вводить с помощью диалогового окна, появляющегося после щелчка на кнопке **Insert Function** (Вставить функцию) стандартной панели инструментов. Для этого нужно выделить название функции и щелкнуть на кнопке **Insert** (Вставить). Можно также набрать имя функции на клавиатуре в точности так же, как оно записано в диалоговом окне со списком функций.

III.3.3. Ввод числовых констант и греческих букв

Введенная с клавиатуры латинская буква e внутри математического выражения означает основание натурального логарифма $e = 2.718$. Это значение можно переопределить, присвоив e другое значение с помощью знака локального присваивания $:=$, например $e := 2$.

Часто используемое в выражениях число π можно ввести с математической панели **Calculator** (Калькулятор), где есть кнопка **Pi**, или с панели греческих букв, где тоже есть аналогичная кнопка.

Есть и более простой способ ввода греческих букв — набрать на клавиатуре латинский аналог греческой буквы (как правило, это первая буква в латинском названии греческой буквы). Введя аналог греческой буквы, нажать сочетание клавиш **[Ctrl] + [G]** — на экране появится греческая буква (прописная или строчная в зависимости от того, в верхнем или нижнем регистре был набран ее латинский аналог).

Примечание: MathCAD вычисляет выражения слева направо и сверху вниз.

Если какой-либо константе или переменной не присвоено никакого значения левее и выше ее положения на экране, то она окрашивается красным цветом, что свидетельствует об ошибке.

III.3.4. Ввод текста

Для ввода текста в документ можно в главном меню выбрать команду **Insert / Text Region** (Вставить / Текстовую область), но лучше ввести с клавиатуры символ **["]** (двойная кавычка). При этом на экране появляется текстовая область, в которой можно печатать текст.

Еще лучше, сменив латинский шрифт на русский, печатать текст прямо в математической области. Когда напечатано первое слово, при нажатии клавиши пробела область с напечатанным словом автоматически из математической превращается в текстовую.

В текстовую область можно вставлять математическую, для этого в главном меню MathCAD достаточно выбрать команду **Insert / Math Region** (Вставить Математическую область). Вставленная математическая область участвует в вычислениях наравне с другими математическими выражениями.

При желании вычисления во вставленной математической области можно запретить. Для этого щелкните правой кнопкой мыши на вставленном выражении и в открывшемся контекстном меню выберите команду **Disable Evaluation** (Отключить вычисление). После этого вставленное математическое выражение будет играть роль иллюстрации.

Текстовой области в MathCAD по умолчанию назначается стиль **Normal** (Обычный). Чтобы настроить его, проделайте описанную ниже процедуру.

1. В главном меню выберите команду **Style / Normal / Modify / Font** (Стиль / Обычный / Изменить / Шрифт).

2. В появившемся диалоговом окне выберите нужный вам шрифт (**Font**), начертание (**Style Font**) и размер (**Size**).

MathCAD плохо воспринимает кириллицу. В частности, с помощью привычного по работе в Word шрифта Times New Roman набрать кириллицу не удастся. Для ввода кириллицы в MathCAD можно использовать шрифты **System** и **Ms Sans Serif**.

III.3.5. Создание функций пользователя

Удобство и эффективность расчетов в MathCAD прежде всего определяются возможностью создания функций пользователя. При многократном вычислении одного и того же выражения без функций пользователя просто не обойтись.

Примеры функций пользователя показаны на рис. III.7. Слева указывается название функции, а справа после оператора присваивания := — вычисляемое выражение.

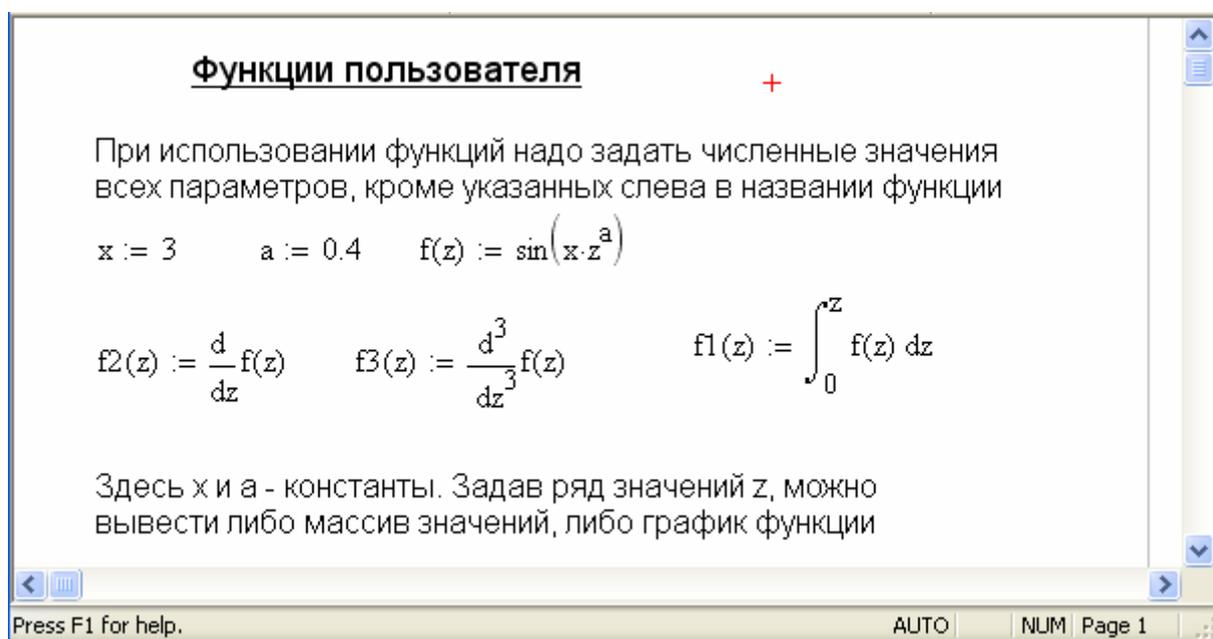


Рис. III.7. Функции пользователя

Переменные величины, входящие в правую часть, должны быть записаны в качестве параметров в скобках после имени функции. Все величины из правой части, не входящие в параметры левой части, должны быть заданы численно левее и выше функции пользователя. В противном случае MathCAD указывает на ошибку, окрашивая незаданную величину в красный цвет. При выделении функции щелчком мыши появляется сообщение об ошибке — **This variable is not defined above** (Эта переменная не определена ранее).

Функция пользователя не вычисляется MathCAD, а принимается к сведению. Для вычисления функции надо задать численные значения всех параметров в имени функции, набрать ее имя и нажать клавишу [=] (равно) или щелкнуть мышью на кнопке = стандартной панели инструментов MathCAD или математической панели **Calculator Toolbar** (Калькулятор).

III.3.6. Дискретные переменные и построение таблиц

Одна из замечательных возможностей MathCAD — это дискретная переменная, играющая роль оператора цикла. (В ряде последних книг по MathCAD ее называют ранжированной переменной, что представляет собой не слишком удачный перевод словосочетания *range variable*.)

Определение дискретной переменной имеет вид $x := 0..5$, что означает задание ряда значений $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.

Пример: $f(x) := \sin(x) \cdot \cos(x)$ $x := 0..5$ $f(x) = \text{ответ}$. В данном случае ответ выводится в виде вектора (рис. III.8) или графика (рис. III.9).

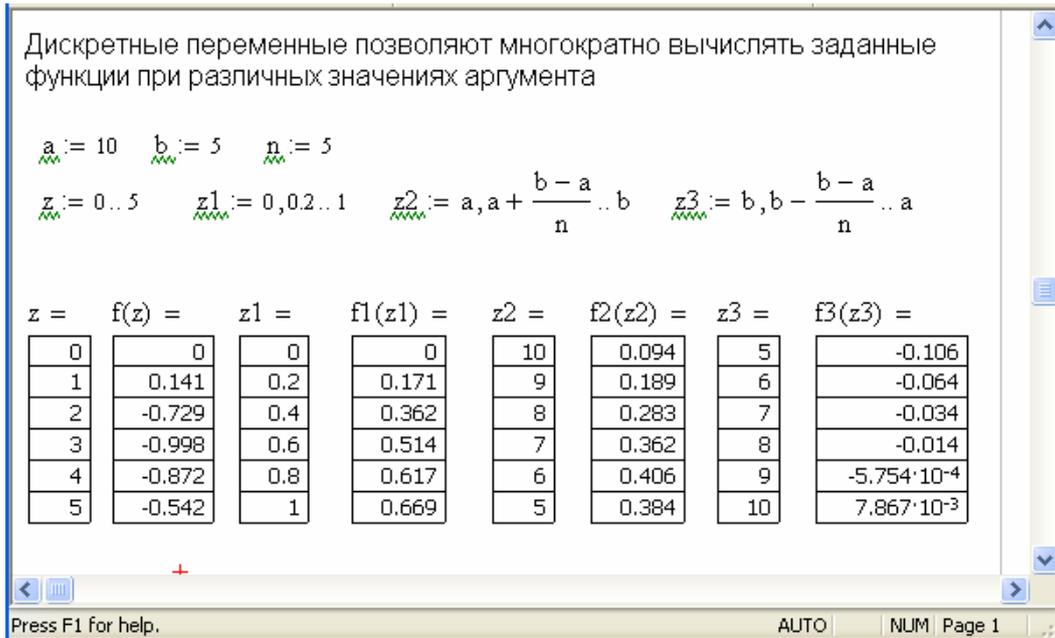


Рис. III.8. Числовые результаты выведены для функций, приведенных на рис. III.7

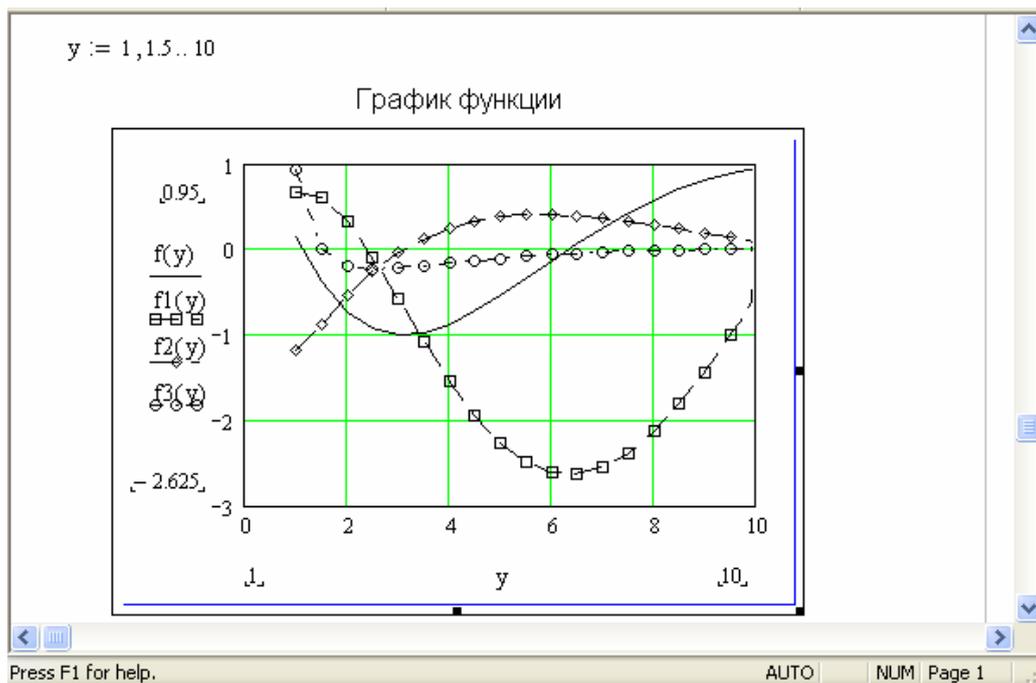


Рис. III.9. Графики функций, приведенных на рис. III.8

III.3.7. Вычисление пределов

Изучение математического анализа обычно начинается с теории пределов. Вычисление пределов на практике зачастую является сложной задачей. Несмотря на существующие правила и теоремы, которые позволяют вычислять пределы практически во всех случаях, эти действия, как правило, сопровождаются громоздкими преобразованиями и занимают очень много времени. Система MathCAD позволяет решать подобные задачи достаточно просто и быстро.

В отличие от других вычислительных операторов, пределы могут быть вычислены только символично.

Вычислять пределы в системе MathCAD можно как для числовых последовательностей, так и для функций.

Напомним несколько определений.

Определение 1. Число m является пределом числовой последовательности $\{a_i\}$, если для любого положительного числа ε найдется зависящее от него натуральное число N такое, что при всех $n > N$ выполняется неравенство $|a_n - m| < \varepsilon$. При этом пишут $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = m$.

Определение 2. Число m является пределом функции $f(x)$ в конечной или бесконечной точке x_0 , если для любой последовательности x_n ($n = 1, 2, \dots$), стремящейся к x_0 , последовательность $f(x_n)$ ($n = 1, 2, \dots$) стремится к точке m . В этом случае пишут $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = m$.

Если $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$, то говорят о пределе функции $y = f(x)$ справа.

Если $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$, то говорят о пределе функции слева.

Для вычисления пределов в MathCAD используется панель **Calculus** (рис. III.10), которая открывается кнопкой с изображением интеграла  панели инструментов Math (рис. III.11).

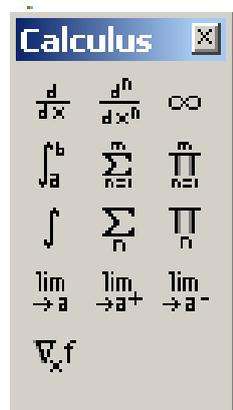


Рис. III.10. Панель инструментов **Calculus**

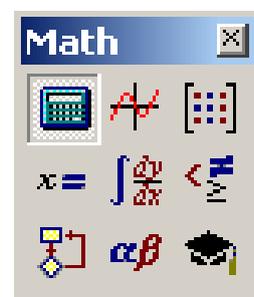
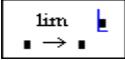


Рис. III.11. Панель инструментов **Math**

Всего в системе MathCAD имеются три разных оператора вычисления предела: оператор вычисления предела в точке (двустороннего предела)

и операторы правостороннего и левостороннего пределов. Для вычисления предела соответствующего типа нужно выбрать один из операторов.

После щелчка по одной из кнопок  появляется соответствующий шаблон, который следует заполнить.

Например, . Вводим в него нужное выражение и условие предела, положим:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{2n^2 - 1 + 5 \cdot n^3}}{\sqrt[4]{n^{12} + 3n + 1 - 2n}}$$

Вывод результатов можно осуществить разными способами:

1-й способ. Выделяем полученный предел, выполняем команды посредством меню **Symbolics** (Символика)/**Variable** (Переменная)/**Substitute**. Следует помнить, что требуется предварительное выделение в выражении переменной, относительно которой будет совершаться операция.

Получаем внизу готовый ответ (в нашем случае 5):

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{2n^2 - 1 + 5 \cdot n^3}}{\sqrt[4]{n^{12} + 3n + 1 - 2n}}$$

5

2-й способ. При вычислении пределов в MathCAD используется знак символического равенства стрелочка « \rightarrow » — вывод результатов символических преобразований.

Примеры символического вычисления пределов:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 3x}{x} \rightarrow 3;$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \rightarrow \infty ;$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} \rightarrow -\infty .$$

Примечание: При вычислении пределов, кроме результатов, могут выдаваться различные сообщения. Если ошибочно введено выражение, для которого предстоит вычислить предел, то MathCAD выводит сообщение: **No symbolic result was found** (Символический результат не был найден). Если MathCAD не может вычислить выражение, то в качестве ответа повторяется само условие задачи. Если предел не существует, то результатом вычислений будет выражение *Undefined* (Не определен). Как правило, это случается с пределами, содержащими тригонометрические функции и обратные им. Однако программа все же считает около 95 % введенных пределов.

III.3.8. Вычисление производных

Математический пакет системы Mathcad позволяет вычислять производные первого, второго и более высоких порядков, а также частные производные от скалярных функций. Выражение, которое нужно дифференцировать, может быть вещественным или комплексным. Переменная дифференцирования должна быть простой неиндексированной переменной.

MathCAD умеет вычислять производные от довольно сложных и громоздких выражений, хотя и не всегда может выдать результаты таких вычислений в удобной для пользователя форме. В некоторых случаях, если выражение будет очень сложным, то и MathCAD может с ним не справиться.

III.3.8.1. Первая производная функции одной переменной

Система MathCAD позволяет производить дифференцирование функций как в символьном виде, так и численно.

Для вычисления производных в Mathcad используется панель **Calculus** (см. рис. III.10), которая открывается кнопкой с изображением интеграла панели инструментов Math (см. рис. III.11).

Символьное дифференцирование. Символьное (или аналитическое) дифференцирование можно осуществить несколькими способами:

1-й способ. Щелкнуть по кнопке $\frac{d}{dx}$ из панели **Calculus**, заполнить появившийся шаблон (рис. III.12), в поле справа ввести функцию, внизу — переменную, по которой она дифференцируется) и применить команду из меню / **Symbolics** / **Simplify** (Символика / Упростить).

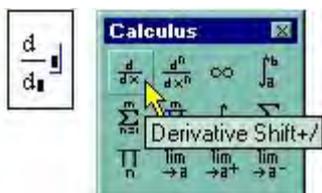


Рис. III.12. Оператор дифференцирования

Пример символьного дифференцирования функции $f(x) = \cos(x)\ln(x)$ с помощью меню **Symbolics** / **Simplify** (Символика / Упростить) приведен ниже:

$$\frac{d}{dx}(\cos(x) \cdot \ln(x))$$

Внизу — результат символьного вычисления первой производной:

$$\frac{(-\sin(x) \cdot \ln(x) \cdot x + \cos(x))}{x}$$

2-й способ. Щелкнуть по кнопке $\frac{d}{dx}$ из панели **Calculus**, заполнить появившийся шаблон и применить команду символьного вывода « \rightarrow » (стрелочка) или ключевое слово **simplify** с панели **Symbolics** (рис. III.13), которая вызывается щелчком по кнопке  (кардинальская шапка).

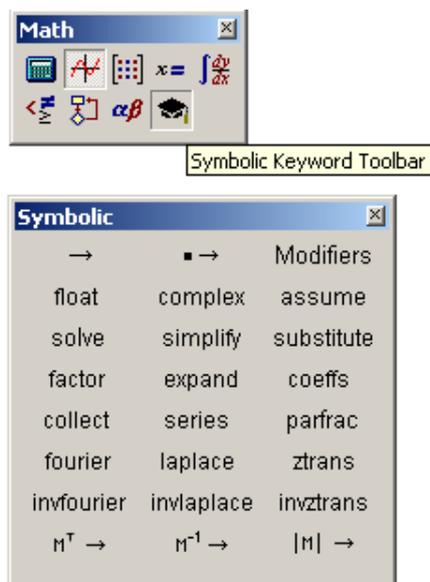


Рис. III.13. Аналитическое дифференцирование

Пример символьного дифференцирования функции $f(x) = \cos(x) \cdot \ln(x)$ с помощью символьного оператора « \rightarrow »:

$$\frac{d}{dx}(\cos(x) \cdot \ln(x)) \rightarrow -\sin(x) \cdot \ln(x) + \frac{\cos(x)}{x}$$

Справа от стрелочки — результат символьного вычисления производной.

3-й способ. Набрать на клавиатуре выражение для функции, выделить переменную, по которой необходимо провести операцию дифференцирования и дать команду из меню **Symbolics / Variable / Differentiate** (Символика / Переменная / Дифференцировать) (рис. III.14).

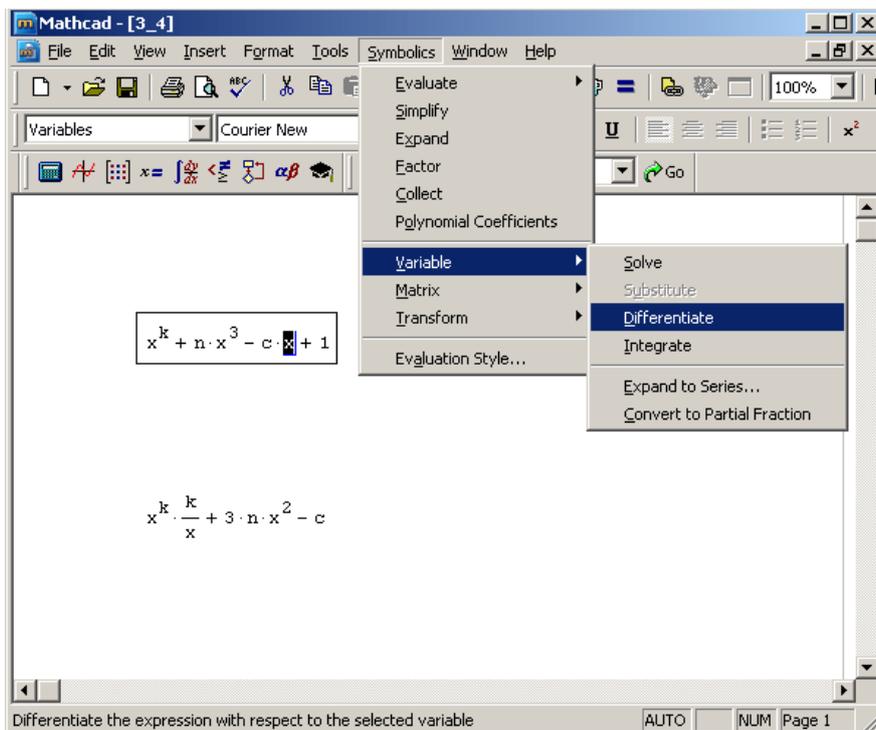


Рис. III.14. Аналитическое дифференцирование по переменной

Пример символьного дифференцирования функции $f(x) = \cos(x)\ln(x)$ с помощью меню **Symbolics / Variable / Differentiate**.

Наберем на клавиатуре заданную функцию и выполним требуемые команды:

$$\begin{aligned} & \cos(x) \cdot \ln(x) \\ & -\sin(x) \cdot \ln(x) + \frac{\cos(x)}{x} \end{aligned}$$

В этом случае переменная x , по которой производится дифференцирование, предварительно выделяется.

В результате в следующей строке за функцией появится значение ее производной.

Если функция зависит от нескольких переменных, то программа рассматривает все переменные, за исключением выделенной, как константы (то есть находит частную производную).

Примечание: для того чтобы найти вторую производную, можно повторно применить эту последовательность действий, но уже к полученному результату дифференцирования. Так же находятся и производные высших порядков.

Численное дифференцирование. Чтобы продифференцировать функцию $f(x)$ в некоторой точке, необходимо выполнить следующие действия:

1) определить точку x , в которой будет вычислена производная, например, $x:=2$;

2) ввести оператор дифференцирования нажатием кнопки **Derivative** (Производная) на панели **Calculus** (Вычисления);

3) в появившихся местозаполнителях шаблона $\frac{d}{dx}$ ввести справа функцию, зависящую от аргумента x , т. е. $f(x)$, и внизу имя самого аргумента x ;

4) ввести оператор « \Rightarrow » численного или « \rightarrow » символьного вывода для получения ответа.

Пример. Необходимо численно и символьно продифференцировать функцию $f(x) = \sin(x)\ln(x)$ и найти ее значение в точках $x = 0,01$ и $x = 3$.

При дифференцировании можно определить функцию непосредственно в операторе дифференцирования а можно предварительно присвоить ей какое-либо имя, то есть задать функцию пользователя, и затем продифференцировать.

1-й способ. Функция определяется непосредственно в операторе дифференцирования:

$$\begin{aligned} & x := 0.1 \\ & \frac{d}{dx} \sin(x) \cdot \ln(x) = -1.293 \\ & \frac{d}{dx} \sin(x) \cdot \ln(x) \rightarrow \cos(.1) \cdot \ln(.1) + 1 \cdot 10^1 \cdot \sin(.1) \end{aligned}$$

2-й способ. Функции предварительно присваивается имя, а затем она дифференцируется:

$$f(x) := \sin(x) \cdot \ln(x)$$

$$x := 3$$

$$\frac{d}{dx} f(x) \rightarrow \cos(3) \cdot \ln(3) + \frac{1}{3} \cdot \sin(3) = -1.041$$

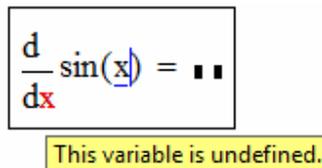
Как видно из примеров, предварительно определялись точки, в которых проводилось численное дифференцирование.

Пример ошибочного применения оператора численного дифференцирования.

При символьном дифференцировании получим

$$\frac{d}{dx} \sin(x) \rightarrow \cos(x)$$

При численном дифференцировании MathCAD выдаст ошибку



из-за того, что при вычислении производной от функции $f(x)$ численным методом (используем знак $=$) предварительно не была задана точка, в которой проводилось численное дифференцирование.

Пример определения функции пользователя посредством оператора дифференцирования:

$$f(x) := 2x^4 + 2x^3 - 7x^2 + 3x - 1$$

$$g(x) := \frac{d}{dx} f(x)$$

$$g(x) \rightarrow 8x^3 + 6x^2 - 14x + 3$$

$$g(1) = 3$$

В этом примере через производную от $f(x)$ определяется еще одна пользовательская функция $g(x)$, и затем, при помощи оператора символьного вывода, находится ее явный вид (предпоследняя строка) и конкретное значение в точке $x = 1$ (последняя строка).

III.3.8.2. Производные высоких порядков

MathCAD позволяет численно определять производные высших порядков, от 0-го до 5-го включительно. Символьный процессор умеет считать производные произвольного порядка (конечно, если аналитическое решение задачи существует).

Производные в большинстве случаев поддаются вычислению аналитически, а потому к численному дифференцированию для высоких порядков производной лучше не прибегать.

Чтобы вычислить производную функции $f(x)$ n -го порядка в точке x , нужно проделать те же самые действия, что и при взятии первой производной, за тем исключением, что вместо оператора производной необходимо применить оператор n -й производной (**Nth Derivative**). Этот оператор вводится с той же панели **Calculus** (Вычисления) и содержит еще два местозаполнителя, в которые следует поместить число n (порядок производной) (рис. III.15).

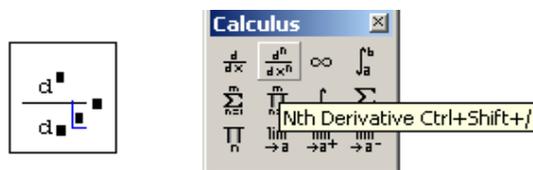


Рис. III.15. Оператор производной высшего порядка

В полном соответствии с математическим смыслом оператора определение порядка производной в одном из местозаполнителей приводит к автоматическому появлению того же числа в другом из них. Производная при $n = 0$ по определению равна самой функции, при $n = 1$ — первой производной.

Пример 1. Аналитический поиск второй производной функции:

$$f(x) := \frac{1}{x + 1}$$

$$\frac{d^2}{dx^2} f(x) \rightarrow \frac{2}{(x + 1)^3}$$

Примеры 2 и 3 демонстрируют численное и символьное вычисление второй производной. Следует помнить, что, как и при вычислении обычной производной, необходимо перед оператором дифференцирования присвоить аргументу функции значение, для которого будет вычисляться производная.

Пример 2. Численное и символьное вычисление второй производной в точке:

$$x := 0.2$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \sin(x) \cdot x^3 = 0.472$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \sin(x) \cdot x^3 \rightarrow 1.192 \sin(.2) + .24 \cos(.2)$$

$$0.472$$

Чтобы убедиться в том, что символьный процессор MathCAD в предпоследней строке примера дает тот же результат, что и вычислительный процессор в предыдущей строке, надо упростить его. Для этого следует выделить полученное последнее выражение и выбрать в меню **Symbolics** (Символика) пункт **Simplify** (Упростить). После этого ниже появится еще одна строка с численным результатом выделенного выражения (последняя строка примера). Можно после полученного символьного выражения поставить знак « \Rightarrow ».

Пример 3. Численное и символьное вычисление шестой производной:

$$f(x) := \frac{1}{x}$$

$$\frac{d^6}{dx^6} f(x) \rightarrow \frac{720}{x^7}$$

$$\frac{d^6}{dx^6} f(x) = \blacksquare$$

В примере 3 аналитически вычисляется шестая производная функции, а попытка численного вывода результата того же выражения приводит к ошибке.

III.3.8.3. Частные производные

В MathCAD можно вычислять производные функций любого количества аргументов. В этом случае, как известно, производные по разным аргументам называются частными.

Чтобы вычислить частную производную, необходимо, как обычно, ввести оператор производной с панели **Calculus** (Вычисления) и в соответствующем местозаполнителе напечатать имя переменной, по которой должно быть осуществлено дифференцирование.

Пример 1. При символьном и численном вычислении частных производных в первой строке определяется функция двух переменных, в двух следующих строках — символьным образом вычисляются частные производные по обеим переменным x и y .

Чтобы определить частную производную численным методом, необходимо предварительно задать значения всех аргументов:

$$f(x, y) := x^{2 \cdot y} + \sin(x) \cdot y$$

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x, y) \rightarrow 2 \cdot x^{2 \cdot y} \cdot \frac{y}{x} + \cos(x) \cdot y$$

$$\frac{\partial}{\partial y} f(x, y) \rightarrow 2 \cdot x^{2 \cdot y} \cdot \ln(x) + \sin(x)$$

$$x := 1 \quad y := 0.1$$

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x, y) = 0.254$$

$$\frac{\partial}{\partial y} f(x, y) = 0.841$$

Пример 2. Вычисление второй частной производной. Частные производные высших порядков рассчитываются точно так же, как и обычные производные высших порядков. В примере 2 иллюстрируется расчет вторых производных функции по переменным x , y и смешанной производной:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (x^{3 \cdot y} + \sin(x) \cdot y) \rightarrow 9 \cdot x^{3 \cdot y} \cdot \frac{y^2}{x^2} - 3 \cdot x^{3 \cdot y} \cdot \frac{y}{x^2} - \sin(x) \cdot y$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} (x^{3 \cdot y} + \sin(x) \cdot y) \rightarrow 9 \cdot x^{3 \cdot y} \cdot \ln(x)^2$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} (x^{3 \cdot y} + \sin(x) \cdot y) \rightarrow 9 \cdot x^{3 \cdot y} \cdot \frac{y}{x} \cdot \ln(x) + 3 \cdot \frac{x^{3 \cdot y}}{x} + \cos(x)$$

В примерах 1 и 2 оператор дифференцирования записан в форме частной производной. Существует возможность выбирать вид операторов дифференцирования как обычную или частную производную. Запись оператора не влияет на вычисления, а служит лишь более привычной формой представления расчетов.

Для того чтобы изменить вид оператора дифференцирования на представление частной производной, следует:

- 1) вызвать контекстное меню из области оператора дифференцирования нажатием правой кнопки мыши;
- 2) выбрать в контекстном меню верхний пункт **View Derivative As** (Показывать производную как);
- 3) в появившемся подменю (рис. III.16.) выбрать пункт **Partial Derivative** (Частная производная).

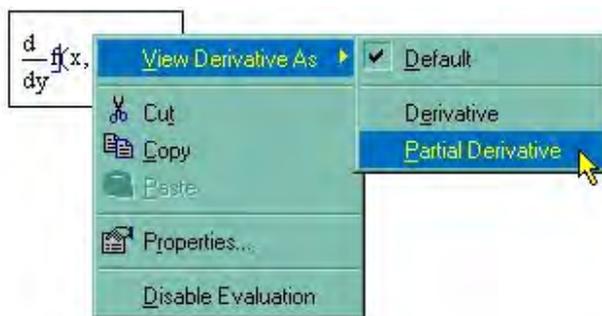


Рис. III.16. Изменение вида оператора дифференцирования

Чтобы вернуть вид производной, принятый по умолчанию, необходимо выбрать в подменю пункт **Default** (По умолчанию) либо, для представления ее в обычном виде — **Derivative** (Производная).

III.3.9. Вычисление интегралов

В MathCAD существует возможность вычисления как неопределенных, так и определенных интегралов.

Для вычисления интегралов в MathCAD используется панель **Calculus** (Вычисления) (см. рис. III.10), которая открывается на панели инструментов **Math**.

III.3.9.1. Неопределенные интегралы

Неопределенный интеграл также называется первообразной.

Задача нахождения неопределенного интеграла связана с поиском функции, производная от которой равна исходной подынтегральной функции. Решение этой задачи осуществляется с помощью символьного процессора MathCAD.

1-й способ. Чтобы аналитически проинтегрировать некоторую функцию, необходимо ввести с панели **Calculus** (Вычисления) символ неопределенного интеграла (рис. III.17) и в появившемся шаблоне заполнить местозаполнители, то есть ввести функцию, для которой надо найти первообразную, а после знака дифференциала — переменную, по которой будет проводиться интегрирование, и затем ввести знак символического равенства «→» (стрелочку).

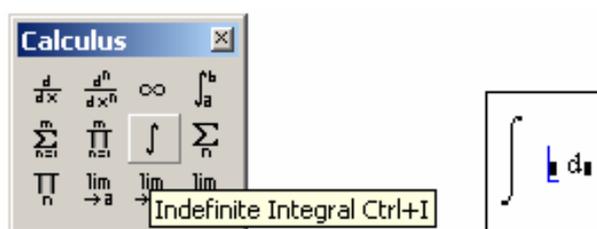


Рис. III.17. Оператор вычисления неопределенного интеграла

Следует помнить, что многие интегралы не выражаются в элементарных функциях. Если функцию удастся проинтегрировать, то справа от введенного выражения появится его аналитический результат (пример 1). В противном случае введенное выражение будет просто продублировано, либо появится запись вида `indef_int(f(x), x)`. Вместо $f(x)$ и x будут соответственно стоять подынтегральная функция и та переменная, по которой предполагалось провести интегрирование (пример 2).

При символическом интегрировании можно использовать в выражениях, которые вводятся, различные параметры. Если перед выражением их значения нигде не определялись, то (в случае успешных вычислений) символичный процессор MathCAD выдаст аналитическую зависимость результата интегрирования от этих параметров (как в примере 1 от параметра a).

Пример 1. Аналитическое вычисление неопределенного интеграла:

$$\int \exp\{-a \cdot x^2\} dx \rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{a^2} \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{1}{a^2} \cdot x\right)$$

Пример 2. Аналитическое интегрирование невозможно:

$$\int \exp\{-a \cdot x^b\} dx \rightarrow \int e^{-a \cdot x^b} dx$$

2-й способ. Для вычисления неопределенного интеграла от некоторого выражения по определенной переменной при помощи меню необходимо выделить в выражении эту переменную и выполнить команду **Symbolics / Variable / Integrate** (Символика / Переменная / Интегрировать) (рис. III.18). Вычисленное аналитическое выражение неопределенного интеграла появится ниже.

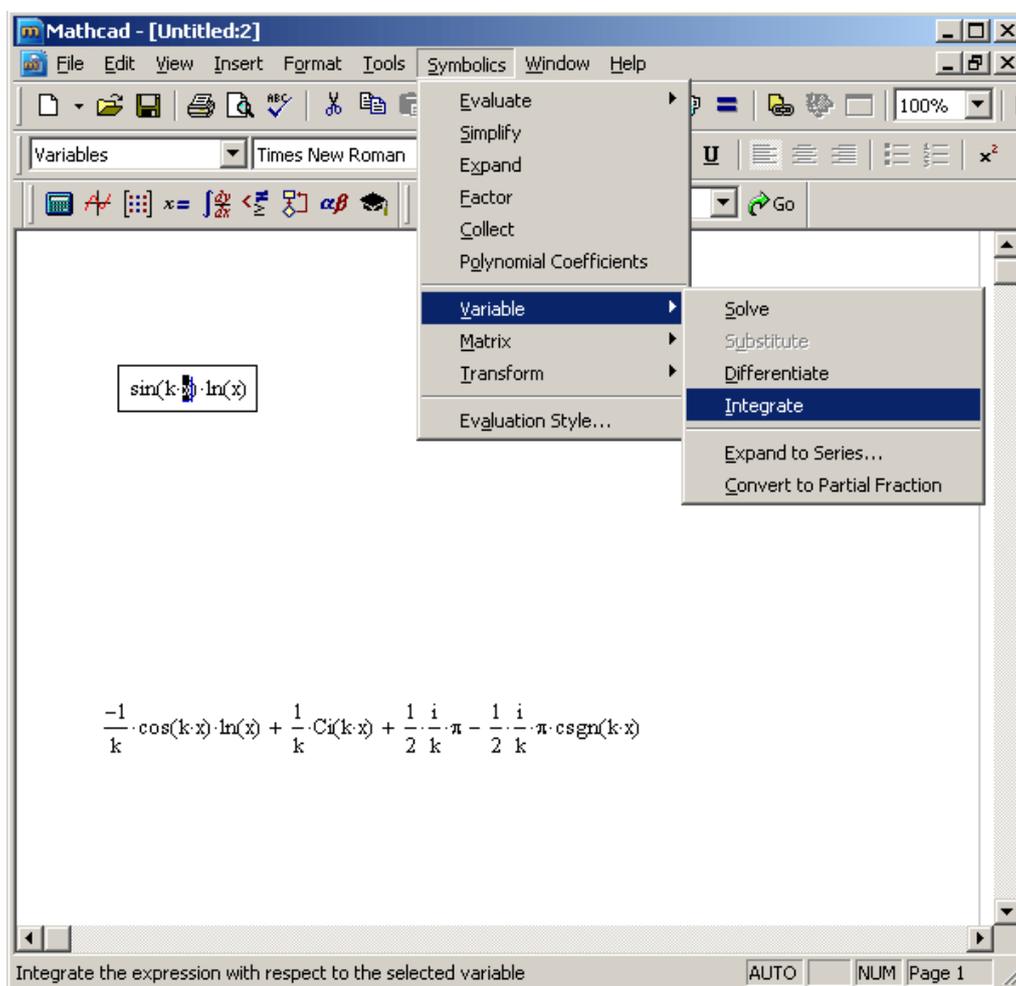


Рис. III.18. Вычисление неопределенного интеграла с помощью команд меню

III.3.9.2. Определенные интегралы

На практике чаще используются определенные интегралы, которые отличаются от неопределенных наличием пределов интегрирования. Фактически неопределенный интеграл — это функция, в то время как определенный интеграл — просто какое-то число.

При интегрировании в MathCAD необходимо соблюдать следующие правила:

1. Пределы интегрирования должны быть вещественными. Выражение, которое нужно интегрировать, может быть вещественным либо комплексным.
2. Кроме переменной интегрирования все переменные в подынтегральном выражении должны быть определены ранее в другом месте рабочего документа.

3. Переменная интегрирования должна быть простой переменной без индекса.

4. Если переменная интегрирования является размерной величиной, верхний и нижний пределы интегрирования должны иметь ту же самую размерность.

Чтобы вычислить определенный интеграл, следует напечатать его обычную математическую форму в документе. Делается это с помощью панели операторов математического анализа **Calculus** (Вычисления) нажатием кнопки со значком интеграла (рис. III.19).

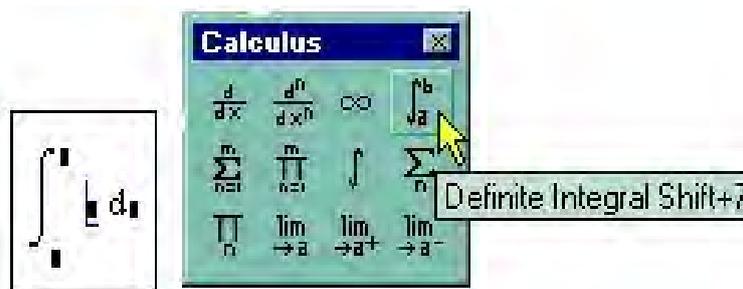


Рис. III.19. Оператор интегрирования

Появится символ интеграла с четырьмя местозаполнителями, в которые нужно ввести нижний и верхний интервалы интегрирования, подынтегральную функцию и переменную интегрирования. Подынтегральная функция может быть определена до интеграла или непосредственно в интеграле.

Чтобы получить результат интегрирования, следует ввести знак равенства «=» или символического равенства «→». В первом случае интеграл будет вычислен численно, во втором — аналитически. Следует помнить, что аналитически определенные интегралы вычисляются, во-первых, точнее, а во-вторых, быстрее, нежели численно.

Пример 1. Численное и символическое вычисление определенного интеграла:

Численное вычисление

$$\int_0^1 e^{x-1} - x \, dx = 0.132$$

Символьное вычисление

$$\int_0^1 e^{x-1} - x \, dx \rightarrow -\exp(-1) + \frac{1}{2}$$

Пример 2. Численное и символическое вычисление определенного интеграла:

Численное вычисление

$$\int_0^\pi \sin(x) \, dx = 2$$

Символьное вычисление

$$\int_0^\pi \sin(x) \, dx \rightarrow 2$$

При вычислении определенного интеграла для получения более точного и достоверного результата можно выбрать метод расчета путем вызова кон-

текстного меню щелчком правой кнопки мыши по полю шаблона. По умолчанию активизирован режим **Автовыбор** (AutoSelect), при котором MathCAD автоматически выбирает один из методов:

Romberg (Ромберг) используется в MathCAD как общий метод для гладких функций;

Adaptive (адаптивный) — для функций быстроизменяющихся на участке интегрирования;

Infinite Limit (неограниченный лимит) — бесконечный предел — для расчета интегралов с бесконечными пределами интегрирования;

Singular Endpoint (сингулярный конец) применяется для расчета интегралов от функций, не существующих в одной или обеих точках пределов интегрирования (так называемые несобственные интегралы второго рода).

При необходимости пользователь может отказаться от режима **Автовыбор** и указать в MathCAD нужный метод расчета.

Для этого необходимо:

1) щелкнуть правой кнопкой мыши в любом месте на левой части вычисляемого интеграла.

2) в появившемся контекстном меню выбрать один из четырех численных алгоритмов (рис. III.20).

Перед тем как один из алгоритмов выбран впервые (как показано на рис. III.20), флажок проверки в контекстном меню установлен возле пункта **AutoSelect** (Автовыбор). Это означает, что алгоритм определяется MathCAD исходя из анализа пределов интегрирования и особенностей подынтегральной функции. Как только один из алгоритмов выбран, этот флажок сбрасывается, а избранный алгоритм отмечается галочкой.



Рис. III.20. Выбор алгоритма численного интегрирования

Ниже приведены примеры вычисления определенного интеграла разными методами.

Пример 1. Вычисление определенного интеграла:

Неограниченный лимит
(Автоматический выбор)

$$\int_1^{\infty} \frac{e^{-x}}{x^2} dx = 0.148$$

Ромберг и другие
(не вычисляет)

$$\int_1^{\infty} \frac{e^{-x}}{x^2} dx = \blacksquare$$

Адаптивный (автовыбор),
Ромберг, Сингулярный конец:

$$\int_0^{-1} \frac{\sin(x)}{x} dx = -0.946$$

Неограниченный лимит
(не вычисляет):

$$\int_0^{-1} \frac{\sin(x)}{x} dx = \blacksquare$$

Интеграл ниже вычисляют все методы, кроме Неограниченного лимита:

$$\int_{-1}^1 x^3 - 5 \cdot x^2 + 3 \cdot x dx = -3.333 \blacksquare$$

Как показывает анализ результатов расчета, режим **Автовыбор** является наиболее универсальным при расчете определенного интеграла.

Несколько слов о расходящихся интегралах. Если интеграл расходится (равен бесконечности), то вычислительный процессор MathCAD может выдать сообщение об ошибке, выделив при этом оператор интегрирования, как обычно, красным цветом. Чаще всего ошибка будет иметь тип Found a number with a magnitude greater than 10^{307} (Найдено число, превышающее значение 10^{307}) или Can't converge to a solution (Не сходится к решению). Тем не менее, символьный процессор справляется с этим интегралом, совершенно правильно находя его бесконечное значение.

Пример 2. Символьное вычисление расходящегося интеграла:

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx \rightarrow \infty$$

III.3.9.3. Кратные интегралы

Для того чтобы вычислить кратный интеграл необходимо:

1. Ввести, как обычно, оператор интегрирования.
2. В соответствующих местозаполнителях ввести имя первой переменной интегрирования и пределы интегрирования по этой переменной.
3. На месте ввода подынтегральной функции ввести еще один оператор интегрирования.
4. Точно так же ввести вторую переменную, пределы интегрирования и подынтегральную функцию (если интеграл двукратный) или следующий оператор интегрирования (если более чем двукратный) и т. д., пока выражение с многократным интегралом не будет введено окончательно (рис. III.21).

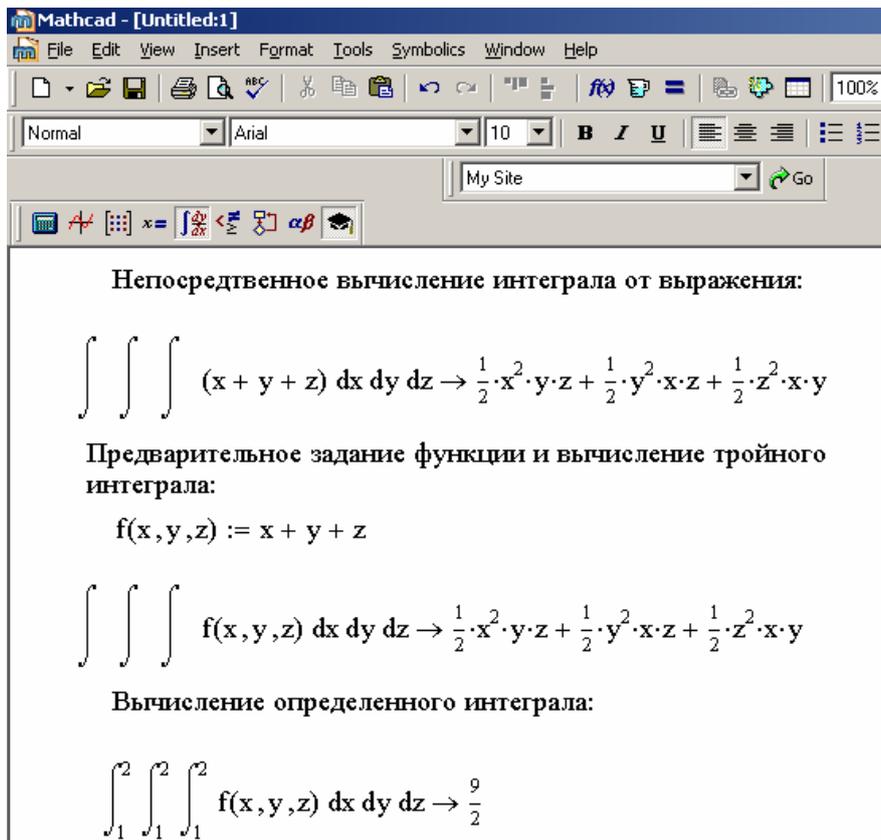


Рис. III.21. Вычисление кратных интегралов

Если кратные интегралы имеют различные пределы интегрирования по разным переменным, важно их не перепутать. В приведенном ниже примере в первой строке пределы интегрирования $[a, b]$ относятся к переменной y , а во второй строке — к переменной x .

Пример. Символьное вычисление кратных интегралов

$$\int_a^b \int_{-1}^1 x + y^3 \, dx \, dy \rightarrow \frac{1}{2} \cdot b^4 - \frac{1}{2} \cdot a^4$$

$$\int_a^b \int_{-1}^1 x + y^3 \, dy \, dx \rightarrow b^2 - a^2$$

III.4. Варианты индивидуальных заданий

Выбрать варианты индивидуальных заданий (всего 8). Номер варианта выбирается по сумме двух последних цифр зачетной книжки. Цифра 0 в последних цифрах зачетной книжки при выборе варианта берется за число 10.

Все восемь заданий выполняются в среде интегрированной математической системы MathCAD (см. пример выполнения задания).

Копию документа с выполненными заданиями в системе MathCAD перенести в тетрадь для контрольных работ или распечатать.

Ответить на контрольные вопросы.

Распределение заданий по вариантам приводится в [табл. III.1](#).

Распределение заданий по вариантам

Номер варианта	Задания	Номер варианта	Задания
1	1.1; 2.1; 3.1; 4.1; 5.1; 6.1; 7.1; 8.1	11	1.11; 2.11; 3.3; 4.4; 5.5; 6.6; 7.11; 8.11
2	1.2; 2.2; 3.2; 4.2; 5.2; 6.2; 7.2; 8.2	12	1.12; 2.11; 3.4; 4.5; 5.6; 6.7; 7.12; 8.12
3	1.3; 2.3; 3.3; 4.3; 5.3; 6.3; 7.3; 8.3	13	1.13; 2.13; 3.5; 4.6; 5.7; 6.8; 7.13; 8.13
4	1.4; 2.4; 3.4; 4.4; 5.4; 6.4; 7.4; 8.4	14	1.14; 2.14; 3.6; 4.7; 5.8; 6.9; 7.14; 8.14
5	1.5; 2.5; 3.5; 4.5; 5.5; 6.5; 7.5; 8.5	15	1.15; 2.15; 3.7; 4.8; 5.9; 6.10; 7.15; 8.15
6	1.6; 2.6; 3.6; 4.6; 5.6; 6.6; 7.6; 8.6	16	1.16; 2.16; 3.8; 4.9; 5.10; 6.1; 7.16; 8.16
7	1.7; 2.7; 3.7; 4.7; 5.7; 6.7; 7.7; 8.7	17	1.17; 2.17; 3.9; 4.10; 5.1; 6.2; 7.17; 8.17
8	1.8; 2.8; 3.8; 4.8; 5.8; 6.8; 7.8; 8.8	18	1.18; 2.18; 3.10; 4.1; 5.2; 6.3; 7.18; 8.18
9	1.9; 2.9; 3.9; 4.9; 5.9; 6.9; 7.9; 8.9	19	1.19; 2.19; 3.1; 4.2; 5.3; 6.4; 7.19; 8.19
10	1.10; 2.10; 3.10; 4.10; 5.10; 6.10; 7.10; 8.10	20	1.20; 2.20; 3.2; 4.3; 5.4; 6.5; 7.20; 8.20

III.5. Задания

III.5.1. Построение и вычисление выражений

Варианты задания приведены в табл. III.2.

Таблица III.2

Варианты задания

Номер варианта	Выражение	Параметр
1	$y = 1,2 \operatorname{tg}^3(3x) + \ln(2x + 5,5) - 4,7 + \frac{\sqrt{x+1}}{x\sqrt{x+x+\sqrt{x}}}$	$x = 2,21$
2	$z = 3,7 \cos^3(2x - 7,1) + e^x - 14,3 x + \frac{\sqrt[3]{x}}{3\sqrt[3]{x^5} - \sqrt[3]{x^2}}$	$x = -3,82$
3	$u = 6,5 \sin^2\left(\frac{4}{\ln(x +1,1)}\right) - 8x^2 + \frac{\sqrt{x^2+x}\sqrt{x^2-1}}{x}$	$x = -2,36$
4	$v = 8,4y^3 + \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{y^2+1}\right) + \ln(3x) + \frac{\sqrt[4]{y^2-y}}{\sqrt[3]{y+y}}$	$y = 2,92$
5	$z = 7,5t^2 + 1,2 \operatorname{tg}^4\left(t + \frac{t}{t^3+3}\right) - 3,5 + \frac{1}{\sqrt{t^3} - \sqrt{t+1}}$	$t = 5,37$
6	$v = 2e^x + 3,5 \sin^2\left(x + \frac{x}{5-x}\right) + x + \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$	$x = 3,14$

Номер варианта	Выражение	Параметр
7	$x = 3t^2 6 \ln(t^2 + 2t + 1) + 7e^x + \sqrt[3]{\frac{2t}{1 + \sqrt{t}}}$	$t = 5,73$
8	$z = 8,5 \ln(y^4 + 1) + \frac{\cos^2(y) + (y + 2)}{2,5} + 2^y + \frac{\sqrt[5]{2 - y^2}}{y^3 + 2y}$	$y = 3,82$
9	$r = 6,75e^{(t-1)} - 2 \cos^3\left(t + 2t^2 + \frac{t}{7}\right) + \frac{t - \sqrt{t-1}}{\sqrt[3]{3\sqrt{2t+1} - 1}}$	$t = 2,27$
10	$b = 3,7a^2 + 7,1 \sin^2(a^4 + a^2 - 1) + \ln(a) + \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt[3]{a + \frac{8}{a}}}$	$a = 2,51$
11	$\tilde{n} = 7,1b^3 + 13,4 \operatorname{tg}^2(b-1) - \frac{ b }{5} + \frac{\sqrt{b(1 + \sqrt[3]{b})}}{1 - b\sqrt{2-b}}$	$b = -1,85$
12	$z = 18,5y^2 + 2 \ln\left(\frac{1+y}{\sqrt{y}}\right) - 4,7 \cos^2(y) + \frac{\sqrt[4]{y + \sqrt{y}}}{1 - y^3}$	$y = 2,64$
13	$t = 2,65x^2 - 3,7e^{(x-1)} + 2,3 \cos^2(2x-3) + \sqrt{\frac{5 + 2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - x^3}}$	$x = 0,74$
14	$z = 3,7 \sin^3(2x-1,5) + 5 \operatorname{tg}(2x) - 2 \operatorname{arctg}(x-1) + \frac{\sqrt[5]{x^2 + 2}}{1 + \sqrt{x-1}}$	$x = 1,64$
15	$w = 8,1 \operatorname{arctg}^2(3x-1) + 14 \ln(x+1) + 3e^x + \frac{\sqrt[3]{x^5 - x^2}}{1 + \sqrt{x+1}}$	$x = 2,32$
16	$t = 12,4 \ln\left(\frac{v+3}{4,5}\right) + 7 \operatorname{tg}^2(e^v - 3) + \frac{v\sqrt{v-2}}{\sqrt[3]{v^2 + 2v}}$	$v = 2,85$
17	$v = 6,85 \sin^4(x-1,5) + 2 \ln\left(2x + \frac{4}{x}\right) + \frac{\sqrt[5]{x^4 - 3}}{3 - \sqrt{x+3}}$	$x = 9,12$
18	$u = -8,7 \operatorname{tg}^2(3,5x - 4,5) + \frac{ 1 - x^3 }{\cos(2x-1)} + 7e^x + \sqrt[3]{\frac{x^2 + 3}{1 - x\sqrt{x}}}$	$x = 3,17$
19	$z = 9, y^2 - e^{(3y+4)} + 7 \operatorname{arctg}(y^3 - 4,5) + \sin(2y) + \frac{\sqrt{y-0,62y^2}}{2 + \sqrt[3]{y}}$	$y = 0,24$
20	$t = 8,46u^5 - 3 \operatorname{tg}(2u - 5) + 7,2e^{(u-1)} + \ln(u) + \sqrt[3]{\frac{u + \sqrt{u}}{1 - u^3}}$	$u = 3,21$

Рекомендации к выполнению задания. Перед началом работы на экране курсор имеет вид крестика. В момент ввода выражения курсор приобретает вид синего уголка, охватывающего вводимое выражение. В рабочем документе нужно ввести какие-либо буквенные выражения и присвоить им численные значения, как показано слева вверху на рис. III.22.

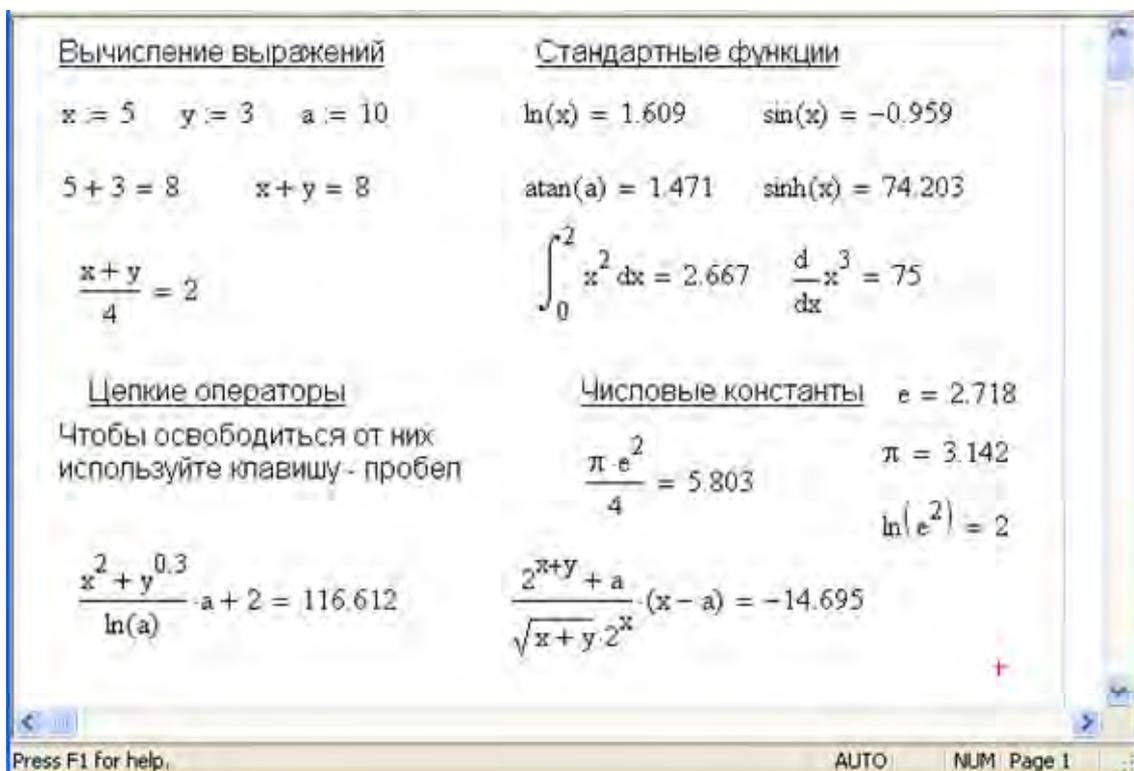


Рис. III.22. Построение математических выражений

При выполнении задания следует обратить внимание на следующее:
задание числового значения аргумента должно предшествовать вычислению значения математического выражения;

все знаки арифметических операций должны вводиться явно;

операция возведения в степень стандартной функции должна следовать после ввода ее имени вместе с аргументом, например $\cos^3(x+3)$ должно вводиться как $\cos(x+3)^3$;

иногда нужно пользоваться клавишей [пробел] (один раз или более), чтобы в нужном месте математического выражения поставить знак арифметической операции (для выхода из цепкого оператора);

для ввода большинства математических операций удобно пользоваться встроенными операторами, выведенными в панель инструментов.

Пример. Вычислить выражение

$$f = \frac{1}{7} \arcsin^3 \sqrt{\sin x} + \operatorname{arctg} \frac{(2x-5)}{3+5 \cos x} + \sqrt[3]{\frac{x+\sqrt{x}}{1-x^3}}$$

при заданном значении параметра $x = 2,37$.

Решение. Для вычисления числового значения выражения надо задать значение известного параметра x при помощи оператора присваивания (вводится символ [=]): $x := 2.37$.

Далее переменной f присваивается заданное арифметическое выражение. Для вывода значения переменной f используется оператор вычисления (вводится символ [=]): $f = 0.52$.

Ниже приводится фрагмент этого документа в системе MathCAD

$$x := 2.37$$

$$f := \frac{1}{7} \cdot \operatorname{asin}(\sqrt{\sin(x)})^3 + \operatorname{atan}\left[\frac{(2 \cdot x - 5)}{3 \cdot 5 \cdot \cos(x)}\right] + \sqrt[3]{\frac{x + \sqrt{x}}{1 - x^3}}$$

$$f = -0.52$$

III.5.2. Построение графиков функций

Уравнения кривых приведены в табл. III.3.

Необходимо построить на одном чертеже графики функций. При выполнении задания 2 учитывается:

что функции, графики которых нужно построить, задаются функциями пользователя;

предварительно диапазон изменения аргумента можно не задавать, система по умолчанию задает свой диапазон;

если диапазоны изменений аргумента и функций не совсем удачно подходят для отображения графиков, то можно вручную их изменить;

для лучшей наглядности нужно отформатировать график.

Таблица III.3

Варианты индивидуальных заданий

Номер варианта	Уравнения кривых	Номер варианта	Уравнения кривых
1	$y = 2x - x^2, y = -x, y = 0$	11	$y = 3 - 2x, y = x^2, x = 3$
2	$y = \ln(x), y = x - 5, y = 0$	12	$y = x^2, y = \frac{x^2}{2}, y = 2x$
3	$y = \ln(x), y = \ln^2(x), y = 0$	13	$y = e^x, y = e^{-x}, y = 0$
4	$y = x^{\frac{1}{3}}, y = 0, x = 1$	14	$y = \frac{x^2}{3}, y = 0, y = 4 - \frac{2x^2}{3}$
5	$y = e^x, y = \ln(x), y = 0$	15	$y = x^2, y = \sqrt{x}, y = 0$
6	$y = \ln(x) + 3x, y = -3x, y = -2$	16	$x = 0, x = \ln(\cos(y))$
7	$y = 5 - x, y = -3,$ $y = x - x^2$	17	$y = \ln(1 - x^2), x = 2, y = 1$
8	$y = x^2 + 3x, x = 2$	18	$y = 3x - x^2, y = \cos 2x, x = 1$
9	$y = 2x + x^2 - 3, y = 3, y + x = 10$	19	$y = \sqrt[3]{x}, y = 0, x = 1$
10	$y = \sqrt{9 - x^2}, y = 3x, y = 0$	20	$y = \frac{x^2}{4}, y = -2, x + y = 7$

Рекомендации к выполнению задания. Для построения двумерного графика функции нужно:

1. Установить крестообразный курсор в то место, где должен быть построен график.

2. На математической панели **Graph** (График) щелкнуть на кнопке **X-Y Plot** (Двухмерный график).

3. В появившемся на месте курсора шаблоне двумерного графика ввести на оси абсцисс имя аргумента, на оси ординат — имя функции.

4. Щелкнуть мышью вне шаблона графика — для заданного диапазона изменения аргумента график будет построен.

Если диапазон значений аргумента не задан, по умолчанию график строится в диапазоне значений аргумента $-10\dots+10$.

Чтобы в одном шаблоне разместить несколько графиков, следует, выделить синим уголком имя первой функции и нажать запятую. Появится маркер для ввода следующей функции.

Если две функции имеют разные аргументы, например $f_1(x)$ и $f_2(y)$, то на оси ординат надо ввести (через запятую) имена обеих функций, а на оси абсцисс (также через запятую) — имена обоих аргументов x и y . Тогда первый график будет построен для первой функции по первому аргументу, второй график — для второй функции по второму аргументу. Если функций введено несколько, а аргументов два, то график первой функции строится по первому аргументу, графики остальных функций — по второму аргументу.

Если ввести на осях ординат и абсцисс имена двух функций одного аргумента, то будет построен параметрический график функции (рис. III.23).

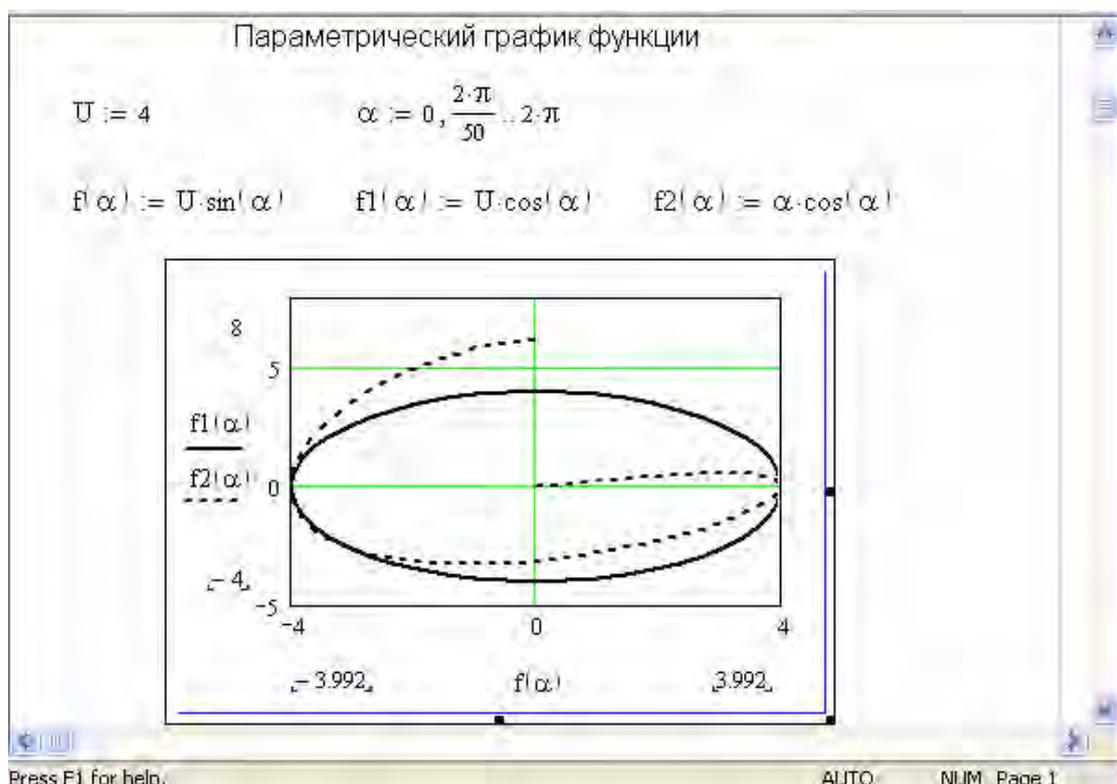


Рис. III.23. Параметрический график функции

Чтобы отформатировать график, нужно дважды щелкнуть мышью в области графика — откроется диалоговое окно форматирования графика (рис. III.24). Изучите окно, задавая различные параметры и щелкая мышью на кнопке **Apply** (Применить) или **OK**. Смотрите, как изменяется вид графика. Ниже перечислены вкладки окна форматирования графика:

1. **X-Y Axes** — форматирование осей координат. Можно нанести сетку, проставить численные значения, ось абсцисс провести через нуль ординаты (**Crossed**) или по нижнему краю графика (**Boxed**), нанести метки на графике. Установить нужные флажки:

Log Scale — представить численные значения на осях в логарифмическом масштабе (по умолчанию численные значения наносятся в линейном масштабе);

Grid Lines — нанести сетку линий;

Numbered — расставить числа по координатным осям;

Auto Scale — автоматический выбор предельных численных значений на осях (если этот флажок снят, предельными будут максимальные вычисленные значения);

Show Markers — нанесение меток на график (на каждой оси появляются два места ввода, в которые можно ввести численные значения, не вводить ничего, ввести одно число или буквенные обозначения констант) в виде горизонтальных или вертикальных пунктирных линий, соответствующих указанному значению на оси, причем сами значения выводятся в конце линий;

Autogrid — автоматический выбор числа линий сетки (если этот флажок снят, надо задать число линий в поле **Number of Grids**).

2. **Trace** — форматирование графиков функций. Для каждого графика в отдельности можно изменить:

вид линии (**Solid** — сплошная, **Dot** — пунктир, **Dash** — штрихи, **Dash-dot** — штрих-пунктир);

цвет линии (**Color**);

тип (**Type**) графика (**Lines** — линия, **Points** — точки, **Bar** или **Solid-bar** — столбики, **Step** — ступенчатый график и т. д.);

толщину линии (**Weight**);

символ (**Symbol**) на графике для расчетных точек (кружок, крестик, прямоугольник, ромб).

Чтобы изменить размеры графика, надо щелкнуть мышью в области графика, подвести указатель мыши к одному из черных квадратных маркеров на краю графика. Когда указатель мыши превратится в двунаправленную стрелку, нажать левую кнопку мыши и, удерживая ее, растянуть график до нужных размеров.

Чтобы переместить график, надо щелкнуть мышью в поле графика, подвести указатель мыши к его краю, когда указатель мыши превратится в изображение черной ладошки, нажать левую кнопку мыши и, удерживая ее, перетащить график в нужное место.

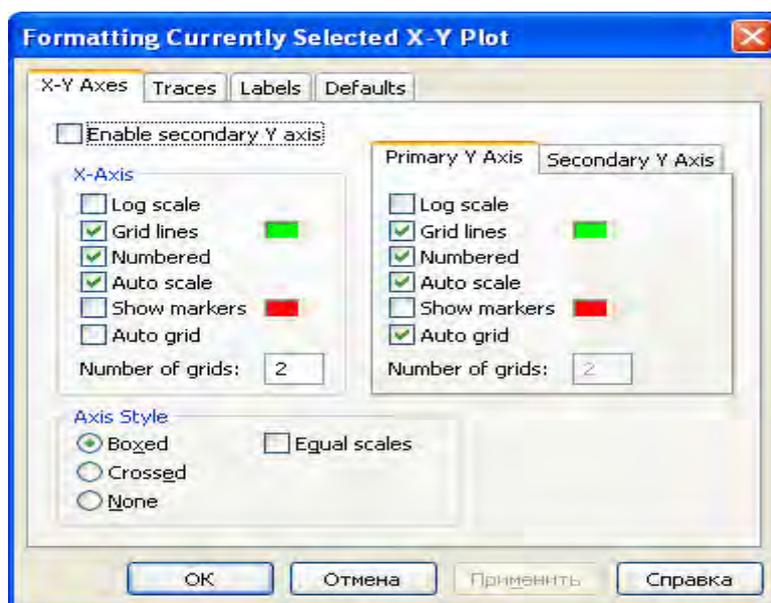


Рис. III.24. Окно форматирования плоского графика

Пример. Построить на одном чертеже графики следующих функций:

$$y = \frac{1}{4} - 2x, \quad y = \ln\left(\frac{1}{2}x + 3\right), \quad x = 3 \quad \text{и} \quad y = -10.$$

Построение. Функции, графики которых нужно построить, описываются следующими зависимостями:

$$y1(x) := \frac{1}{4} - 2 \cdot x \quad y2(x) := \ln\left(\frac{1}{2} \cdot x + 3\right)$$

Остальные функции задаются непосредственно на шаблоне графика.

Чтобы правильно задать пределы изменения аргумента x , необходимо найти область определения заданных функций. Все упомянутые функции, за исключением функции $y = \ln\left(\frac{1}{2}x + 3\right)$, определены для всех x . Функция

$y = \ln\left(\frac{1}{2}x + 3\right)$ определена лишь при $x > -6$. Поэтому берется следующий диапазон изменения аргумента: $x := -5.99, -5.89, \dots, 10$.

Чтобы построить двухмерный график в декартовых координатах, надо:

щелкнуть левой клавишей мыши там, где нужно создать график;

вызвать шаблон графика либо командой **Insert / Graph / X-Y Plot** (Вставка / График / X-Y Зависимость), либо нажатием [**@**], либо выбором соответствующей кнопки на панели инструментов **График**;

в области размещения графика необходимо заполнить пустые поля, указав у середины осей координат переменные или выражения, отображаемые по этой оси (если их несколько, они перечисляются через запятую), граничные значения по осям выбираются автоматически, но их можно задать и вручную;

заполнив таким образом шаблон графика, щелкнуть мышью вне области размещения графика (рис. III.25).

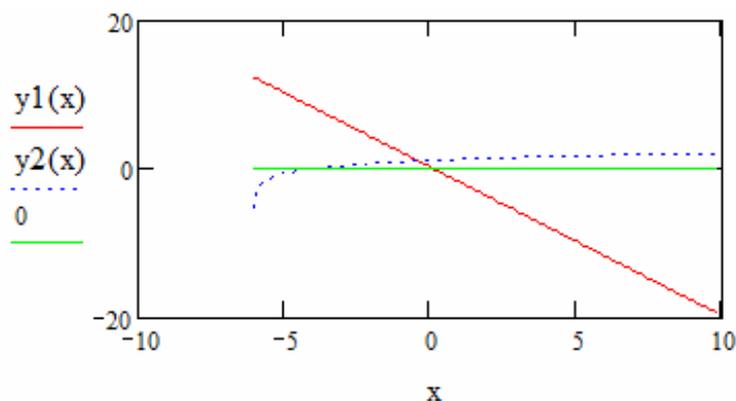


Рис. III.25. Построение графиков функций в одной графической области

Чтобы добавить горизонтальную линию $y = -10$ и вертикальную линию $x = 3$ к графику, необходимо:

щелкнуть мышью на графике, чтобы выделить его. Выбрать меню **Формат / График X-Y / Зависимость / оси X-Y**;

для проведения вертикальной линии щелкнуть мышью на поле **Показать метки в столбце X-оси**, чтобы добавить метку; для проведения горизонтальной линии и добавления метки, щелкнуть мышью на поле **Показать метки в столбце Y-оси**, чтобы добавить метку. Нажать **ОК**. MathCAD покажет два дополнительных пустых поля на каждой оси;

чтобы добавить вертикальную линию, нужно щелкнуть мышью на одно из полей ввода под осью абсцисс и впечатать значение, для которого нужно провести линию, т. е. 3;

чтобы добавить горизонтальную линию, нужно щелкнуть мышью на одно из полей ввода у оси ординат и впечатать значение, для которого нужно провести линию, т. е. -10.

Если теперь щелкнуть мышью вне графика, MathCAD выведет пунктирные линии, соответствующие введенным числам, сами числа появятся в конце линий. Используя опцию **Показать метки**, можно добавлять к каждой оси одну или две пунктирные линии, проходящие через весь график (рис. III.26).

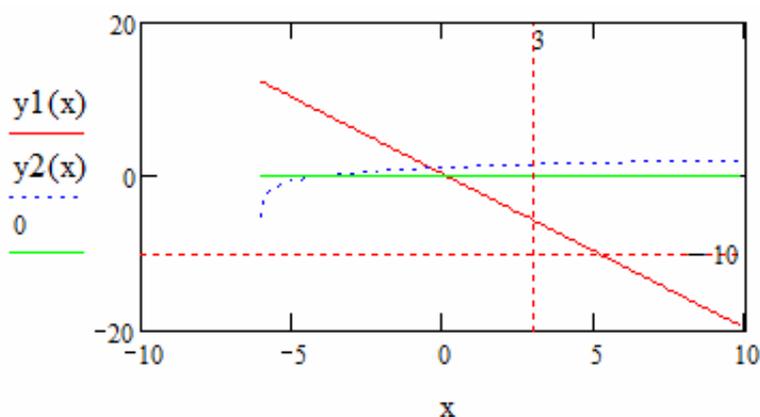


Рис. III.26. Результат построения графиков

III.5.3. Вычисление пределов

Варианты пределов приведены в табл. III.4.

Таблица III.4

Варианты индивидуальных заданий

Номер варианта	Задание	Номер варианта	Задание
1	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 1}{2x + 5}$	11	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x \ln(x)}$
2	$\lim_{y \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-y} - \frac{3}{1-y^3} \right)$	12	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 6x + 12}$
3	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - 2x^2 + x}{3x^2 + 2x}$	13	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-3x)}{x}$
4	$\lim_{y \rightarrow -2} \frac{y^3 + 4y^2 + 4y}{(y+2)(y-3)}$	14	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4+x+x^2} - 2}{x+1}$
5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$	15	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$
6	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$	16	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x^2 - 3x + 2}$
7	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}}$	17	$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2-9} \right)$
8	$\lim_{y \rightarrow -2} \frac{y^3 + 3y^2 + 2y}{y^2 - y - 6}$	18	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 8x + 12}$
9	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^3 + 4}$	19	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1000}{x^3 - 20x^2 + 100x}$
10	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{\sqrt[3]{x^3 + 1}}$	20	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 5x^3 + 7}{2x^5 + 3x^4 + 1}$

Рекомендации к выполнению задания. Для вычисления предела необходимо выполнить следующие действия:

1. Открыть панель инструментов **Math**



и щелкнуть левой клавишей мыши по значку



2. В открывшемся окне **Calculus**



щелкнуть левой клавишей мыши по значку .

3. Появится шаблон предела для ввода выражения

$$\lim \quad \blacksquare$$

$$\blacksquare \rightarrow \blacksquare$$

4. Ввести в него справа заданное выражение и внизу — условие предела.

5. Из панели **Symbolic** за выражением ввести знак символического равенства стрелочку « \rightarrow ».

6. Щелкнуть мышью или нажать на клавишу **[Enter]**.

7. Справа появится результат символических преобразований.

8. Если необходимо выдать числовое выражение результата, то после символического выражения следует поставить знак « $=$ ». Символическое выражение будет преобразовано в числовое.

Пример 1. Вычислить $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 4}}{5x - 2}$

Выполнить вычисление этого предела функции двумя способами.

1-й способ: посредством меню **Symbolics / Variable / Substitute**.

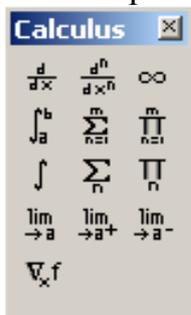
Для этого необходимо выполнить следующие шаги:

1. Открыть панель инструментов **Math**



и щелкнуть левой клавишей мыши по значку .

2. В открывшемся окне **Calculus**



щелкнуть левой клавишей мыши по значку .

3. Появится шаблон предела для ввода нашего выражения:

$$\lim \quad \blacksquare$$

$$\blacksquare \rightarrow \blacksquare$$

4. Ввести справа заданное выражение и внизу условие предела

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 4}}{5x - 2}.$$

5. Выделить в выражении переменную x .

6. Выполнить команды меню **Symbolics / Variable / Substitute**, внизу под выражением появляется готовый ответ:

$$\frac{1}{5} \cdot \sqrt{3}.$$

2-й способ: посредством символьного вычисления предела:

1. Открыть панель инструментов **Math**, в окне **Calculus** выбрать шаблон:

$$\lim \quad \blacksquare \\ \blacksquare \rightarrow \blacksquare$$

2. Ввести в шаблон справа заданное выражение и внизу условие предела.

3. Из панели **Symbolic** за выражением ввести знак символьного равенства стрелочку « \rightarrow », после щелчка мышью или нажатия на клавишу **[Enter]** справа появится результат символьных преобразований, а после ввода знака равенства « $=$ » будет выведен числовой результат:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 4}}{5x - 2} \rightarrow \frac{1}{5} \cdot \sqrt{3} = 0.346$$

Пример 2. Вычислить правосторонний предел функции $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{2x - b}{x^2}$.

Решение:

1. Открыть панель инструментов **Math**, щелкнуть мышью по значку .

2. В окне **Calculus** выбрать шаблон $\lim_{\blacksquare \rightarrow \blacksquare} \frac{\blacksquare}{\blacksquare} + \blacksquare$.

3. Ввести в шаблон заданное выражение и внизу условие предела, а затем из панели **Symbolic** знак символьного равенства стрелочку « \rightarrow », после щелчка мышью или нажатия на клавишу **[Enter]** справа появится результат символьных преобразований:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{2 \cdot x - b}{x^2} \rightarrow \frac{(2 \cdot a - b)}{a^2}$$

Пример 3. Вычислить левосторонний предел функции $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\cos(x)}{x}$.

Решение:

1. Открыть панель инструментов **Math**, щелкнуть мышью по значку .

2. В окне **Calculus** выбрать шаблон $\lim_{\blacksquare \rightarrow \blacksquare} \frac{\blacksquare}{\blacksquare} - \blacksquare$.

3. Ввести в него заданное выражение и внизу условие предела, а затем из панели **Symbolic** — знак символического равенства стрелочку « \rightarrow », после щелчка мышью или нажатия на клавишу [Enter] справа появится результат символических преобразований

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\cos(x)}{x} \rightarrow -\infty$$

III.5.4. Вычисление производных

Варианты задания приведены в табл. III.5.

Задание 4, а. Найти аналитические выражения для производных первого и второго порядка заданных функций; вычислить значения производных в точке x .

Задание 4, б. Найти аналитическое выражение для частных производных заданной функции; вычислить значения частных производных в точке M .

Таблица III.5

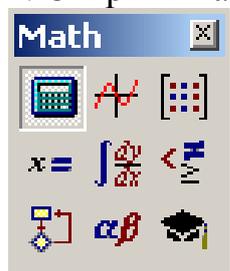
Варианты индивидуальных заданий

Номер варианта	Задание 4, а	Задание 4, б	Номер варианта	Задание 4, а	Задание 4, б
1	$y = \sin^2 \sqrt{\cos\left(\frac{1}{x}\right)}$ $x = 3$	$u = \frac{1}{\sqrt{x}} + y^3$ $M(2; 2)$	7	$y = \frac{\tan(\ln x)}{\ln(\sin x)}$ $x = 2$	$u = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ $M(3; 2)$
2	$y = \sqrt{\frac{1}{x^2} + \tan\left(\frac{1}{x^3}\right)}$ $x = 1$	$u = x^2 + \frac{1}{y}$ $M(1; 2)$	8	$y = \arccos 2x^2$ $x = 0$	$u = 3x - \frac{1}{y^2}$ $M(2; 3)$
3	$y = \ln(\cos(\sqrt[3]{x}))$ $x = 1$	$u = \sqrt{x} - y^2$ $M(2; 1)$	9	$y = \sqrt[3]{\frac{1}{x} + 5x^4}$ $x = 3$	$u = \sqrt{x} - 2\frac{1}{y}$ $M(1; 4)$
4	$y = \ln(\sin \sqrt[7]{\cos x})$ $x = \pi/3$	$u = \sqrt{x} - 3y$ $M(3; 3)$	10	$y = \arctan \frac{1}{x^{-2}}$ $x = 1$	$u = \frac{1}{x^2} - \sqrt{y}$ $M(4; 1)$
5	$y = \tan(\arccos \sqrt{x})$ $x = 4$	$u = 2x + \sqrt{y}$ $M(3; 1)$	11	$y = \sqrt[3]{\frac{1}{x^2} - 3x}$ $x = 2$	$u = x^3 + \frac{1}{y}$ $M(1; 2)$
6	$y = (1 - x^3) \frac{1}{\sqrt{\sin^2 x}}$ $x = 1$	$u = \frac{1}{x} + y^3$ $M(1; 3)$	12	$y = \sqrt{\frac{1}{x^3} - 4x}$ $x = 2$	$u = \frac{1}{\sqrt{x}} + y^2$ $M(2; 2)$

Номер варианта	Задание 4, а	Задание 4, б	Номер варианта	Задание 4, а	Задание 4, б
13	$y = \tan(\sin(x)^2)$ $x = 1$	$u = \sqrt{x} - 3y^2$ M(2; 2)	17	$y = \frac{x^4 - \sin^3 x + x}{\tan(1-x)}$ $x = 2$	$u = 3x - \frac{1}{y^2}$ M(3; 2)
14	$y = \tan\left(\frac{1}{x^2}\right)$ $x = \pi/4$	$u = x^2 + \frac{3}{y}$ M(1; 2)	18	$y = \sin e^{x^2}$ $x = 0$	$u = \sqrt{x} - \frac{1}{y}$ M(1; 2)
15	$y = \cos(\sqrt{x} - x\sqrt{x})$ $x = 3$	$u = \frac{1}{x} + y^2$ M(2; 1)	19	$y = \ln(\sqrt{x - x^2}\sqrt{x})$ $x = 2$	$u = \frac{1}{x^2} - \sqrt{y}$ M(2; 2)
16	$y = \frac{2^x + x^2}{\cos^2(\tan^3 x)}$ $x = 1$	$u = \frac{1}{x} + \frac{1}{y^2}$ M(1; 2)	20	$y = \sqrt[7]{\sin^3 x} + \frac{1}{x^2}$ $x = 2$	$u = \sqrt{x} - 4y^2$ M(3; 2)

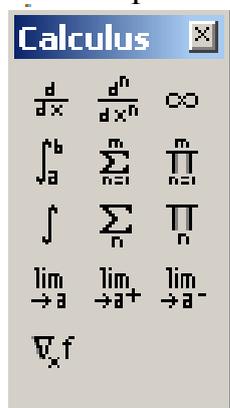
Для вычисления **первой производной** задания 4а необходимо выполнить следующие шаги:

1. Открыть панель инструментов **Math**



и щелкнуть левой клавишей мыши по значку .

2. В открывшемся окне **Calculus**



щелкнуть левой клавишей мыши по значку .

3. Появится шаблон для ввода функции справа и переменной внизу, по которой проводится дифференцирование: $\frac{d}{d\blacksquare}$.

4. Ввести в него функцию и переменную дифференцирования.

5. Далее для вычисления производной можно поступить одним из способов:

а) применить команду из меню **Symbolics / Simplify** (Символика / Упростить), внизу появится результат вычисления производной;

б) из панели **Symbolic** справа от функции ввести знак символического равенства стрелочку « \rightarrow », щелкнуть мышью или нажать на клавишу **[Enter]**, справа появится результат;

в) набрать на клавиатуре выражение для функции, выделить переменную, по которой необходимо провести операцию дифференцирования и дать команду из меню **Symbolics / Variable / Differentiate** (Символика / Переменная / Дифференцировать), внизу появится результат.

Чтобы продифференцировать функцию $f(x)$ в некоторой точке необходимо определить точку x , в которой будет вычислена производная и после символического выражения следует поставить знак « $=$ ». MathCAD выдаст значение производной в точке.

Для вычисления **второй производной** задания 4а необходимо открыть панель инструментов **Math**, щелкнуть по значку  и в панели **Calculus** щелкнуть левой клавишей мыши по значку $\frac{d^2}{dx^2}$. Появится шаблон для заполнения необходимых параметров: порядка производной (выделен уголком на рис. III.27), функции (справа) и переменной дифференцирования (внизу).

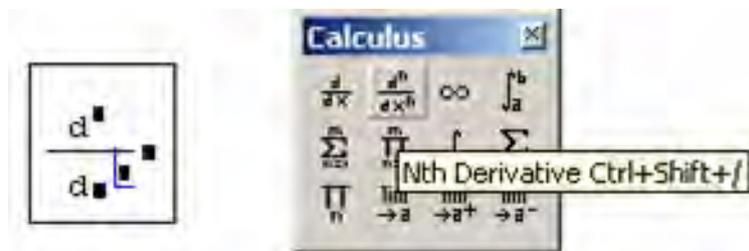


Рис. III.27. Вид производных высших порядков.

Ввести, например, знак символического равенства стрелочку « \rightarrow », щелкнуть мышью или нажать на клавишу **[Enter]**, справа появится результат.

Для вычисления **частной производной в точке** задания 4б необходимо:

здать координаты этой точки;

вычислить производную;

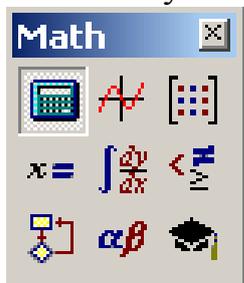
для изменения вида оператора дифференцирования на представление частной производной, следует вызвать контекстное меню из области оператора дифференцирования нажатием правой кнопки мыши, выбрать в контекстном меню верхний пункт **View Derivative As** (Показывать производную как) и в появившемся подменю выбрать пункт **Partial Derivative** (Частная производная), частные производные примут привычный вид.

Задание 4, а. Пример. Найти аналитические выражения для производных первого и второго порядка для функции $y = \cos(x)x^2$; вычислить значения производных в точке $x = 0,5$.

Решение:

1. Для вычисления **первой и второй производных** и их значений в точке $x = 0,5$ удобно начать с ввода функции $f(x) := \cos(x) \cdot x^2$.

2. Затем нужно открыть панель инструментов **Math**



и щелкнуть левой клавишей мыши по значку .

3. В открывшемся окне **Calculus**



щелкнуть левой клавишей мыши по значку .

4. Появится шаблон для вычисления первой производной:

$$\frac{d}{dx}$$

5. Ввести в него функцию справа и переменную дифференцирования внизу:

$$\frac{d}{dx} f(x)$$

6. Как указывалось в теории вычисления производных выше, далее можно поступить одним из трех способов.

Применить знак символического равенства стрелочку « \rightarrow ». После щелчка мышью или нажатия на клавишу [Enter] справа появится результат:

$$\frac{d}{dx} f(x) \rightarrow (-\sin(x)) \cdot x^2 + 2 \cdot \cos(x) \cdot x$$

7. Для вычисления **второй производной** необходимо в панели **Calculus** щелкнуть левой клавишей мыши по значку . Появится шаблон для заполнения необходимых параметров: порядка производной (в шаблоне выделено

поле ввода уголком, верхнее значение появляется автоматически), функции (справа) и переменной дифференцирования (внизу):

$$\frac{d^{\blacksquare}}{dx^{\blacksquare}} \blacksquare, \text{ после заполнения шаблона получим } \frac{d^2}{dx^2} f(x)$$

8. К этому выражению нужно применить знак символического равенства стрелочку « \rightarrow ». После щелчка мышью или нажатия на клавишу [Enter], справа появится результат:

$$\frac{d^2}{dx^2} f(x) \rightarrow (-\cos(x)) \cdot x^2 - 4 \cdot \sin(x) \cdot x + 2 \cdot \cos(x)$$

9. Чтобы найти значения производных в заданной точке, определяем ее: $x:=0,5$.

10. Далее после символического выражения следует поставить знак « $=$ » численного вычисления производной или знак символического равенства стрелочку « \rightarrow » (в примере показано, что эти результаты совпадают). MathCAD выдаст значение производной в точке.

При выполнении работы вывод результатов в примере можно осуществить одним способом.

11. Таким образом, окончательно пример будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} f(x) &:= \cos(x) \cdot x^2 \\ \frac{d}{dx} f(x) &\rightarrow (-\sin(x)) \cdot x^2 + 2 \cdot \cos(x) \cdot x \\ \frac{d^2}{dx^2} f(x) &\rightarrow (-\cos(x)) \cdot x^2 - 4 \cdot \sin(x) \cdot x + 2 \cdot \cos(x) \\ x &:= 0.5 \\ \frac{d}{dx} f(x) &\rightarrow .75772617723932196605 \\ \frac{d}{dx} f(x) &= 0.758 \\ \frac{d^2}{dx^2} f(x) &\rightarrow .57691840609974625266 \\ \frac{d^2}{dx^2} f(x) &= 0.577 \blacksquare \end{aligned}$$

Задание 4, б. Пример. Найти аналитическое выражение для частных производных функции $z(x, y) = x^3 y^4 + \sin(x)$; вычислить значения частных производных в точке М (1; 2).

Решение:

1. Для вычисления **частных производных** и их значений в точке М(1; 2) удобно начать с ввода функции: $f(x) := x^3 \cdot y^4 + \sin(x)$.

2. Затем нужно открыть панель инструментов **Math**



и щелкнуть левой клавишей мыши по значку .

3. В открывшемся окне **Calculus**



щелкнуть левой клавишей мыши по значку .

4. Появится шаблон для вычисления первой производной:

$$\frac{d}{dx}$$

5. На этом этапе можно изменить вид производной, выполнив команды в контекстном меню: **View Derivative As** (Показывать производную как) и в появившемся подменю выбрать пункт **Partial Derivative** (Частная производная). Оператор производной примет привычный вид частной производной

$$\frac{\partial}{\partial x}$$

6. Ввести в него функцию справа и переменную дифференцирования x внизу:

$$\frac{\partial}{\partial x} z(x, y)$$

7. Применить знак символического равенства стрелочку « \rightarrow ». После щелчка мышью или нажатия на клавишу [Enter] справа появится результат:

$$\frac{\partial}{\partial x} z(x, y) \rightarrow 3 \cdot x^2 \cdot y^4 + \cos(x)$$

8. Аналогично продифференцировать функцию $z(x, y)$ по y :

$$\frac{\partial}{\partial y} z(x, y) \rightarrow 4 \cdot x^3 \cdot y^3$$

9. Для нахождения смешанных производных после вызова оператора дифференцирования $\frac{\partial}{\partial x}$ в поле ввода справа повторно вызвать оператор

дифференцирования кнопкой . Оператор примет вид $\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y}$

10. Далее ввести функцию и последовательно первую переменную дифференцирования и вторую переменную дифференцирования. Получится:

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} z(x,y) \rightarrow 12 \cdot x^2 \cdot y^3 \quad \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} z(x,y) \rightarrow 12 \cdot x^2 \cdot y^3$$

11. Найти частные производные второго порядка, помня о том, что они рассчитываются точно так же, как и обычные производные высших порядков. Для вызова шаблона в панели **Calculus** щелкнуть по кнопке оператора n -й производной $\frac{d^n}{dx^n}$. Появится шаблон, после чего нужно изменить его вид: **View Derivative As / Partial Derivative**, заполнить функцией и переменной дифференцирования x . А после ввода знака « \rightarrow » и щелчка мышью справа появятся результаты вычислений:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} z(x,y) \rightarrow 6 \cdot x \cdot y^4 - \sin(x) \quad \frac{\partial^2}{\partial y^2} z(x,y) \rightarrow 12 \cdot x^3 \cdot y^2$$

12. Вычислить значения частных производных в точке $M(1; 2)$. Для этого задать $x:=1$ и $y:=2$. Далее вычислить значения производных, используя знак « $=$ ».

13. Окончательный вид примера выглядит следующим образом:

$$z(x,y) := x^3 \cdot y^4 + \sin(x)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} z(x,y) \rightarrow 3 \cdot x^2 \cdot y^4 + \cos(x) \quad \frac{\partial}{\partial y} z(x,y) \rightarrow 4 \cdot x^3 \cdot y^3$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} z(x,y) \rightarrow 12 \cdot x^2 \cdot y^3 \quad \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} z(x,y) \rightarrow 12 \cdot x^2 \cdot y^3$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} z(x,y) \rightarrow 6 \cdot x \cdot y^4 - \sin(x) \quad \frac{\partial^2}{\partial y^2} z(x,y) \rightarrow 12 \cdot x^3 \cdot y^2$$

$$x := 1 \quad y := 2$$

$$\frac{\partial}{\partial x} z(x,y) = 48.54 \quad \frac{\partial}{\partial y} z(x,y) = 32$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} z(x,y) = 96 \quad \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} z(x,y) = 96$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} z(x,y) = 95.159 \quad \frac{\partial^2}{\partial y^2} z(x,y) = 48$$

III.5.5. Вычисление интегралов функций

Варианты задания приводятся ниже.

Задание 5, а. Вычислить неопределенный интеграл (табл. III.6).

Таблица III.6

Варианты индивидуальных заданий

Номер варианта	Задание	Номер варианта	Задание
1	$\int x^2 \cos 2x dx$	11	$\int \frac{5x+4}{(x-1)(x^2+3x+9)} dx$
2	$\int \frac{5x+6}{(x-1)(x^2+3x+9)} dx$	12	$\int \frac{3x-x^2}{(x-3)(x^2+1)} dx$
3	$\int \frac{2x-x^2}{(x-3)(x^2+1)} dx$	13	$\int \frac{7x+2}{x^2-1} dx$
4	$\int \frac{1}{\sin x + \cos x} dx$	14	$\int \frac{1}{(x^2-4x+13)(x-1)} dx$
5	$\int \frac{x^2-3x-4}{(x-1)(x^2+2x+4)} dx$	15	$\int \frac{8x-4}{(x-3)(x-4)^2} dx$
6	$\int \frac{1}{\sin x - 2 \cos x - 6} dx$	16	$\int \frac{\sqrt{x^2+4}}{x^2} dx$
7	$\int \frac{1}{\sin x \cos^3 x} dx$	17	$\int \frac{\ln x}{x^3} dx$
8	$\int \sqrt[3]{\frac{x+2}{x-2}} dx$	18	$\int \arcsin(x) dx$
9	$\int \frac{7x+2}{x^2(x^2-1)} dx$	19	$\int x^2 e^x dx$
10	$\int \frac{8x-3}{(x-3)(x-4)^2} dx$	20	$\int \frac{\sin x}{1+\sin x} dx$

Задание 5, б. Вычислить определенные интегралы аналитически и численно (табл. III.7).

Таблица III.7

Варианты индивидуальных заданий

Номер варианта	Задание	Номер варианта	Задание
1	$\int_0^{\pi} 2x^2 \cos(5x) dx$	11	$\int_1^2 \frac{2x^2 - 10x}{\sqrt{(x^2 + 4)^2}} dx$
2	$\int_1^2 \frac{\sqrt{(x^2 + 9)^3}}{x^3} dx$	12	$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{3 \sin x + 2 \cos x} dx$
3	$\int_{\pi}^{2\pi} \frac{dx}{\sin^2 x - 5 \cos x \sin x}$	13	$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\pi/3} x^2 \operatorname{arctg}(5x) dx$
4	$\int_{\pi}^{2\pi} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 2x + 4} dx$	14	$\int_1^2 \frac{8x - 10}{(2x^2 - 4x + 3)(x - 2)} dx$
5	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x^2 \sin(5x) dx$	15	$\int_2^3 \frac{\sqrt{9 - x^2}}{x^3} dx$
6	$\int_1^2 \frac{4x^2 - 10x}{(x^3 - 2x + 3)(x + 1)} dx$	16	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2x}{1 + 2 \cos^2 x} dx$
7	$\int_{41}^6 \frac{x^3 - 10x}{\sqrt{(x^2 - 1)^3}} dx$	17	$\int_0^2 \frac{x^3}{(x^2 + 1)(x - 1)^2} dx$
8	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos x + 2 \sin x + 3} dx$	18	$\int_1^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(2x) dx$
9	$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \operatorname{arctg}(2x) dx$	19	$\int_1^3 x^2 \sqrt{x - 25} dx$
10	$\int_1^2 \frac{3x^4 + 2x + 3}{x^3 + 6} dx$	20	$\int_{\pi/3}^{\pi} \frac{\sin 3x}{1 + 2 \sin^2 x} dx$

Задание 5, в. Вычислить кратные интегралы (табл. III.8).

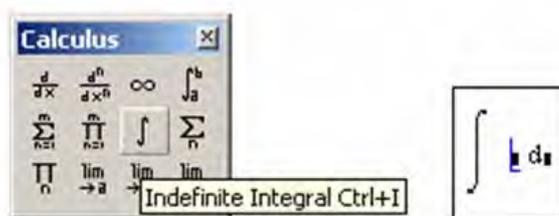
Таблица III.8

Варианты индивидуальных заданий

Номер варианта	Задание	Номер варианта	Задание
1	$\int_0^1 \int_0^{1-x} (1-x-y) dy dx$	11	$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+y^2)} dx dy$
2	$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{x^2-1}} \frac{1}{x^2+y^2+1} dy dx$	12	$\int_1^2 \int_2^3 x^2 + y^3 dx dy$
3	$\int_a^b \int_{-1}^1 x + y^3 dy dx$	13	$\int_{-2}^1 \int_x^{2-x^2} dy dx$
4	$\int_1^2 \int_2^3 x^2 + y^4 dx dy$	14	$\int_0^1 \int_1^2 x^2 + y^2 dx dy$
5	$\int_3^4 \int_1^2 \frac{1}{(x+y)^2} dx dy$	15	$\int_0^a \int_{y-a}^{2y} xy dx dy$
6	$\int_{-2}^2 \int_{-1}^1 (1 - \frac{x}{3} - \frac{y}{4}) dx dy$	16	$\int_0^1 \int_{y-1}^{2y} xy^2 dx dy$
7	$\int_1^3 \int_{x^3}^x (x-y) dy dx$	17	$\int_0^3 \int_{-1}^1 (1 - \frac{x^2}{3} - \frac{y}{4}) dx dy$
8	$\int_2^3 \int_4^6 (x^2 + \sqrt{y}) dx dy$	18	$\int_0^2 \int_{-1}^1 x + y^3 dy dx$
9	$\int_0^1 \int_{y-1}^{2y} xy^2 dx dy$	19	$\int_1^3 \int_0^4 \frac{1}{x+y^2} dx dy$
10	$\int_0^2 \int_1^{1-x} (x-y) dy dx$	20	$\int_1^2 \int_0^4 \frac{1}{x^3 + y^2} dx dy$

При выполнении задания следует помнить следующие рекомендации:

1. *1-й способ* вычисления **неопределенного интеграла**. Чтобы вычислить неопределенный интеграл от некоторой функции, необходимо ввести с панели **Calculus** (Вычисления) символ неопределенного интеграла, и в появившемся шаблоне ввести функцию, для которой надо найти первообразную, после знака дифференциала — переменную, по которой будет проводиться интегрирование, и затем ввести знак символического равенства « \rightarrow » (стрелочку).



2. *2-й способ* вычисления **неопределенного** интеграла. Набрать на клавиатуре функцию, для которой надо найти первообразную. Выделить переменную, по которой будет проводиться интегрирование. И затем выполнить команду меню **Symbolics / Variable / Integrate** (Символика / Переменная / Интегрировать). Вычисленное аналитическое выражение неопределенного интеграла появится ниже.

3. Для вычисления **определенного интеграла** необходимо ввести с панели **Calculus** (Вычисления) символ определенного интеграла. Появится символ интеграла с четырьмя местозаполнителями, в которые нужно ввести нижний и верхний пределы интегрирования, подынтегральную функцию и переменную интегрирования. Подынтегральная функция может быть определена до интеграла или непосредственно в интеграле.

Чтобы получить результат интегрирования, следует ввести знак равенства « $=$ » или символического равенства « \rightarrow ». Символьно интеграл считается точнее и быстрее.

4. Для того чтобы вычислить **кратный интеграл** необходимо:

ввести оператор интегрирования. В соответствующих местозаполнителях ввести имя первой переменной интегрирования и пределы интегрирования по этой переменной;

на месте ввода подынтегральной функции ввести еще один оператор интегрирования. Далее ввести вторую переменную, пределы интегрирования и подынтегральную функцию (если интеграл двукратный) или следующий оператор интегрирования (если более чем двукратный) и т. д., пока выражение с многократным интегралом не будет введено окончательно.

Чтобы получить результат интегрирования, следует ввести знак равенства « $=$ » или символического равенства « \rightarrow ».

Отметим, что, поскольку при численном интегрировании интегралов мы теряем много времени, то здесь особенно желательно использовать аналитический способ вычисления интегралов. Это касается и случая, когда в пределах интегрирования есть не числовые величины.

Пример. Задание 5, а. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{x-3}{x^2+2x} dx$.

Решение:

Выполнить вычисление неопределенного интеграла двумя способами.

1-й способ: посредством меню команд **Symbolics / Variable / Integrate** (Символика / Переменная / Интегрировать).

Для этого необходимо выполнить следующие шаги:

1. Набрать на клавиатуре выражение, соответствующее заданной функции и выделить переменную интегрирования x :

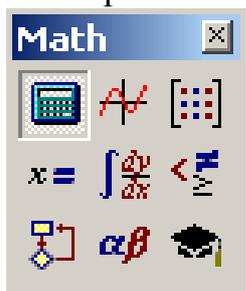
$$\frac{x-3}{x^2+2x}$$

2. Выполнить команды меню **Symbolics / Variable / Integrate**, внизу под выражением появляется готовый ответ

$$\frac{-3}{2} \cdot \ln(x) + \frac{5}{2} \cdot \ln(x+2)$$

2-й способ: посредством символьного вычисления интеграла:

1. Открыть панель инструментов **Math**



и щелкнуть по значку .

2. В открывшемся окне **Calculus**



щелкнуть левой клавишей мыши по значку .

3. Появится шаблон для вычисления интеграла $\int \frac{\square}{\square} dx$.

4. Ввести в него заданную функцию и после знака дифференциала — переменную интегрирования x :

$$\int \frac{x-3}{x^2+2x} dx$$

5. Из панели **Symbolic** за выражением введем знак символического равенства стрелочку « \rightarrow », после щелчка мышью или нажатия на клавишу **[Enter]** справа появится результат символических преобразований

$$\int \frac{x-3}{x^2+2x} dx \rightarrow \frac{-3}{2} \cdot \ln(x) + \frac{5}{2} \cdot \ln(x+2)$$

Пример. Задание 5, б. Вычислить аналитически и численно определенный интеграл

$$\int_1^2 \frac{3 \cdot x - 2}{x^2 + 4} dx$$

Решение.

Для вычисления определенного интеграла выполнить следующие действия:

1. Ввести из панели **Calculus** оператор определенного интеграла, щелкнув по значку .

2. Появится символ интеграла с четырьмя местозаполнителями

$$\int \cdot d\cdot$$

3. Ввести нижний и верхний интервалы интегрирования, подынтегральную функцию и переменную интегрирования x после знака дифференциала (подынтегральная функция может быть определена до интеграла), получится:

$$\int_1^2 \frac{3 \cdot x - 2}{x^2 + 4} dx$$

4. Чтобы получить результат в символическом виде, ввести знак символического равенства « \rightarrow » и щелкнуть мышкой после него или нажмем клавишу **[Enter]**. Справа от « \rightarrow » отобразится символический результат:

$$\int_1^2 \frac{3 \cdot x - 2}{x^2 + 4} dx \rightarrow \frac{9}{2} \cdot \ln(2) - \frac{1}{4} \cdot \pi - \frac{3}{2} \cdot \ln(5) + \operatorname{atan}\left(\frac{1}{2}\right) = 0.383$$

(чтобы упростить полученное выражение, после него поставить знак « $=$ »).

5. Для численного интегрирования ввести знак равенства « $=$ », получится:

$$\int_1^2 \frac{3x-2}{x^2+4} dx = 0.383$$

Пример. Задание 5, в. Вычислить кратный интеграл

$$\int_1^2 \int_0^3 \frac{x^2 + 3}{x + 5} dx dy$$

Решение.

Для вычисления заданного кратного интеграла необходимо выполнить следующие действия:

1. Ввести из панели **Calculus** оператор определенного интеграла $\int \cdot dx$

2. В соответствующих местозаполнителях ввести имя первой переменной x интегрирования и пределы интегрирования по этой переменной

$$\int_1^2 \cdot dx$$

3. На месте ввода подынтегральной функции ввести еще один оператор интегрирования

$$\int_1^2 \int \cdot dx$$

4. Ввести вторую переменную y , пределы интегрирования по этой переменной и подынтегральную функцию, получится

$$\int_1^2 \int_0^3 \frac{x^2 + 3}{x + 5} dx dy$$

5. Для получения ответа в символьном виде следует ввести знак символьного равенства « \rightarrow »:

$$\int_1^2 \int_0^3 \frac{x^2 + 3}{x + 5} dx dy \rightarrow \frac{-21}{2} + 84 \cdot \ln(2) - 28 \cdot \ln(5) = 2.66$$

(чтобы упростить полученного выражение, после него поставить знак « $=$ »).

6. Для вычисления кратного интеграла численно использовать знак « $=$ »:

$$\int_1^2 \int_0^3 \frac{x^2 + 3}{x + 5} dx dy = 2.66$$

III.5.6. Вычисление корней нелинейного уравнения

Нужно найти корень нелинейного уравнения на указанном интервале с точностью 0,01.

Варианты задания приведены в табл. III.9.

Таблица III.9

Варианты индивидуальных заданий

Номер варианта	Уравнения	Интервал
1	$x - 1/(3 + \sin(3,6x)) = 0$	[0; 0,5]
2	$x - 2 + \sin(1/x) = 0$	[1,2; 2]
3	$x - 1,25\ln x - 1,25 = 0$	[2,2; 2,4]
4	$0,1x^2 - x\ln x = 0$	[1; 2]
5	$3x - 4\ln x - 5 = 0$	[3; 4]
6	$\cos(2/x) - 2\sin(1/x) + 1/x = 0$	[1; 2]
7	$\sin(\ln x) - \cos(\ln x) + 2 \ln x = 0$	[1; 2]
8	$1 - x + \sin x - \ln(1 + x) = 0$	[1; 1,5]
9	$\sqrt{1-x} - \operatorname{tg} x = 0$	[0; 1]
10	$3\ln^2 x + 6\ln x - 5 = 0$	[1; 2]
11	$\sin(x^2) + \cos(x^2) - 10x = 0$	[0; 1]
12	$x^2 - \ln(1 + x) - 3 = 0$	[2; 3]
13	$2x\sin x - \cos x = 0$	[0,4; 1]
14	$x\operatorname{tg} x - 1/3 = 0$	[0,2; 1]
15	$\operatorname{tg}(x/2) - \operatorname{ctg}(x/2) + x = 0$	[1; 2]
16	$0,4 + \operatorname{arctg} \sqrt{x} - x = 0$	[1; 2]
17	$e^x + e^{-x} - 2 = 0$	[0; 1]
18	$e^x + \ln x - 10x = 0$	[3; 4]
19	$3x - 14 + e^x + e^{-x} = 0$	[2; 3]
20	$\operatorname{tg} x - (1/3)\operatorname{tg} 3x + 0,2\operatorname{tg} 5x - (1/3) = 0$	[0; 0,8]

Из ряда функций, позволяющих решать алгебраические уравнения, рассмотрим функцию **root**.

Обращение к функции выглядит следующим образом: **root(f(x),x)**.

Функция **root** возвращает значение x , при котором выполняется условие $f(x) = 0$.

Функция **root** решает уравнения итерационным методом секущих и поэтому требует предварительного задания начальных значений. Кроме того, функция **root**, производя расчеты методом спуска, вычисляет и выводит только один корень, ближайший к начальному приближению.

Перед решением уравнения желательно построить график функции $f(x)$, как показано на рис. III.28. На графике видно, пересекает ли кривая $f(x)$ нулевую линию, то есть имеет ли функция действительные корни. Если есть точки пересечения кривой с осью, то надо выбирать начальное приближение поближе к значению корня. Если корней несколько, для нахождения каждого надо задавать свое начальное приближение.

$$y(x) := 10 \cdot \frac{\sin(x + e)}{e^{|0.2 \cdot x|}} + 1 \quad x := 0, 0.1 .. 5$$

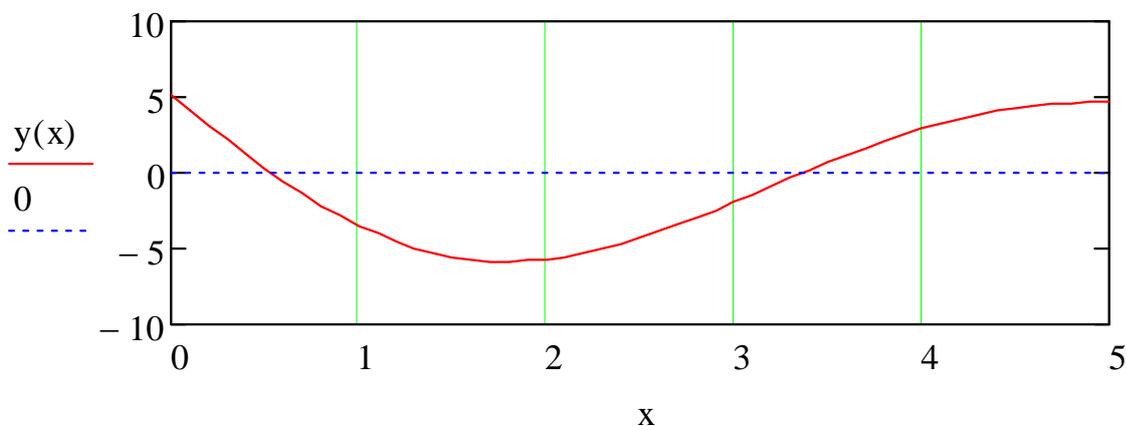


Рис. III.28. График функции $y(x)$

Для решения задачи необходимо:

построить график функции, соответствующей левой части заданного уравнения;

найти с помощью графика приближенные значения корней;

уточнить найденные значения корней с помощью функции **root**.

При выполнении задания обратить внимание на следующие моменты:

для определения точек пересечения графика с осью абсцисс нужно правильно выбрать диапазоны изменения аргумента и функции, а затем отформатировать график (сделать подходящий размер и нанести вертикальную сетку);

за выполнением функции **root** скрыта работа итерационного численного метода решения нелинейного уравнения, который обязательно предусматривает начальное приближение корня;

точность вычисления корня заложена в численном методе.

Пример. Найти корень нелинейного уравнения $\frac{10\sin(x+e)}{e^{|0,2x|}} + 1 = 0$ в интервале $[2; 4]$ с точностью $0,01$.

Для этого надо построить график функции, соответствующей левой части заданного уравнения, найти с помощью графика приближенное значение корня в заданном интервале и уточнить найденное значение корня с помощью функции **root**.

Решение. Решениями (корнями) нелинейного уравнения $y(x) = 0$ называются такие значения x , которые при подстановке в уравнение обращают его в верное числовое равенство. Отсюда следует, что корнями уравнения будут те значения аргумента x , при которых график функции $y(x)$ пересекает ось абсцисс.

Построим график функции, соответствующей левой части заданного уравнения (см. рис. III.28). Чтобы точнее определить абсциссы точек пересечения графика функции с осью абсцисс, можно вывести на нем масштабную сетку. Для этого надо переформатировать график, задав требуемое число делений масштабной сетки по оси X . Это можно сделать, вызвав диалоговое окно для форматирования графика двойным щелчком мыши в области графика.

Корнем уравнения в интервале $[2; 4]$ является значение $x1 = 3,4$. Для проверки полученного результата необходимо подставить значения корня в заданное уравнение: $x1:=3.4 \quad y(x1)=0.168$.

Полученное значение $x1$ не является истинным корнем уравнения, так как $y(x1)$ существенно отлично от нуля, поэтому необходимо уточнить значение корня, воспользовавшись встроенной в систему MathCAD функцией для решения уравнений, которая задается в виде **root**($f(z)$, z). Эта функция ищет значение переменной z , при которой значение выражения или функции $f(z)$ обращается в 0:

$$x1 := \text{root}(y(x1), x1) \quad x1 = 3.368$$

Проверить полученный результат:

$$y(x1) = 3.02 \times 10^{-11} \blacksquare$$

Полученное значение удовлетворяет заданной точности.

Итак, корнем данного уравнения в интервале $[2; 4]$ является

$$x1=3.368$$

III.5.7. Решение систем линейных уравнений

Варианты задания приведены в табл. III.10.

Таблица III.10

Варианты индивидуальных заданий

Номер варианта	Система уравнений	Номер варианта	Система уравнений
1	$\begin{cases} -x_1 - 2x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 1 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$	11	$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -1 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$
2	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 2 \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$	12	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 16 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 12 \end{cases}$
3	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9 \\ 5x_1 + x_2 + 3x_3 = -4 \end{cases}$	13	$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = -7 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$
4	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = -1 \end{cases}$	14	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 8 \\ 2x_2 + 7x_3 = 17 \end{cases}$
5	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 5 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 3 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$	15	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$
6	$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -1 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$	16	$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 - 6x_3 = -1 \\ 3x_1 - 2x_2 = 8 \end{cases}$
7	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 = 16 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 12 \end{cases}$	17	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 5 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15 \end{cases}$
8	$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = -7 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$	18	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - 5x_2 - x_3 = -17 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$
9	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 8 \\ 2x_2 - 7x_3 = 17 \end{cases}$	19	$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$
10	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 6 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$	20	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$

За выполнением встроенной функции **find** скрыта работа итерационного численного метода решения системы линейных уравнений, поэтому обязательно задавать начальные значения неизвестным.

В матричном решении системы линейных уравнений для задания матриц нужно пользоваться соответствующим инструментом в панели инструментов, а для решения системы использовать формулу решения матричного уравнения $X = A^{-1} \cdot B$.

Пример. Решить систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 30 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$$

Решение:

1-й способ. В матричных обозначениях система линейных уравнений записывается в виде $AX = B$, где A — матрица коэффициентов при неизвестных; B — вектор свободных членов (правых частей); X — вектор неизвестных. Решение системы линейных алгебраических уравнений записывается в виде $X = A^{-1} B$, где A^{-1} — матрица, обратная матрице A .

Итак, в нашем случае

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 5 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 30 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$X := A^{-1} B$$

Решение системы:

$$X = \begin{pmatrix} -4.707 \\ 7.173 \\ 6.787 \end{pmatrix}$$

2-й способ. Для решения системы уравнений используем так называемый блок решения, который начинается с ключевого слова **given** (дано) и заканчивается вызовом функции **find** (найти). Между ними располагаются уравнения. Всем переменным, используемым для обозначения неизвестных величин, должны быть заранее присвоены начальные значения. В качестве равенства используется знак логического равенства — кнопка **Логически равно** на панели инструментов **Вычисление**. Функция **find**, у которой в качестве аргументов должны быть перечислены искомые величины, возвращает вектор, содержащий вычисленные значения неизвестных:

$$x := 0 \quad y := 0 \quad z := 0$$

Given

$$x + 2 \cdot y + 3 \cdot z = 30$$

$$2 \cdot x - 3 \cdot y + 5 \cdot z = 3$$

$$3 \cdot x + 4 \cdot y - 2 \cdot z = 1$$

Решение системы:

$$\text{Find}(x, y, z) = \begin{pmatrix} -4.707 \\ 7.173 \\ 6.787 \end{pmatrix}$$

III.5.8. Построение поверхностей

Варианты задания приведены в табл. III.10.

Таблица III.10

Варианты индивидуальных заданий

Номер варианта	Уравнения поверхностей
1	$z = x^2 + y^2$
2	$z = \sin(x^2 + y^2)$
3	$z = \cos(x^2 + y^2)$
4	$z = \sin(xy)$
5	$z = \cos(xy)$
6	$z = x^2 - y^2$
7	$z = \sin(x^2 - y^2)$
8	$z = \cos(x^2 - y^2)$
9	$z = \sin(2xy)$
10	$z = \cos(0,5xy)$
11	$z = -x^2 - y^2$
12	$z = \sin(-x^2 - y^2)$
13	$z = \cos(-x^2 - y^2)$
14	$z = \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}$
15	$z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16}$
16	$z = -y^2 - x^2$
17	$z = \sin(-y^2 - x^2)$
18	$z = \cos(-y^2 - x^2)$
19	$z = -\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$
20	$z = \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{9}$

Трехмерные графики. Наберите имя функции двух переменных, оператор присваивания := и выражение для функции. Далее необходимо;

1. Установить курсор в то место, где нужно построить график.
2. На математической панели **Graph** (График) щелкнуть на кнопке **Surface Plot** (Трехмерный график). На месте курсора появится шаблон трехмерного графика.
3. В единственное место ввода шаблона графика ввести имя функции.
4. Щелкнуть мышью вне области шаблона. График будет построен ([рис. III.29](#), слева).

Кроме ускоренного построения графика поверхности по функции двух переменных часто применяется другой способ создания графика поверхности с использованием массива численных значений функции (пример такого построения показан на рис. III.29, справа). Для этого необходимо:

1. С помощью дискретных переменных ввести значения обоих аргументов заданной функции.
2. Ввести массив, элементами которого являются значения функции, вычисленные при заданных значениях аргументов.
3. Установить курсор в то место, где нужно построить график.
4. На математической панели **Graph** щелкнуть на кнопке **Surface Plot**. На месте курсора появится шаблон трехмерного графика.
5. В единственном месте ввода шаблона графика ввести имя функции.
6. Щелкнуть мышью вне области шаблона. График будет построен.

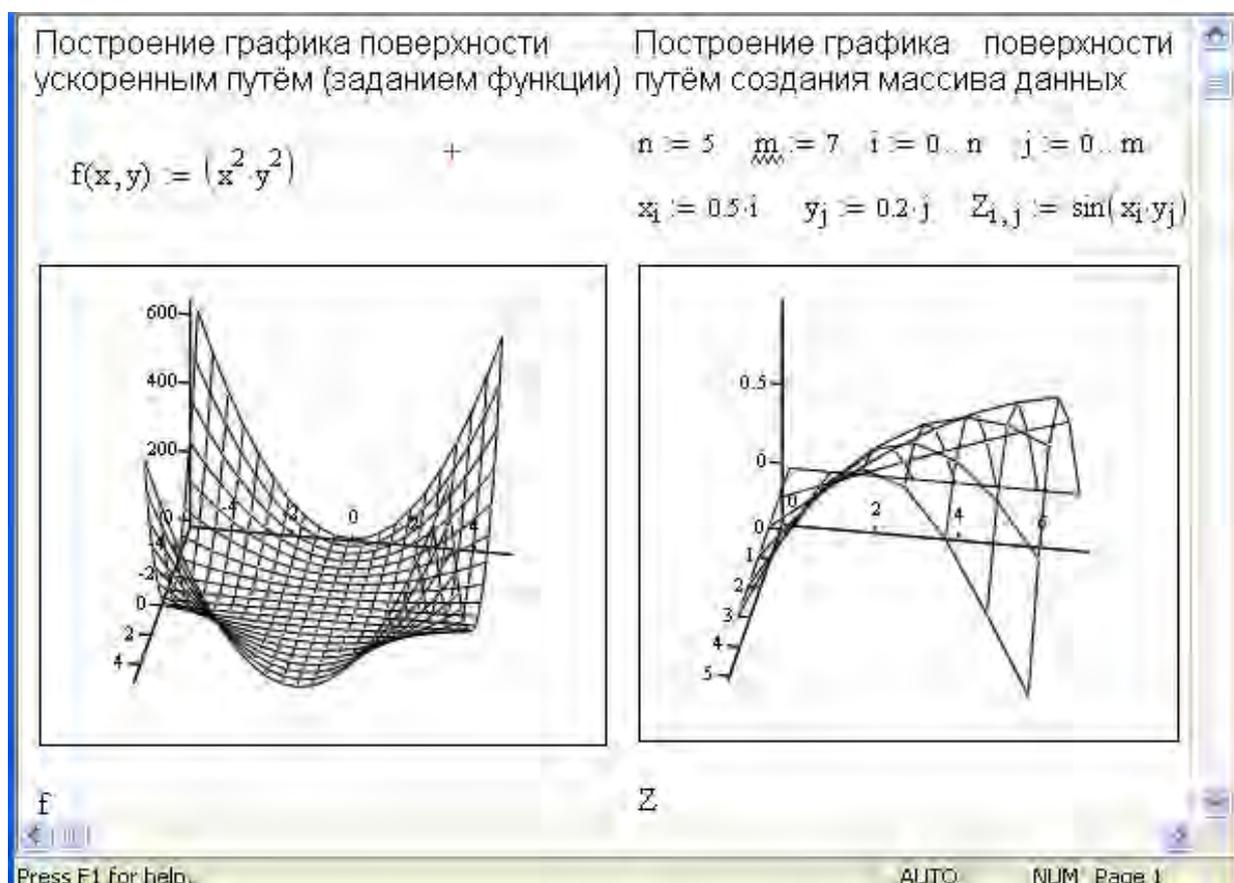


Рис. III.29. Построение трехмерных графиков

Для форматирования графика нужно выполнить описанную ниже процедуру:

1. Дважды щелкнуть мышью в области графика — появится окно форматирования графика (рис. III.30).
2. Перейти на вкладку **Appearance** (Оформление) и установить переключатели **Fill Surface** (Залить поверхность) и **Colormap** (Цветовая карта). Щелкнуть мышью на кнопке **Apply** (Применить), чтобы сделать график цветным.

3. В окне форматирования перейти на вкладку **Lighting** (Освещение) и установить флажок **Enable Lighting** (Включить освещение) и переключатель **On** (Включить). Выбрать одну из шести возможных схем в списке **Lighting scheme** (Схема освещения) и щелкнуть на кнопке **Apply** (Применить) или **OK**.

4. Щелкнуть правой кнопкой мыши на графике — откроется контекстное меню, дающее дополнительные возможности по улучшению вида графика. Разные команды влияют на вид графика.

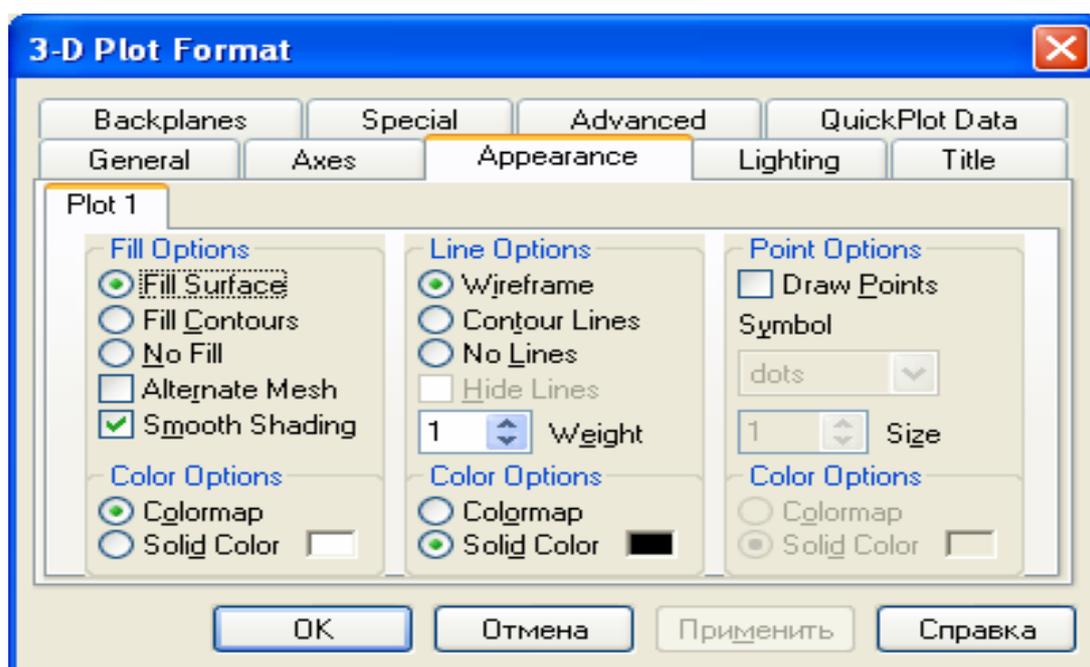


Рис. III.30. Окно форматирования трехмерных графиков

В окне форматирования на вкладке **General** (Общие) (см. рис. III.30) в группе **Display as** (Показать как) имеется шесть переключателей, позволяющих выбрать тип графика:

Surface plot — график поверхности;

Contour plot — график линий уровня;

Data points — на графике представлены только расчетные точки;

Vector Field plot — график векторного поля;

Bar plot — график трехмерной гистограммы;

Patch plot — площадки расчетных значений.

Чтобы выбрать тот или иной тип графика, нужно установить соответствующий переключатель и щелкнуть на кнопке **Apply**. Оцените все типы графиков, кроме векторного поля.

Существуют дополнительные способы управления графиком:

вращение графика выполняется после наведения на него указателя мыши при нажатой левой кнопке мыши;

масштабирование графика выполняется аналогично, но при нажатой дополнительно клавише **[Ctrl]**.

Пример. Построить график поверхности $z = x^2 + 2y^2$.

Построение. 1-й способ (рис. III.31):

1. Определить функцию двух переменных

$$z(x, y) := x^2 + 2y^2$$

2. Решить, сколько необходимо точек по осям x и y . Определить дискретные аргументы i и j , чтобы индексировать эти точки. Например, если необходимо иметь по 20 точек в каждом направлении, надо ввести

$$N := 20 \quad i := 0..N \quad j := 0..N.$$

3. Определить x_i и y_j как равномерно располагаемые точки на осях x и y :

$$x_i := -1.5 + 0.15 \cdot i \quad y_j := -1.5 + 0.15 \cdot j$$

4. Заполнить матрицу M значениями $z(x_i, y_j)$:

$$M_{i,j} := z(x_i, y_j)$$

5. Выбрать **Вставка/График/Поверхности** или использовать клавиатурную комбинацию [Ctrl] + [2].

6. Напечатать M в поле ввода и щелкнуть мышкой вне графической области.

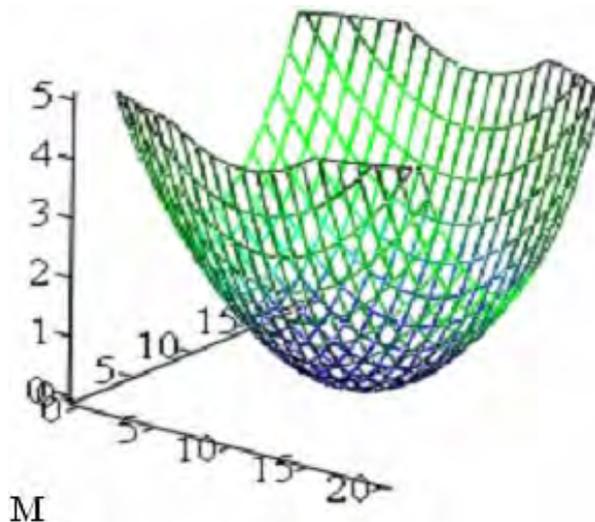


Рис. III.31. Результат построения поверхности первым способом

2-й способ (рис. III.32). В новейших версиях системы MathCAD можно не задавать матрицу аппликат поверхности. В связи с этим построение графика поверхности упрощается.

1. Определить функцию двух переменных

$$z(x, y) := x^2 + 2y^2$$

2. Выбрать **Вставка/График/Поверхности** или использовать клавиатурную комбинацию [Ctrl] + [2].

3. Напечатать z в поле ввода и щелкнуть вне графической области.

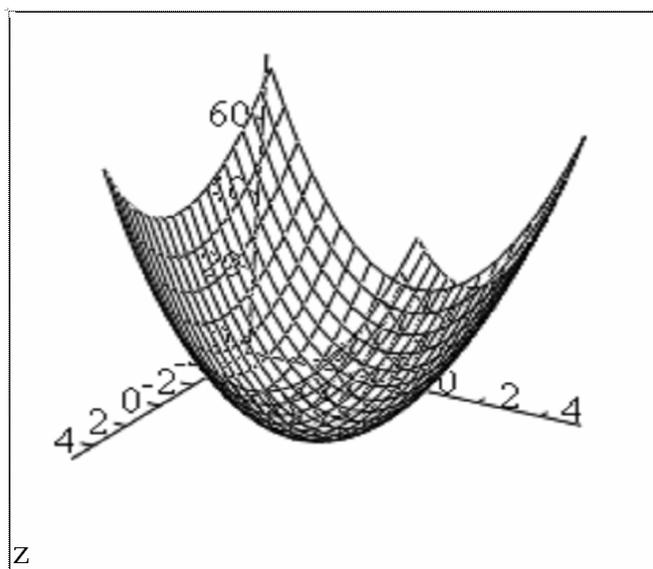


Рис. III.32. Результат построения поверхности вторым способом

Контрольные вопросы

1. Опишите возможности системы MathCAD.
2. Дайте характеристику составных частей системы MathCAD.
3. Расскажите о способах запуска системы MathCAD.
4. Опишите структуру главного меню системы MathCAD.
5. Опишите стандартную панель инструментов.
6. Опишите панель инструментов форматирования.
7. Опишите состав математической панели инструментов.
8. Расскажите о назначении дополнительных панелей математической панели.
9. Что называется документом в системе MathCAD?
10. Какие существуют способы редактирования документа?
11. Какие существуют правила создания имен переменных и функций?
12. Что называется оператором в системе MathCAD?
13. Как осуществляется ввод операторов в системе MathCAD?
14. Перечислите цепкие операторы и особенности их ввода в математическое выражение.
15. Расскажите о правилах использования встроенных функций в системе MathCAD.
16. Как формируется и используется функция пользователя?
17. Какие существуют правила создания и редактирования текстовых областей?
18. Какие существуют способы создания массивов в системе MathCAD?
19. Как построить двухмерный график в декартовой системе координат?
20. Как построить график в полярной системе координат?
21. Расскажите о способах построения графика поверхности.
22. Расскажите о типах операторов, вычисляемых в системе MathCAD пределов.
23. Расскажите о способах вычисления пределов последовательностей и функций.
24. Как производится вычисление первой производной функции одной переменной?
25. Расскажите о способах символьного дифференцирования.

26. Как производится численное дифференцирование функции одной переменной?
27. Как определить функции пользователя?
28. Как вычисляются производные высших порядков?
29. Как вычисляются частные производные?
30. Как вычисляются неопределенные интегралы в системе MathCAD?
31. Как вычисляются определенные интегралы в системе MathCAD?
32. Как производится численное и символьное вычисление определенного интеграла?
33. Как производится выбор алгоритма численного интегрирования?
34. Как производится вычисление кратного интеграла в системе MathCAD?

IV. АЛГОРИТМЫ

IV.1. Общие сведения

Понятие алгоритма является важнейшим в курсе информатики, а также является основой изучения всех языков программирования.

Алгоритм — конечная последовательность предписаний, определяющая процесс преобразования исходных и промежуточных данных в результаты решения задачи.

Разрабатываемые алгоритмы должны обладать следующими свойствами:

1) *массовостью*, означающей, что если алгоритм разработан для решения определенной задачи, то он должен быть приемлемым для решения задач этого типа при всех допустимых значениях исходных данных;

2) *результативностью*, означающей получение результата после выполнения над исходными данными заданной последовательности действий или сообщения о невозможности решения;

3) *дискретностью*, обуславливающей дискретный (пошаговый) характер процесса получения результата, состоящий в последовательном выполнении конечного числа заданных алгоритмом действий;

4) *детерминированностью*, определяющей однозначность получаемого результата при одних и тех же исходных данных.

Существует много способов описания алгоритмов, отличающихся компактностью, наглядностью, простотой реализации. Наибольшее распространение получили следующие способы записи:

словесный;

графический;

язык проектирования алгоритмов (псевдокоды);

языки программирования.

Наиболее употребительным из них являются графический способ и языки программирования.

IV.2. Основы алгоритмизации в задачах обработки массивов и ее реализация в среде MathCAD

IV.2.1. Способы описания алгоритмов

Графический способ. При этом способе записи алгоритм представляется в виде символов, блоков и связей между ними. Запись алгоритма должна выполняться в соответствии с государственными стандартами (ГОСТ 19.002—80 «Схемы алгоритмов и программ. Правила выполнения» и ГОСТ 19.003—80 «Схемы алгоритмов и программ. Обозначения условные и графические»).

Пример. Алгоритм нахождения действительных корней квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ графическим способом приведен на рис. IV.1.

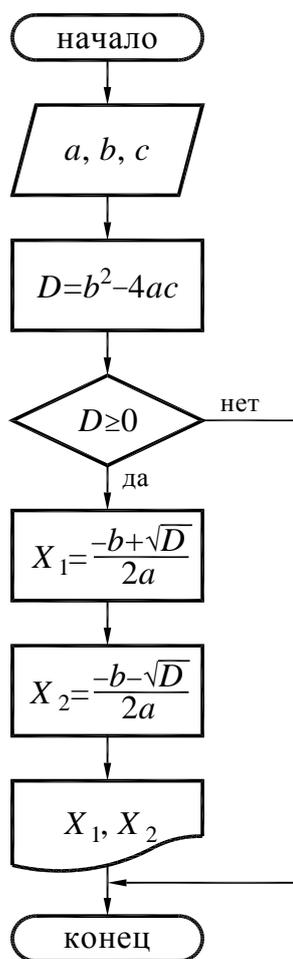


Рис. IV.1. Алгоритм нахождения корней квадратного уравнения

По назначению и характеру отображаемых функций символы делятся на основные, используемые непосредственно для представления ввода/вывода, обработки и передачи данных, и вспомогательные, поясняющие отдельные элементы и обозначающие связи между ними.

Линии, связывающие символы, должны проводиться по вертикали и горизонтали параллельно линиям внешней рамки к середине символа. Линии, связывающие символы, называют линиями потока. Их нормальным направлением считается сверху вниз и слева направо, стрелками эти направления могут не обозначаться.

Название основных и вспомогательных символов, их обозначение и выполняемые функции приведены в разделе индивидуальных заданий (табл. IV.1).

Размер a выбирается из ряда 10, 15, 20 мм. Можно увеличивать этот размер на число, кратное 5. Размер $b = 2a$.

Графический способ компактен, формализован, имеет хорошую наглядность используемых структур и допускает различные степени детализации алгоритма.

Запись на языке программирования позволяет записывать алгоритм, который может быть реализован непосредственно на ЭВМ.

Каждый язык программирования имеет набор символов, правила написания языковых конструкций (синтаксис) и смысловые толкования этих конструкций. В настоящее время имеется большое число языков программирования, рассчитанных на разные классы решаемых задач. Запишем алгоритм решения квадратного уравнения на языке Бейсик:

```
10 INPUT A, B, C
20 D=B^2-4*A*C
30 IF D<0 GOTO 60
40 X1=(-B+SQR(D))/(2*A): X2=(-B-SQR(D))/(2*A)
50 PRINT X1, X2
60 END
```

IV.2.2. Структурный подход к разработке алгоритмов, основные управляющие структуры

Как свидетельствует практика, наиболее эффективным подходом к разработке алгоритмов является структурный, при котором логика алгоритма должна опираться на минимальное число достаточно простых управляющих базовых структур. Сложная задача разбивается на простые, легко воспринимаемые структуры.

Теорема о структурировании: логическая структура алгоритма может разрабатываться с использованием ограниченного числа элементарных управляющих структур: следование, разветвление, повторение (цикл).

Управляющая структура следования обеспечивает естественную последовательность выполнения действий. Каждый прямоугольник содержит одно или несколько последовательно выполненных действий S_1 — S_3 (рис. IV.2).

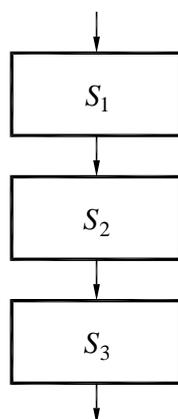


Рис. IV.2. Управляющая структура следования

Управляющая структура разветвления (рис. IV.3) обеспечивает выбор действия S_1 или S_2 в зависимости от некоторого условия P . Если условие принимает значение «истинно», то выполняется действие S_1 , в противном случае — S_2 .

Эта управляющая структура может иметь модификацию, когда одна ветвь не содержит никаких действий. Такую структуру называют *обход* (рис. IV.4).

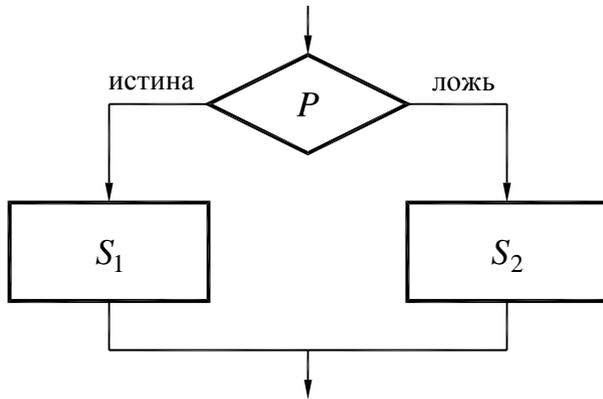


Рис. IV.3. Управляющая структура разветвления

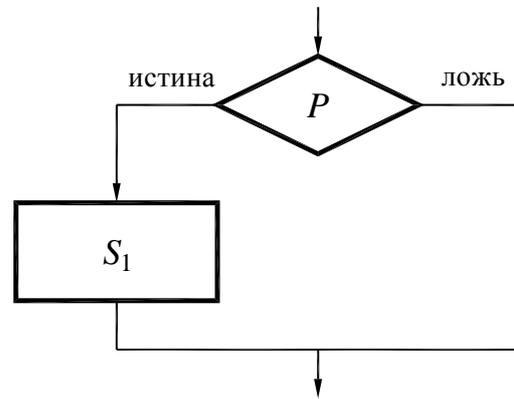


Рис. IV.4. Управляющая структура разветвления (обход)

Управляющая структура повторения (цикл) предусматривает повторное выполнение действия S до тех пор, пока некоторое условие P имеет значение «истинно». Как только значение условия становится «ложно», прекращается выполнение действия S и управление передается следующей структуре.

Выделяют два вида циклов (управляющих структур повторения):

1) цикл «Пока», — условие P проверяется до выполнения тела цикла S , соответственно, если на первом шаге условие P имеет значение «ложно», то происходит выход из цикла, действие S вообще не выполняется (рис. IV.5);

2) цикл «До», — действие S выполнится хотя бы один раз даже при начальном значении условия P «ложно» (рис. IV.6).

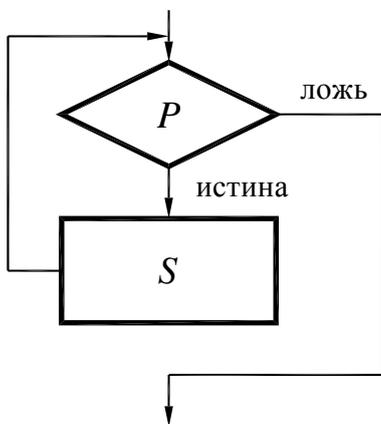


Рис. IV.5. Управляющая структура повторения. Цикл «Пока»

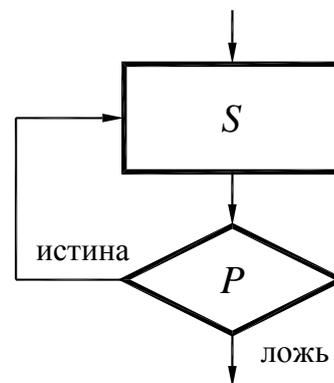


Рис. IV.6. Управляющая структура повторения. Цикл «До»

Важной особенностью всех трех базовых управляющих структур является наличие одного входа и одного выхода. Управляющие структуры можно соединять друг с другом в любой последовательности, комбинации которых и дают все многообразие алгоритмов.

IV.2.3. Типовые структуры алгоритмов

В зависимости от того, какие базовые управляющие структуры включаются в алгоритм, различают следующие виды структур алгоритмов:

- 1) линейные;
- 2) разветвляющиеся;
- 3) циклические.

Линейным называют алгоритм, при котором действия выполняются последовательно друг за другом, в естественном порядке.

Таким образом, линейный алгоритм предусматривает использование только одной структуры следования.

Пример схемы алгоритма вычисления радиусов вписанной и описанной окружностей треугольника, заданного длинами своих сторон, приведен на рис. IV.7.

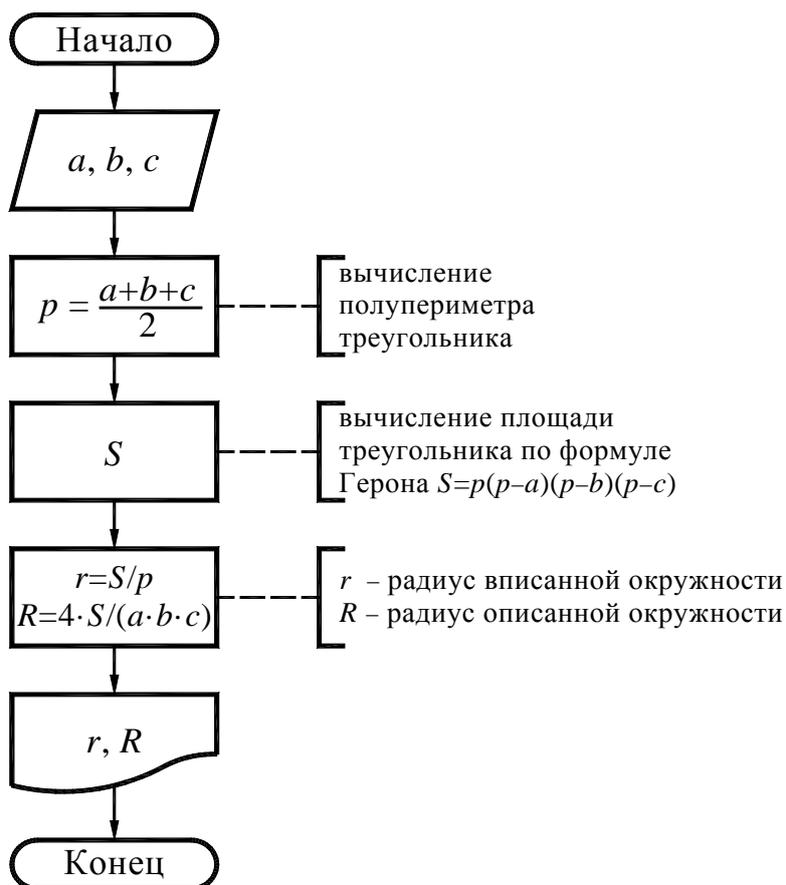


Рис. IV.7. Пример линейного алгоритма

Разветвляющимся называют алгоритм, при котором происходит выбор одного из нескольких заранее предусмотренных направлений в зависимости от выполнения некоторого условия.

Разветвляющийся алгоритм предусматривает использование структур следования и разветвления.

Пример схемы алгоритма определения четверти, в которой лежит точка с координатами (x, y) , приведен на рис. IV.8.

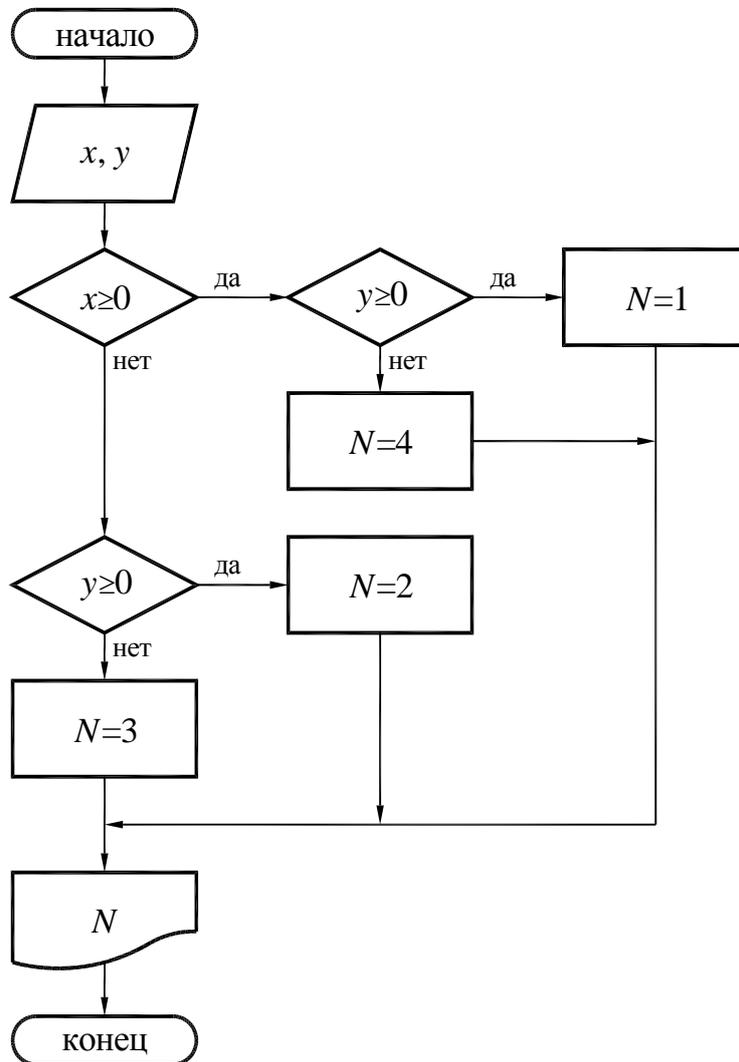


Рис. IV.8. Пример разветвляющегося алгоритма

Циклическим называют алгоритм, в котором предусмотрено многократное выполнение одной и той же последовательности однотипных действий. Повторяющиеся последовательности действий называют циклами.

Циклический алгоритм предусматривает обязательное использование структуры повторения.

Для организации цикла необходимо предусмотреть:

задание начального параметра цикла — переменной, которая будет изменяться при повторениях цикла;

изменение значений этой переменной перед каждым новым повторением цикла;

проверку условия окончания повторений по значению параметра и переход к началу цикла, если повторения не закончены.

Пример изображения структуры цикла в виде схемы приведен на [рис. IV.9](#).

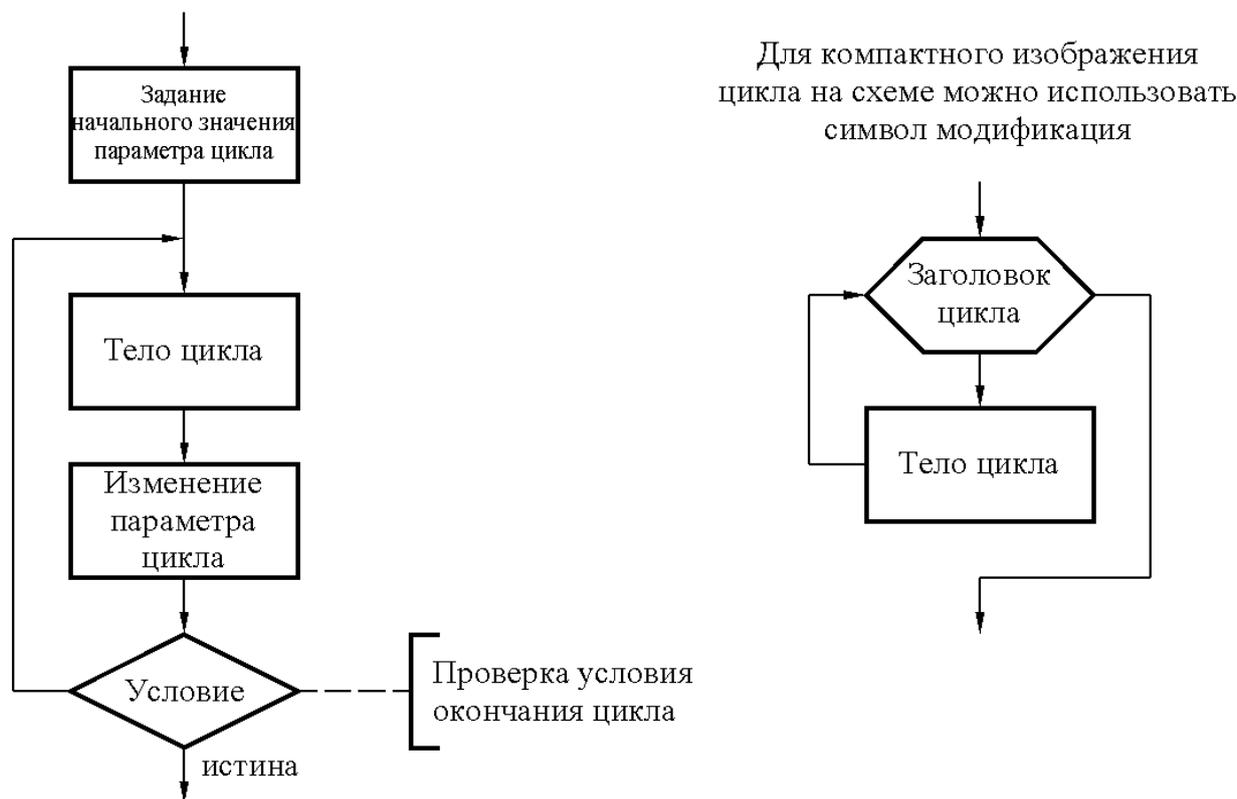


Рис. IV.9. Структура цикла

Заголовок цикла, приведенный в блоке модификации (см. рис. IV.9), имеет вид

$$i = i_n, i_k, \Delta i,$$

где i — параметр цикла; i_n, i_k — начальное и конечное значения параметра цикла соответственно; Δi — шаг изменения параметра цикла (если $\Delta i = 1$, то его опускают).

Такой способ графического представления циклических алгоритмов применим для обеих структур цикла «До» и «Пока».

Пример. IV.1. Составить схему алгоритма вычисления значений функции $y = \sin(nx) - \cos(n/x)$ при $n = 1, 2 \dots 50$ двумя способами.

Составим схему алгоритма с использованием цикла «До» (рис. IV.10). На данной блок-схеме блок 3 является блоком подготовки ко входу в цикл, в нем параметру цикла n дается начальное значение 1. Блоки 4, 5 образуют тело цикла. Блок 6 является блоком подготовки следующего шага цикла, в нем значение n увеличивается на 1. В блоке 7 осуществляется проверка на окончание цикла.

Составим схему алгоритма, используя символ модификации (рис. IV.11). Символ модификации заменяет три блока: 3, 6 и 7.

Циклические алгоритмы позволяют существенно сократить объем программы.

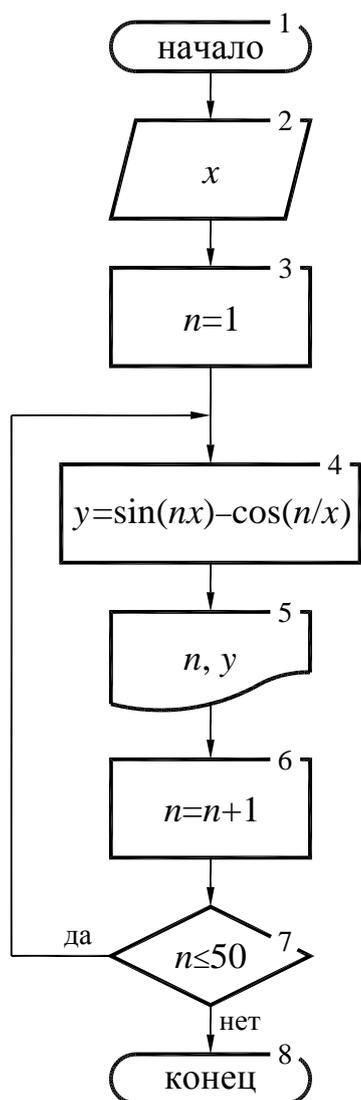


Рис. IV.10. Пример использования цикла «До»

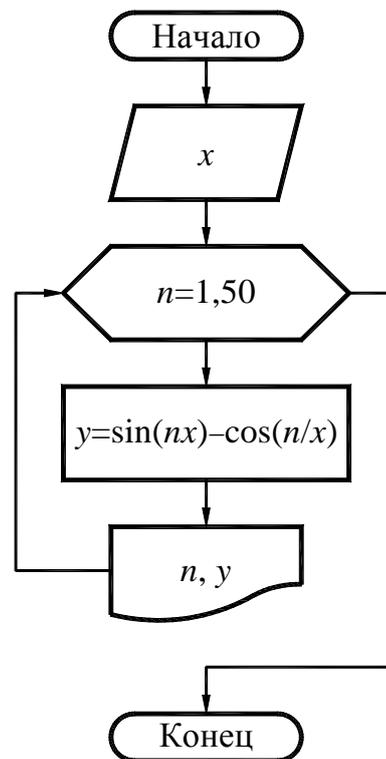


Рис. IV.11. Пример использования блока модификации

IV.2.4. Программирование в MathCAD

Обычное выражение MathCAD состоит из одной строки. Однако иногда требуется создавать сложные выражения-программы, состоящие из названия, следующего за ним знака присваивания и необходимых строк-выражений в правой части, записанных в столбик и объединенных слева вертикальной чертой.

Ввод строк в программу. Для создания программы надо выполнить следующие действия:

- 1) ввести имя выражения-программы;
- 2) ввести оператор присваивания (:=);
- 3) щелкнуть на кнопке **Add Line** (Добавить строку программы) панели программирования столько раз, сколько строк должна содержать программа;
- 4) ввести нужные операторы в появившиеся места ввода, лишние места ввода удалить.

Чтобы создать недостающие места ввода, надо установить синий уголок курсора в конец строки, после которой ввести новую строку. Клавишей пробела следует выделить полностью всю строку и щелкнуть на кнопке **Add Line**. При этом надо учитывать следующее:

если синий уголок курсора находится в конце строки, то после щелчка на кнопке **Add Line** место ввода появится ниже этой строки (рис. IV.12);

если синий уголок курсора находится в начале строки, то после щелчка на кнопке **Add Line** место ввода появится выше этой строки (рис. IV.13).

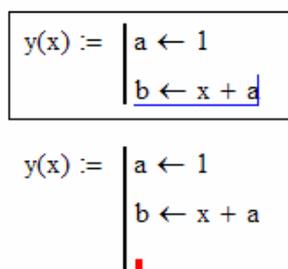


Рис. IV.12. Ввод выражений в панели программирования

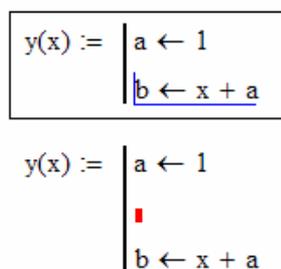
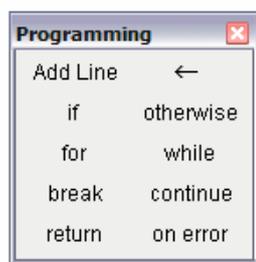
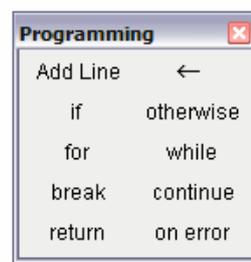


Рис. IV.13. Ввод выражений в панели программирования



В некоторых случаях, например при вставке строки между двумя вложенными циклами, указанный прием не работает. В этом случае нужна другая последовательность действий:

- 1) выделить черным цветом весь внутренний цикл;
- 2) вырезать его в буфер обмена, щелкнув на кнопке **Cut** (Вырезать) стандартной панели инструментов;
- 3) щелкнуть на кнопке **Add Line** (Добавить строку программы) панели программирования;
- 4) вставить из буфера обмена вырезанный кусок на прежнее место ввода, установив туда курсор и щелкнув на кнопке **Paste** (Вставить) стандартной панели инструментов;
- 5) заполнить появившееся дополнительное место ввода.

Локальное присваивание значений. Присваивание значений переменным и константам в программах производится с помощью программного оператора присваивания (\leftarrow), который вводится с панели программирования щелчком на кнопке **Local Definition** (Локальное определение). При создании программы, когда этот знак приходится использовать часто, полезно пользоваться клавишей **[Shift] + [{}]** (открывающая фигурная скобка).

Ни обычный оператор присваивания ($:=$), ни оператор вывода ($=$) в пределах программ не применяются.

Из основного документа в программу передаются в виде констант все значения величин, имеющих одинаковые имена. Эти значения сохраняются неизменными при любых действиях с ними внутри программы.

Любая программа представляет собой сочетание обычных математических выражений с операторами условия и цикла. Разберем действие этих операторов.

Условный оператор *if* действует в два этапа. Сначала проверяется условие, записанное справа от него, и, если оно истинно, выполняется выражение слева от него, а если ложно, то происходит переход к следующей строке программы.

Чтобы вставить условный оператор *if* в программу, необходимо проделать следующие действия:

1) в создаваемой программе установить курсор на свободное место ввода, в которое должен быть вставлен условный оператор;

2) на панели программирования щелкнуть на кнопке **If Statement** (Оператор *if*), в программе появится шаблон оператора с двумя маркерами ввода;

3) в правый маркер ввода ввести условие, при этом необходимо использовать логические операторы панели инструментов **Boolean** (Булевы операторы);

4) слева от оператора *if* ввести выражение, которое должно выполняться, если условие истинно.

Если при выполнении условия должно выполняться сразу несколько выражений, то надо иметь несколько мест ввода. Для их создания установить курсор на место ввода слева от оператора *if* и щелкнуть на кнопке **Add Program Line** (Добавить строку программы) панели программирования столько раз, сколько строк надо ввести. Обратите внимание, что при этом меняется вид условного оператора. Новая вертикальная линия с местами ввода появляется не слева, а ниже и правее оператора *if* (рис. IV.14).

Если условие ложно, происходит переход к следующей строке программы. Она может содержать новое условие или быть обычным выражением.

Напомним, что в MathCAD есть несколько способов записей условия:

с помощью условного оператора программирования *if*;

с помощью булевых операторов;

с помощью функции *if*.

Рис. IV.14 иллюстрирует применение двух способов записи условия.

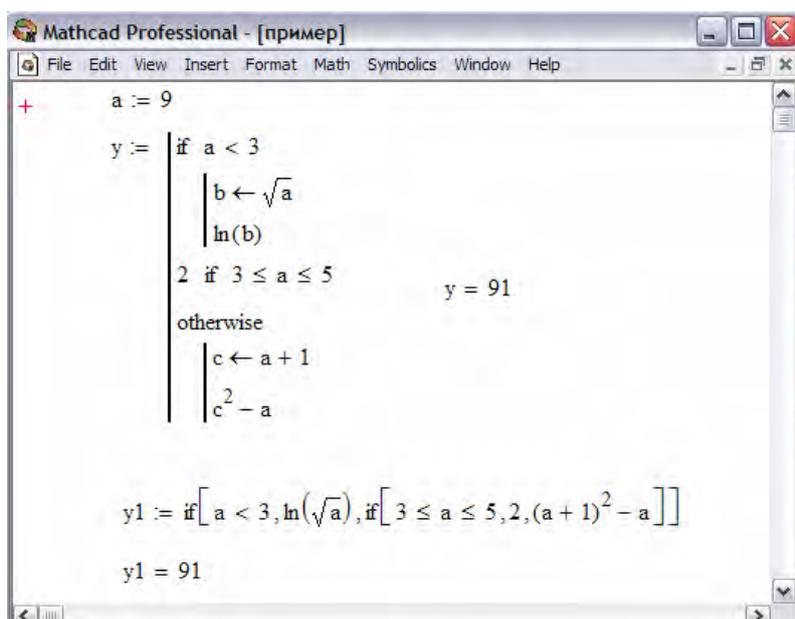


Рис. IV.14. Некоторые способы использования условий

Часто встречается условие с двумя вариантами действия: если ..., то ..., иначе ... Для слова «иначе» имеется оператор **otherwise**, который вводится щелчком на кнопке **Otherwise Statement** (Оператор **otherwise**) панели программирования.

В этом случае условие лучше вводить в несколько ином порядке:

- 1) на свободное место ввода в программе ввести выражение, выполняемое, если условие истинно;
- 2) выделить курсором выражение так, чтобы уголок курсора был в конце выражения, и щелкнуть на кнопке **if** панели программирования;
- 3) ввести условие справа от оператора **if**;
- 4) на следующем свободном месте ввода (на следующей строке) ввести выражение, выполняемое, если условие ложно;
- 5) выделить курсором выражение так, чтобы уголок курсора был в конце выражения, и щелкнуть на кнопке **Otherwise** панели программирования.

Операторы цикла. Важнейшим элементом программирования, помимо условного оператора, является оператор цикла. В обычном документе MathCAD использование дискретной переменной фактически равноценно применению оператора цикла, служащего для вычисления одного выражения. MathCAD вычисляет выражения сверху вниз и переходит к следующему выражению, лишь окончательно завершив все вычисления в предыдущем, и больше вернуться к нему не может. Если же в каждом цикле должно быть вычислено несколько выражений, необходимо составлять программу.

В MathCAD имеются два оператора цикла:

for — если заранее известно число повторений цикла;

while — если цикл должен завершиться по выполнении некоторого условия и момент выполнения этого условия не известен.

Рассмотрим один из операторов.

Чтобы записать цикл **for**, нужно:

- 1) установить курсор в свободное место ввода в программе (справа от вертикальной черты);
- 2) на панели программирования щелкнуть на кнопке **For Loop** (Цикл for); появится шаблон с тремя местами ввода;
- 3) справа от оператора **for** ввести имя переменной цикла, а после знака \in диапазон изменения переменной цикла (рис. IV.15);
- 4) в оставшееся место ввода (ниже оператора **for**) ввести выражение, которое должно вычисляться в цикле; если в цикле надо вычислять несколько выражений, то вначале необходимо установить курсор в место ввода и щелкнуть на кнопке **Add Line** (Добавить строку программы) столько раз, сколько строк будет содержать цикл; затем заполнить все места ввода, занося в них нужные выражения, и удалить лишние места ввода.

Для ввода *комментария* в программу надо установить курсор в свободное место ввода в программе и ввести символ « " » (двойная кавычка). На экране появится пара кавычек с местом ввода между ними, куда необходимо ввести текст комментария.

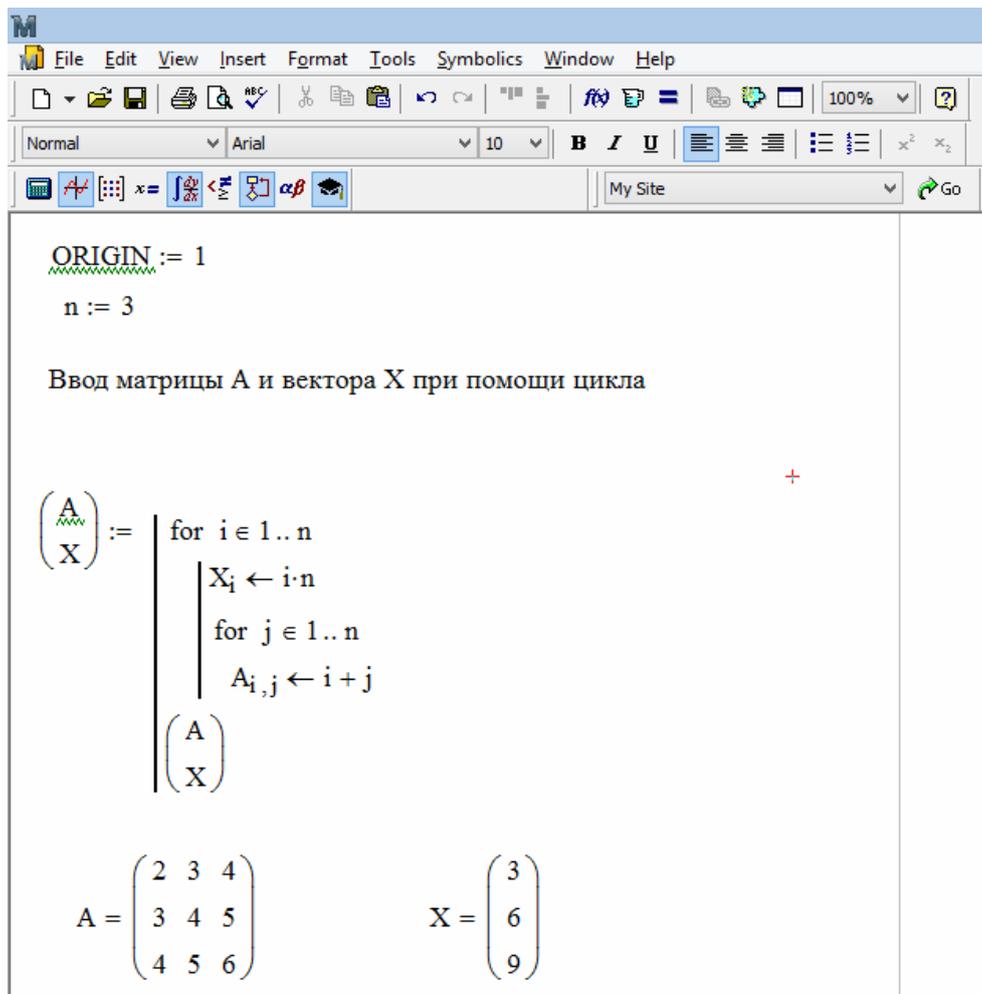


Рис. IV.15. Пример ввода массивов при помощи операторов цикла

MathCAD вычисляет выражения слева направо и сверху вниз. Местом выполнения программы является место присваивания значения имени выражения. Результаты действия программы можно вывести правее и ниже места присваивания значения.

Вывод значений из программы. Результатом выполнения программы является результат вычисления ее последнего оператора. Если последним оператором является математическое выражение, то результат его вычисления и будет результатом выполнения программы. В сложных программах иногда приходится выводить много данных, это делается путем формирования внутри программы массивов и составных массивов.

Так, на [рис. IV.16](#) приведен фрагмент программы, вычисляющей сумму первых пяти натуральных чисел (S). В последней строке программы находится переменная S , значение которой и будет присвоено программе T , т. е. $T = S$.

На [рис. IV.17](#) приведен фрагмент программы, вычисляющей сумму S и произведение P первых пяти натуральных чисел. Получаемая величина T будет представлять вектор, состоящий из двух элементов, т. е. $T = \begin{pmatrix} S \\ P \end{pmatrix}$.

$$T := \left| \begin{array}{l} n \leftarrow 5 \\ S \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1..n \\ \quad S \leftarrow S + i \\ S \end{array} \right.$$

T = 15

Рис. IV.16. Пример вывода переменной на печать

$$T := \left| \begin{array}{l} n \leftarrow 5 \\ S \leftarrow 0 \\ P \leftarrow 1 \\ \text{for } i \in 1..n \\ \quad \left| \begin{array}{l} S \leftarrow S + i \\ P \leftarrow P \cdot i \end{array} \right. \\ \quad \left(\begin{array}{l} S \\ P \end{array} \right) \end{array} \right.$$

$$T = \begin{pmatrix} 15 \\ 120 \end{pmatrix}$$

Рис. IV.17. Пример вывода нескольких переменных на печать

IV.2.5. Алгоритмы обработки одномерных и двумерных массивов

IV.2.5.1. Матрицы

Матрицей называется массив элементов (в частности, чисел), расположенных в виде прямоугольной таблицы из m строк и n столбцов.

Все элементы матрицы обозначаются одним именем. Так, на рис. IV.18 изображена матрица A размерности $m \times n$. Местоположение каждого элемента матрицы A характеризуется двумя индексами: номером строки i и номером столбца j , на пересечении которых находится элемент. Так как элементы матрицы $A_{i,j}$ обозначены одним именем и различаются только индексами, обработку их целесообразно производить циклическим алгоритмом, а в качестве параметра цикла использовать индексы элементов.

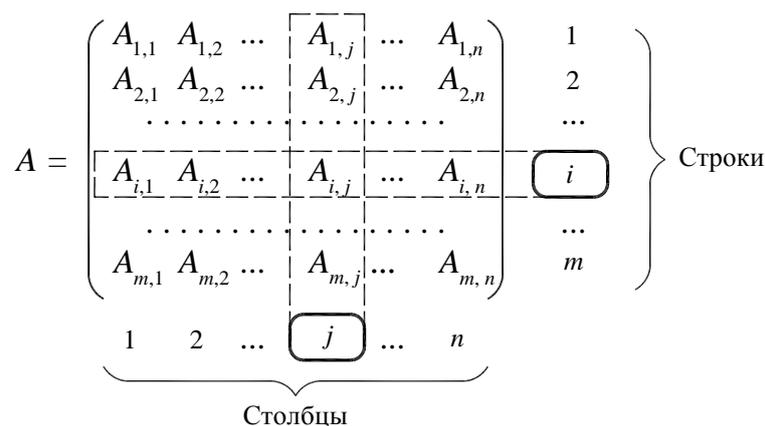


Рис. IV.18. Прямоугольная матрица

Разновидностями прямоугольной матрицы ($m \times n$) являются: матрица-столбец или вектор ($m \times 1$) ([рис. IV.19](#)); квадратная матрица ($n \times n$) ([рис. IV.20](#)); матрица-строка ($1 \times n$) ([рис. IV.21](#)).

$$B = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \dots \\ B_i \\ \dots \\ B_m \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \dots \\ i \\ \dots \\ m \end{matrix}$$

Рис. IV.19. Матрица-столбец

$$A = \begin{pmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & \dots & A_{1,n} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & \dots & A_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{n,1} & A_{n,2} & \dots & A_{n,n} \end{pmatrix}$$

Главная диагональ

Побочная диагональ

Рис. IV.20. Квадратная матрица

$$B = (B_1 \ B_2 \ \dots \ B_n)$$

Рис. IV.21. Матрица-строка

Элементы матрицы-столбца (см. рис. IV.19) можно рассматривать в качестве координат конца вектора $\vec{B} = \{B_1, B_2, \dots, B_m\}^T$ в линейном n -мерном пространстве.

Линия, на которой располагаются элементы $A_{1,1}, A_{2,2}, \dots, A_{n,n}$ квадратной матрицы A называется *главной диагональю* (см. рис. IV.20). Рекуррентная формула элемента главной диагонали:

$$A_{i,i}, (i = 1, \dots, n).$$

Линия, на которой располагаются элементы $A_{1,n}, A_{2,(n-1)}, \dots, A_{n,1}$ квадратной матрицы A , называется *побочной диагональю* (см. рис. IV.20). Рекуррентная формула элемента побочной диагонали:

$$A_{i,(n-i+1)} (i = 1, \dots, n).$$

IV.2.5.2. Алгоритм ввода элементов матриц и векторов

Рассмотрим алгоритм ввода одномерного массива A , содержащего n элементов. Блок-схема такой задачи представляет собой простой цикл (рис. IV.22).

На рис. IV.23 приведен один из возможных способов реализации в MathCAD: создается вектор A из трех элементов. В первой строке файла задаем системную переменную ORIGIN, равную единице. По умолчанию эта переменная равна нулю. Если не переопределить переменную, массив A будет считаться с нулевого элемента, размер массива будет равен не трем, а четырем, и первым значением массива независимо от формулы будет ноль.

Решение задач с двумерными массивами связано с составлением сложных структурных схем алгоритмов. Если один цикл помещается внутри другого, то такие циклы называются *вложенными*. Цикл, содержащий другие циклы, называется *внешним*, а входящие в него циклы — *внутренними*.

Простейший случай вложенных циклов — двойной. В этом случае один цикл помещается внутри другого. Работа вложенного цикла заключается в следующем: сначала задается первое значение параметра внешнего цикла, далее управление передается внутреннему циклу и параметр внутреннего цикла принимает по очереди все значения. Когда выполнение внутреннего цикла окончено, то задается второе значение параметра внешнего цикла, по-

сле чего вновь выполняется внутренний цикл. Процесс повторяется до тех пор, пока параметр внешнего цикла не примет все значения. Например, если количество повторений внешнего цикла n , а внутреннего m , то общее число повторений будет равно $m \cdot n$.

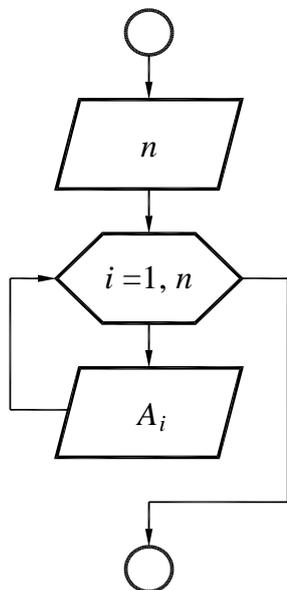


Рис. IV.22. Блок-схема ввода вектора

ORIGIN:= 1

$$A := \begin{array}{l} n \leftarrow 3 \\ \text{for } i \in 1..n \\ \quad A_i \leftarrow i \cdot n \\ A \end{array}$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix}$$

Рис. IV.23. Реализация алгоритма ввода вектора

Пример IV.2. (см. рис. IV.18). На рис. IV.24 приведен алгоритм ввода матрицы B размерности $n \times m$, а на рис. IV.25 — реализация алгоритма в MathCAD. При вводе по строкам параметром внешнего цикла является индексная переменная i , обозначающая номер строки, параметром внутреннего цикла — индексная переменная j , обозначающая номер столбца. Ввод и вывод двумерного массива можно организовать по столбцам, тогда параметром внешнего цикла будет индекс столбца, а параметр внутреннего — индекс строки.

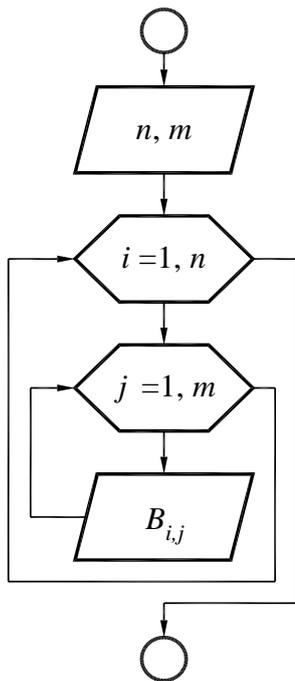


Рис. IV.24. Блок-схема ввода матрицы

ORIGIN:= 1

$$B := \begin{array}{l} n \leftarrow 3 \\ m \leftarrow 4 \\ \text{for } i \in 1..n \\ \quad \text{for } j \in 1..m \\ \quad \quad B_{i,j} \leftarrow i \cdot j \\ B \end{array}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{pmatrix}$$

Рис. IV.25. Реализация алгоритма ввода матрицы

Пример IV.3. Составить блок-схему алгоритма вычисления элементов матрицы A по формуле $A_{i,j} = X_i Y_j$, где X_i — координаты вектора X ($i = 1, \dots, n$), Y_j — координаты вектора Y ($j = 1, \dots, m$).

Блок-схема соответствующего алгоритма с вложенным циклом представлена на рис. IV.26.

На рис. IV.27 представлено решение в среде MathCAD при $n = 3, m = 4$.

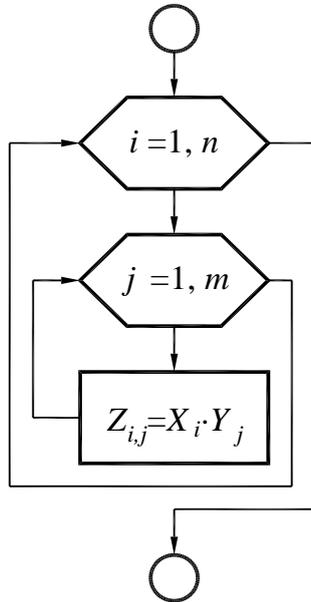


Рис. IV.26. Блок-схема вычисления матрицы по формуле

```

ORIGIN:= 1
Z := | n ← 3
      | m ← 4
      | for i ∈ 1..n
      |   Xi ← i·n
      |   for j ∈ 1..m
      |     Yj ← j
      |   for i ∈ 1..n
      |     for j ∈ 1..m
      |       Zi,j ← Xi·Yj
      | Z
  
```

Рис. IV.27. Реализация алгоритма вычисления матрицы по формуле

IV.2.5.3. Алгоритм вычисления суммы элементов вектора

Пример IV.4. Составить схему алгоритма вычисления суммы значений заданной аналитически функции $y = f(x)$ в точках, заданных вектором $\vec{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}^T$.

Математическая формулировка задачи будет следующей:

$$S = \sum_{i=1}^n f(X_i).$$

Решение задачи: вычисляются значения функции $Y_i = f(X_i)$ в каждой точке X_i и прибавляются к сумме предыдущих значений этой функции, т. е. последовательно получают все промежуточные суммы S_i :

$$\begin{aligned}
 S_1 &= 0 + f(X_1) = f(X_1); \\
 S_2 &= S_1 + f(X_2) = f(X_1) + f(X_2); \\
 S_3 &= S_2 + f(X_3) = f(X_1) + f(X_2) + f(X_3); \\
 &\dots\dots\dots \\
 S_n &= S_{n-1} + f(x_n) = f(X_1) + f(X_2) + \dots + f(X_n).
 \end{aligned}
 \tag{IV.1}$$

В вычислениях (IV.1) вводится много временных переменных S_1, S_2, \dots, S_n , что приводит к чрезмерному использованию памяти ПК. Значения всех слагаемых целесообразно хранить в одной ячейке памяти, присвоив ей некоторое имя S . Рекуррентная формула, по которой осуществляется накопление суммы, будет иметь вид

$$S = S + Y_i. \quad (IV.2)$$

Формула IV.2 понимается так: новое значение переменной S на шаге i равно сумме предыдущего значения S (на шаге $i - 1$) и значения Y_i .

На рис. IV.28 приведен алгоритм нахождения суммы элементов вектора Y . На рис. IV.29 — реализация задания в MathCAD. Отметим, что перед началом выполнения цикла выполнено «обнуление» переменной S ($S = 0$), так как в противном случае на первом шаге цикла будет произведена ссылка на несуществующую переменную S .

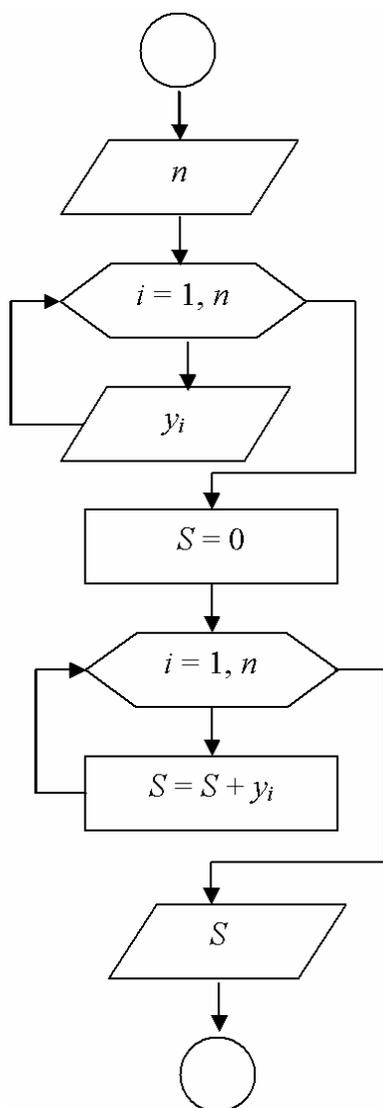


Рис. IV.28. Блок-схема алгоритма вычисления суммы элементов вектора

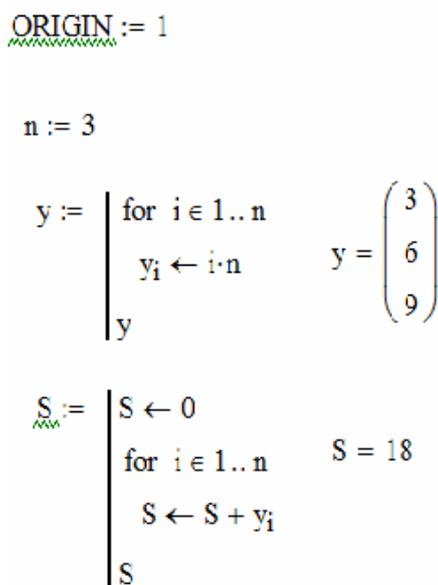


Рис. IV.29. Реализация алгоритма вычисления суммы элементов вектора

IV.2.5.4. Алгоритм вычисления произведения элементов вектора

Пример IV.5. Составить блок-схему алгоритма вычисления произведения значений элементов вектора $Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}^T$.

Математическая формулировка задачи:

$$P = \prod_{i=1}^n Y_i.$$

Нахождение произведения будет производиться аналогично накоплению суммы, с той лишь разницей, что для вычисления произведения будет использоваться рекуррентная формула

$$P = P Y_i.$$

Начальное значение переменной P , в которой будет накапливаться произведение, должно быть равным единице (рис. IV.30, IV.31).

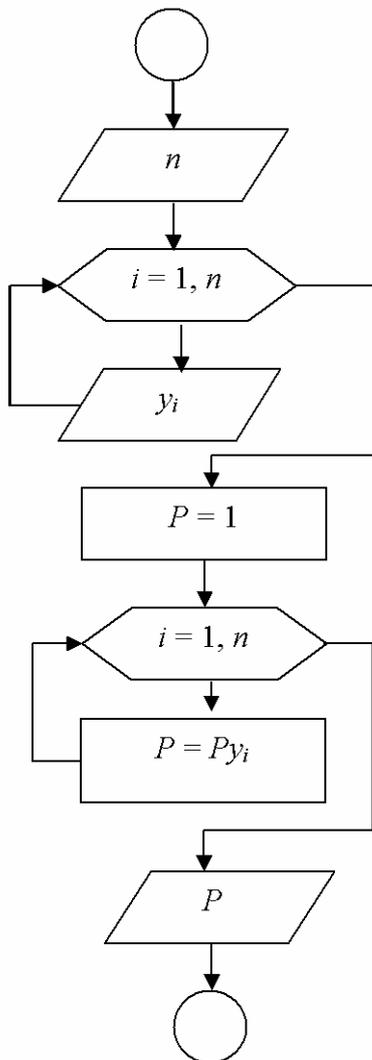


Рис. IV.30. Блок-схема алгоритма вычисления произведения элементов вектора

ORIGIN := 1

n := 3

y := $\begin{cases} \text{for } i \in 1..n \\ y_i \leftarrow i \cdot n \\ y \end{cases} \quad y = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix}$

P := $\begin{cases} P \leftarrow 1 \\ \text{for } i \in 1..n \\ P \leftarrow P \cdot y_i \\ P \end{cases} \quad P = 162$

Рис. IV.31. Реализация алгоритма вычисления произведения элементов вектора

IV.2.5.5. Алгоритм нахождения суммы двух матриц

Пример IV.6. Составить блок-схему алгоритма нахождения суммы двух матриц $C = A + B$. Задаем известные матрицы A и B . Просуммировать можно матрицы только одинаковой размерности. Поэтому сумма двух матриц $A_{n \times m}$ и $B_{n \times m}$ даст новую матрицу $C_{n \times m}$ той же размерности, каждый элемент которой находится по следующей рекуррентной формуле (рис. IV.32, IV.33):

$$C_{i,j} = A_{i,j} + B_{i,j}. \quad (IV.3)$$

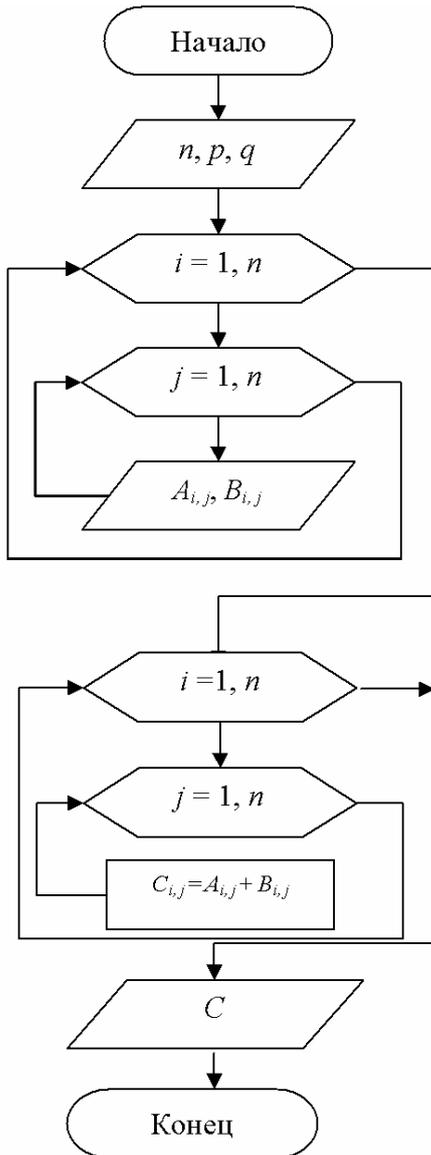


Рис. IV.32. Блок-схема алгоритма вычисления суммы матриц

ORIGIN := 1

n := 3

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..n \\ \quad \text{for } j \in 1..n \\ \quad \quad \left| \begin{array}{l} A_{i,j} \leftarrow i \cdot n \\ B_{i,j} \leftarrow i + j \end{array} \right. \end{array}$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 6 & 6 & 6 \\ 9 & 9 & 9 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$C := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..n \\ \quad \text{for } j \in 1..n \\ \quad \quad C_{i,j} \leftarrow A_{i,j} + B_{i,j} \end{array} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 9 & 10 & 11 \\ 13 & 14 & 15 \end{pmatrix}$$

Рис. IV.33. Реализация алгоритма вычисления суммы матриц

IV.2.5.6. Алгоритм нахождения произведения двух матриц

Пример IV.7. Составить блок-схему алгоритма нахождения произведения двух матриц $C = AB$.

В случае перемножения двух матриц нельзя использовать рекуррентную формулу вида (IV.3), т. е. $C_{i,j} \neq A_{i,j}B_{i,j}$.

На [рис. IV.34](#) представлен процесс перемножения двух матриц.

$$\begin{pmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & \dots & A_{1,k} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & \dots & A_{2,k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{i,1} & A_{i,2} & \dots & A_{i,k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{n,1} & A_{n,2} & \dots & A_{n,k} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} B_{1,1} & B_{1,2} & \dots & B_{1,j} & \dots & B_{1,m} \\ B_{2,1} & B_{2,2} & \dots & B_{2,j} & \dots & B_{2,m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{k,1} & B_{k,2} & \dots & B_{k,j} & \dots & B_{k,m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{1,1} & C_{1,2} & \dots & C_{1,j} & \dots & C_{1,m} \\ C_{2,1} & C_{2,2} & \dots & C_{2,j} & \dots & C_{2,m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{i,1} & C_{i,2} & \dots & C_{i,j} & \dots & C_{i,m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{n,1} & C_{n,2} & \dots & C_{n,j} & \dots & C_{n,m} \end{pmatrix}$$

$A_{n \times k} \quad \times \quad B_{k \times m} \quad = \quad C_{n \times m}$

Рис. IV.34. Процесс перемножения двух матриц

Число столбцов первой матрицы должно быть равно числу строк второй матрицы (k); результирующая матрица C будет иметь размерность $n \times m$.

Каждый элемент матрицы $C_{i,j}$ равен сумме произведений элементов i -й строки матрицы A и j -го столбца матрицы B , т. е.

$$C_{i,j} = A_{i,1}B_{1,j} + A_{i,2}B_{2,j} + \dots + A_{i,k}B_{k,j}. \quad (IV.4)$$

На рис. IV.35 представлена блок-схема алгоритма перемножения двух матриц. Задаем матрицы B и C , обнуляем матрицу P , в которой будет находиться результат перемножения и используем формулу IV.4. На рис. IV.36 представлена реализация алгоритма произведения матриц.

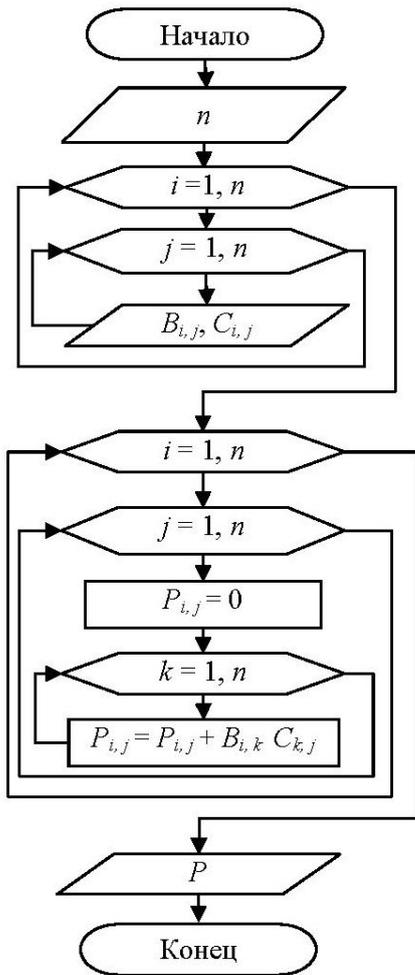


Рис. IV.35. Блок-схема алгоритма произведения матриц

```

ORIGIN := 1
n := 3
(B
 C) := | for i ∈ 1..n
        | for j ∈ 1..n
        |   Bi,j ← i + j
        |   Ci,j ← i·jn
(B
 C)
B = ( 2 3 4
     3 4 5
     4 5 6 )   C = ( 1 8 27
                    2 16 54
                    3 24 81 )
P := | for i ∈ 1..n
     | for j ∈ 1..n
     |   Pi,j ← 0
     |   for k ∈ 1..n
     |     Pi,j ← Pi,j + Bi,k·Ck,j
P
P = ( 20 160 540
     26 208 702
     32 256 864 )

```

Рис. IV.36. Реализация алгоритма произведения матриц

IV.2.5.7. Алгоритм нахождения произведения матрицы на вектор

Пример IV.8. Если в примере IV.7 в качестве исходных взять не две матрицы, а матрицу A и вектор X , то в результате перемножения получится вектор. Произведя соответствующие упрощения, получаем блок-схему алгоритма перемножения матрицы на вектор (рис. IV.37), реализация этого алгоритма представлена на рис. IV.38.

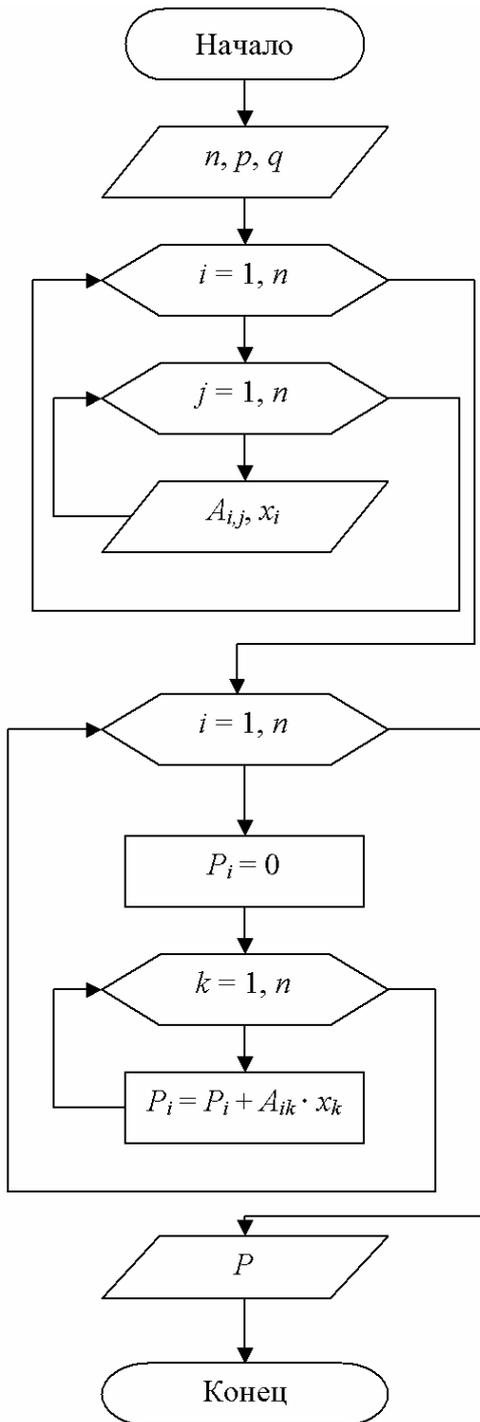


Рис. IV.37. Блок-схема алгоритма произведения матрицы на вектор

ORIGIN := 1

n := 3 +

$\begin{pmatrix} A \\ X \end{pmatrix} := \begin{cases} \text{for } i \in 1..n \\ \quad X_i \leftarrow i \cdot n \\ \quad \text{for } j \in 1..n \\ \quad \quad A_{i,j} \leftarrow i + j \end{cases}$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$P := \begin{cases} \text{for } i \in 1..n \\ \quad P_i \leftarrow 0 \\ \quad \text{for } k \in 1..n \\ \quad \quad P_i \leftarrow P_i + A_{i,k} \cdot X_k \end{cases}$

$$P = \begin{pmatrix} 60 \\ 78 \\ 96 \end{pmatrix}$$

Рис. IV.38. Реализация алгоритма произведения матрицы на вектор

IV.2.5.8. Алгоритмы определения наибольшего (наименьшего) значения массива

Пример IV.9. Составить блок-схему алгоритма нахождения наибольшего элемента вектора X и его индекса (рис. IV.39).

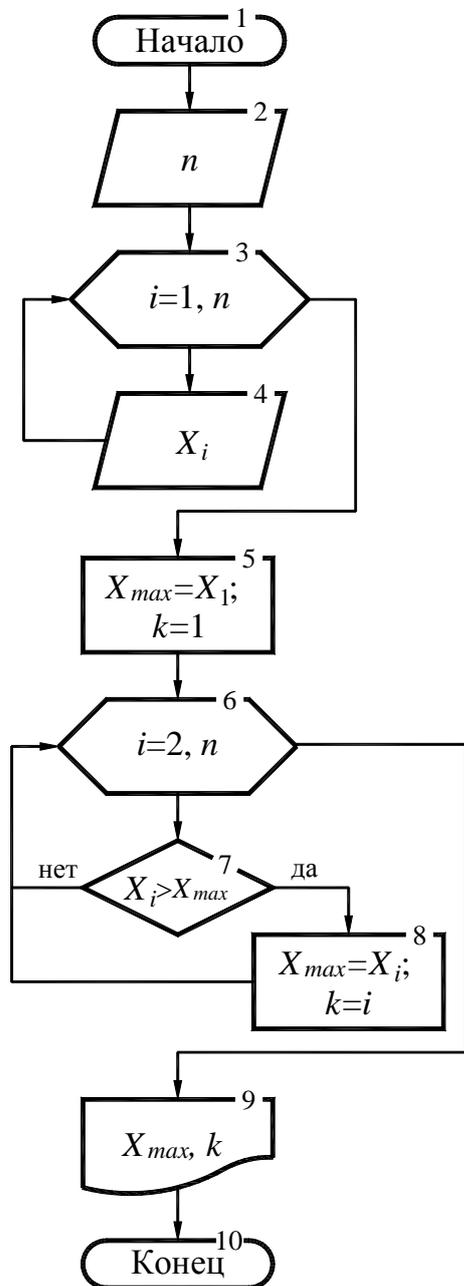


Рис. IV.39. Блок-схема алгоритма нахождения наибольшего элемента вектора X и его индекса

$$X := \begin{cases} n \leftarrow 3 \\ p \leftarrow 12 \\ q \leftarrow 1 \\ \text{for } i \in 1..n \\ X_i \leftarrow (p + q) \cdot \sin\left(\frac{i \cdot p \cdot q}{n^2}\right) \\ X \end{cases}$$

$$X = \begin{pmatrix} 12.635 \\ 5.945 \\ -9.838 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X_{\max} \\ k \end{pmatrix} := \begin{cases} X_{\max} \leftarrow X_1 \\ k \leftarrow 1 \\ \text{for } i \in 1..n \\ X_{\max} \leftarrow X_i \text{ if } X_i > X_{\max} \\ \text{for } i \in 1..n \\ k \leftarrow i \text{ if } X_i = X_{\max} \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} X_{\max} \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12.635 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Рис. IV.40. Реализация алгоритма нахождения наибольшего элемента вектора X и его индекса

Последовательность алгоритма: в блоках 2...4 вводятся исходные данные; в блоке 5 переменной X_{\max} , в которую будут «складываться» наибольшие значения вектора, присваивается значение первого элемента вектора X_1 . Кроме того, вводится дополнительная переменная k , соответствующая индексу наибольшего элемента вектора X (на первом шаге $k = 1$).

Далее, в блоке 6, создается цикл по перебору всех элементов вектора X . В блоке 7 текущее значение X_i сравнивается с переменной X_{\max} , и если условие выполняется, т. е. $X_i > X_{\max}$, то переменной X_{\max} присваивается значение X_i (блок 8), а также запоминается индекс текущего элемента ($k = i$). В блоке 9 выводится результат выполнения алгоритма.

На [рис. IV.40](#) приведена реализация задачи в MathCAD. Для созданного вектора X наибольшим является первый элемент, равный 12,635.

Примечание: в задачах нахождения максимума (минимума) не всегда требуется определять, на каком именно месте максимум находится. В блок-схеме за это отвечает переменная k . Системную переменную ORIGIN определяем равной единице в начале каждого файла при работе с массивами.

IV.3. Варианты индивидуальных заданий

Выберите индивидуальное задание из табл. IV.1. Номер варианта выбирается по сумме двух последних цифр зачетной книжки. Цифра 0 в последних цифрах зачетной книжки при выборе варианта берется за число 10

Для каждой задачи разработать блок-схему алгоритма и реализовать ее с помощью системы MathCAD.

Созданный документ, содержащий условия и решения задач, записать на диск в рабочий каталог вашей группы в файл с именем, указанным преподавателем.

Отчет по лабораторной работе в установленной форме должен содержать:
 название лабораторной работы;
 цель лабораторной работы;
 блок-схемы алгоритмов решаемых задач;
 копию документа, созданного в процессе решения задач.

Таблица IV.1

Варианты индивидуальных заданий

Номер варианта	Задачи	Номер варианта	Задачи
1	1, 11, 21, 31	11	1, 12, 24, 33
2	2, 12, 22, 32	12	2, 13, 25, 35
3	3, 13, 23, 33	13	3, 14, 26, 36
4	4, 14, 24, 34	14	4, 15, 23, 37
5	5, 15, 25, 35	15	5, 16, 27, 38
6	6, 16, 26, 36	16	6, 17, 28, 39
7	7, 17, 27, 37	17	7, 18, 29, 40
8	8, 18, 28, 38	18	8, 19, 30, 33
9	9, 19, 29, 39	19	9, 20, 24, 35
10	10, 20, 30, 40	20	10, 12, 25, 36

IV.4. Задания

1. Вычислить координаты W , разделив каждую координату вектора Y на величину, равную среднему геометрическому координат вектора X .
2. Вычислить величину $Q = S + V$, где S — сумма координат вектора X ; V — произведение координат вектора Y .
3. Вычислить длину вектора $D = 2X - 3Y$.
4. Вычислить величину $R = S + L$, где S — среднее арифметическое координат вектора X ; L — длина вектора Y .
5. Вычислить координаты вектора $W = CY$, где C — скалярное произведение векторов X и Y .
6. Вычислить длину и произведение координат вектора $V = \frac{X}{2} + 0,3Y$.
7. Найти скалярное произведение векторов $(2X - Y)(X + Y)$.
8. Вычислить длину вектора R , координаты которого определяются по формуле $R_i = X_i - Y_i^2$.
9. Найти сумму положительных элементов матрицы A .
10. Найти произведение отрицательных элементов матрицы C .
11. Получить матрицу F по формуле $F_{i,j} = X_i^j$, где X_i — координаты вектора X .
12. Найти след матрицы T , каждый элемент которой вычисляется по формуле $T_{i,j} = X_i Y_j$, где X_i — координаты вектора X ; Y_j — координаты вектора Y .
13. Вычислить длину вектора U , координатами которого являются элементы второго столбца матрицы B .
14. Найти произведение матрицы A на вектор X .
15. Из элементов матрицы C сформировать векторы U и V , координатами вектора U являются элементы главной диагонали, а V — элементы побочной диагонали матрицы C .
16. Определить вектор Z , координаты которого равны соответственно произведениям столбцов матрицы A .
17. Определить вектор Z , координаты которого равны соответственно суммам элементов строк матрицы B .
18. Получить новую матрицу D , элементы первых n -столбцов которой совпадают с элементами матрицы A , а элементы $(n + 1)$ -го столбца равны координатам вектора X .
19. Получить новую матрицу F порядка n путем замены в матрице A элементов $(n - 1)$ -го столбца координатами вектора X , а элементов n -го столбца координатами вектора Y .
20. Вычислить матрицу D , каждый элемент которой вычисляется по формуле $D_{i,j} = A_{i,j} + F_{i,j}$. Причем матрица A задана, а элементы матрицы F заданы следующими соотношениями: $F_{i,j} = A_{i,j}$, если $A_{i,j} > 0$; $F_{i,j} = 1$, если $A_{i,j} \leq 0$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$).

21. Получить матрицу D , каждый элемент которой определяется формулой $D_{i,j} = 2A_{i,j} - F_{i,j}$. Матрица A задана, а элементы матрицы F вычисляются по следующим формулам: $F_{i,j} = \sin(A_{i,j})$, если $A_{i,j} > 0$; $F_{i,j} = \cos(A_{i,j})$, если $A_{i,j} \leq 0$; ($i, j = 1, 2, \dots, n$).

22. Найти произведение наибольшего элемента вектора X и наименьшего элемента вектора Y .

23. Вычислить вектор $V = \frac{1}{k}(X + Y)$, где k — сумма наибольших элементов векторов X и Y .

24. Дана матрица A порядка n . Получить новую матрицу D , разделив все элементы матрицы A на ее наибольший элемент.

25. Вычислить вектор V по формуле $V = kX + lY$, где k — наибольший элемент матрицы A ; l — наименьший элемент матрицы B .

26. Вычислить угол между векторами X и Y .

27. Вычислить элементы матрицы $D = AB - 4C$.

28. Вычислить суммы элементов, стоящих на главных диагоналях матриц A , B и C . Найти среднее арифметическое этих сумм.

29. Найти наибольший элемент вектора Z , координаты которого вычисляются по следующим формулам: $Z_i = X_i Y_i$, если $X_i + Y_i > 0$; $Z_i = X_i + Y_i$, если $X_i + Y_i \leq 0$ ($i = 1, 2, \dots, n$).

30. Вычислить среднее арифметическое наименьших элементов матриц A , B и C .

31. Вычислить среднее геометрическое модулей наибольших элементов матриц A , B и C .

32. Вычислить матрицу $D = A^T - BC$ и заменить в ней отрицательные элементы матрицы D нолями.

33. Вычислить матрицу $D = 4A - BC$ и заменить в ней положительные элементы единицами.

34. Найти разность наименьших элементов матриц A и B .

35. Вычислить матрицу $D = \frac{A}{3} + 2B - C^T$ и найти сумму элементов главной диагонали этой матрицы.

36. Вычислить среднее геометрическое модулей наибольшего и наименьшего элементов матрицы C .

37. Определить матрицу $D = k(A + C)$, где k — наименьший элемент матрицы B .

38. Переписать все элементы матрицы B по строкам с сохранением порядка следования в вектор Z .

39. Вычислить сумму элементов матрицы D , определяемой формулой $D = \frac{1}{3}A + B^T - C^2$, где B^T — транспонированная матрица; $C^2 = C \cdot C$.

40. Вычислить матрицу D по формуле $D = A(C - B)$. Получить новую матрицу F , умножив положительные элементы матрицы на 5.

IV.5. Примеры выполнения заданий

IV.5.1. Исходные данные

1. Обозначим: p — номер варианта, q — номер группы, n — размерность массивов (векторов и матриц), используемых в лабораторной работе. Документ начинаем с определения системной переменной ORIGIN.

```

ORIGIN := 1
p := 1
q := 1
n := | 3 if 1 ≤ p ≤ 15
      | 4 if 1 ≤ p ≤ 15
    
```

2. Получим элементы квадратных матриц A , B , C порядка n по формулам.

$$\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..n \\ \quad \text{for } j \in 1..n \\ \quad \quad \left| \begin{array}{l} A_{i,j} \leftarrow (p + q) \cdot \sin\left(\frac{i \cdot p \cdot q}{n^2 - j}\right) \\ B_{i,j} \leftarrow \frac{p + (i + j) \cdot j}{i \cdot (j + 1)} \cdot n^{|i-j|} \\ C_{i,j} \leftarrow \frac{5 \cdot \ln(p + q) - e^{i+j}}{n^{|i-j|} + 5} \end{array} \right. \end{array}$$

3. Получим элементы векторов X и Y размерности n , координаты которых определяются формулами.

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..n \\ \quad \left| \begin{array}{l} X_i \leftarrow \frac{q + p \cdot i}{\sqrt{i^2 + n}} \\ Y_i \leftarrow 10 \cdot \frac{\sin(q + p \cdot i)}{\sqrt{i^2 + n}} \end{array} \right. \end{array}$$

IV.5.2. Задача 1

Требуется: для заданных векторов X , Y вычислить их длины, скалярное произведение и угол между векторами.

Решение: составляем блок-схему алгоритма. По заданию используются векторы X и Y . Опишем их ввод. Вычислим длины векторов X и Y , найдем скалярное произведение векторов. При помощи математических операций выразим угол между векторами через длины векторов и скалярное произведение. Выведем на печать необходимые величины. Блок-схема алгоритма приведена на [рис. IV.41](#).

```

ORIGIN := 1
q := 1 p := 17
n := | 3 if 1 ≤ p ≤ 15
      | 4 if 16 ≤ p ≤ 30
n = 4
( X )
( Y ) := | for i ∈ 1..n
          | Xi ←  $\frac{q + p \cdot i}{\sqrt{i^2 + n}}$ 
          | Yi ←  $10 \cdot \frac{\sin(q + p \cdot i)}{\sqrt{i^2 + n}}$ 
          | ( X )
          | ( Y )
          |
X =  $\begin{pmatrix} 8.05 \\ 12.374 \\ 14.422 \\ 15.429 \end{pmatrix}$    Y =  $\begin{pmatrix} -3.359 \\ -1.514 \\ 2.736 \\ -0.257 \end{pmatrix}$ 

```

Длина вектора X

```

LX := | LX ← 0
      | for i ∈ 1..n
      | LX ← LX + (Xi)2
      | LX ←  $\sqrt{LX}$ 
      | LX

```

LX = 25.768

Длина вектора Y

```

LY := | LY ← 0
      | for i ∈ 1..n
      | LY ← LY + (Yi)2
      | LY ←  $\sqrt{LY}$ 
      | LY

```

LY = 4.596

Скалярное произведение векторов X и Y

$SP := \begin{cases} SP \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1..n \\ \quad SP \leftarrow SP + X_i \cdot Y_i \\ SP \end{cases} \qquad SP = -10.264$

$U_{gol} := \arccos\left(\frac{SP}{LX \cdot LY}\right)$

$U_{gol} = 1.658$

Проверим результат при помощи встроенных операторов

$|X| = 25.768$

$|Y| = 4.596$

$X \cdot Y = -10.264$

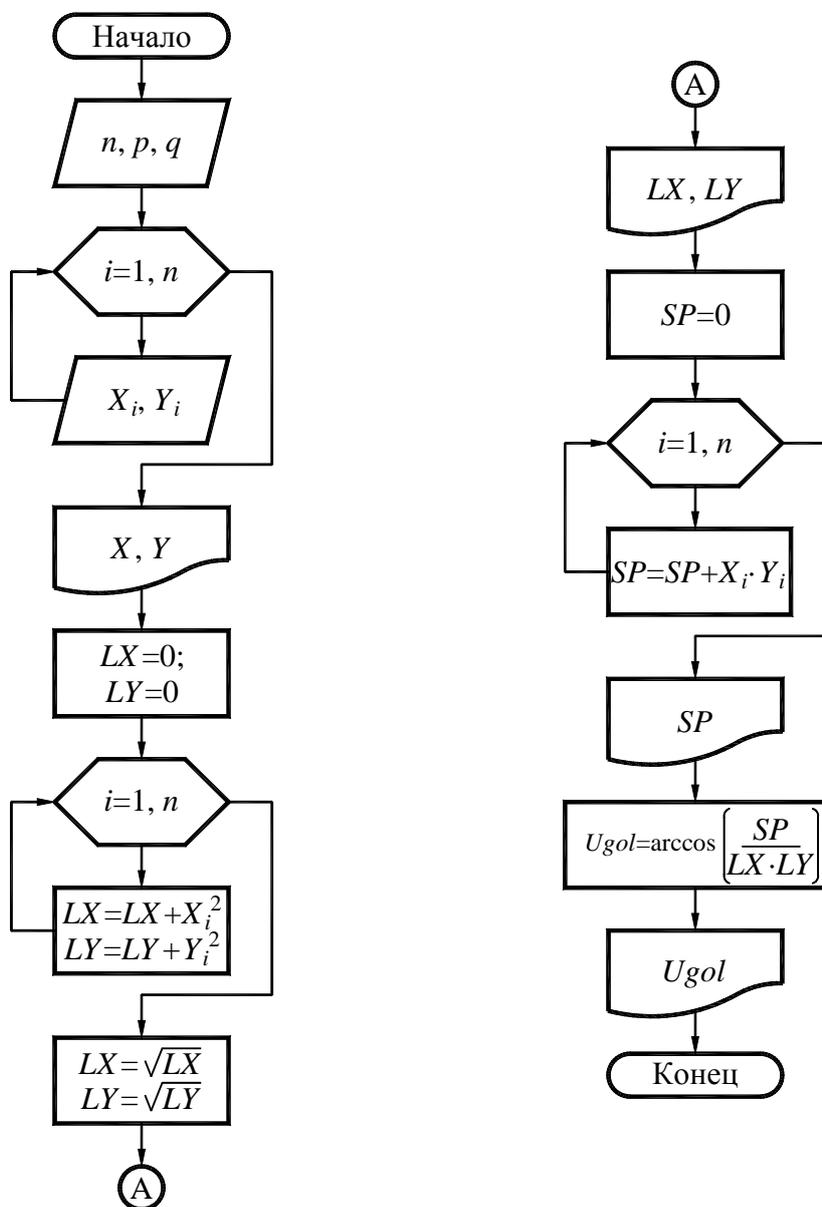


Рис. IV.41. Блок-схема алгоритма задачи 1

Вычисляем произведение матриц B и C , обозначаем новую матрицу буквой P .

$$P := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..n \\ \quad \text{for } j \in 1..n \\ \quad \quad \left| \begin{array}{l} P_{i,j} \leftarrow 0 \\ \text{for } k \in 1..n \\ \quad P_{i,j} \leftarrow P_{i,j} + B_{i,k} \cdot C_{k,j} \end{array} \right. \\ \quad \quad P \end{array}$$

$$P = \begin{pmatrix} -125.711 & -631.869 & -2.239 \times 10^3 \\ -26.585 & -134.37 & -465.735 \\ -15.986 & -78.928 & -213.565 \end{pmatrix}$$

Находим элементы матрицы D по формуле.

$$D := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..n \\ \quad \text{for } j \in 1..n \\ \quad \quad D_{i,j} \leftarrow A_{j,i} - 4 \cdot P_{i,j} \\ \quad \quad D \end{array}$$

$$D = \begin{pmatrix} 503.586 & 2.529 \times 10^3 & 8.958 \times 10^3 \\ 107.187 & 539.102 & 1.865 \times 10^3 \\ 64.926 & 317.568 & 856.786 \end{pmatrix}$$

Вычисляем наибольший и наименьший элементы матрицы D .

$$\begin{pmatrix} D_{\max} \\ D_{\min} \end{pmatrix} := \begin{array}{l} D_{\max} \leftarrow D_{1,1} \\ D_{\min} \leftarrow D_{1,1} \\ \text{for } i \in 1..n \\ \quad \text{for } j \in 1..n \\ \quad \quad \left| \begin{array}{l} D_{\max} \leftarrow D_{i,j} \text{ if } D_{i,j} > D_{\max} \\ D_{\min} \leftarrow D_{i,j} \text{ if } D_{i,j} < D_{\min} \end{array} \right. \\ \quad \quad \begin{pmatrix} D_{\max} \\ D_{\min} \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} D_{\max} = 8.958 \times 10^3 & \min(D) = 64.926 \\ D_{\min} = 64.926 & \max(D) = 8.958 \times 10^3 \end{array}$$

Проверяем полученный результат при помощи встроенных функций. Блок-схема алгоритма приведена на [рис. IV.42](#).

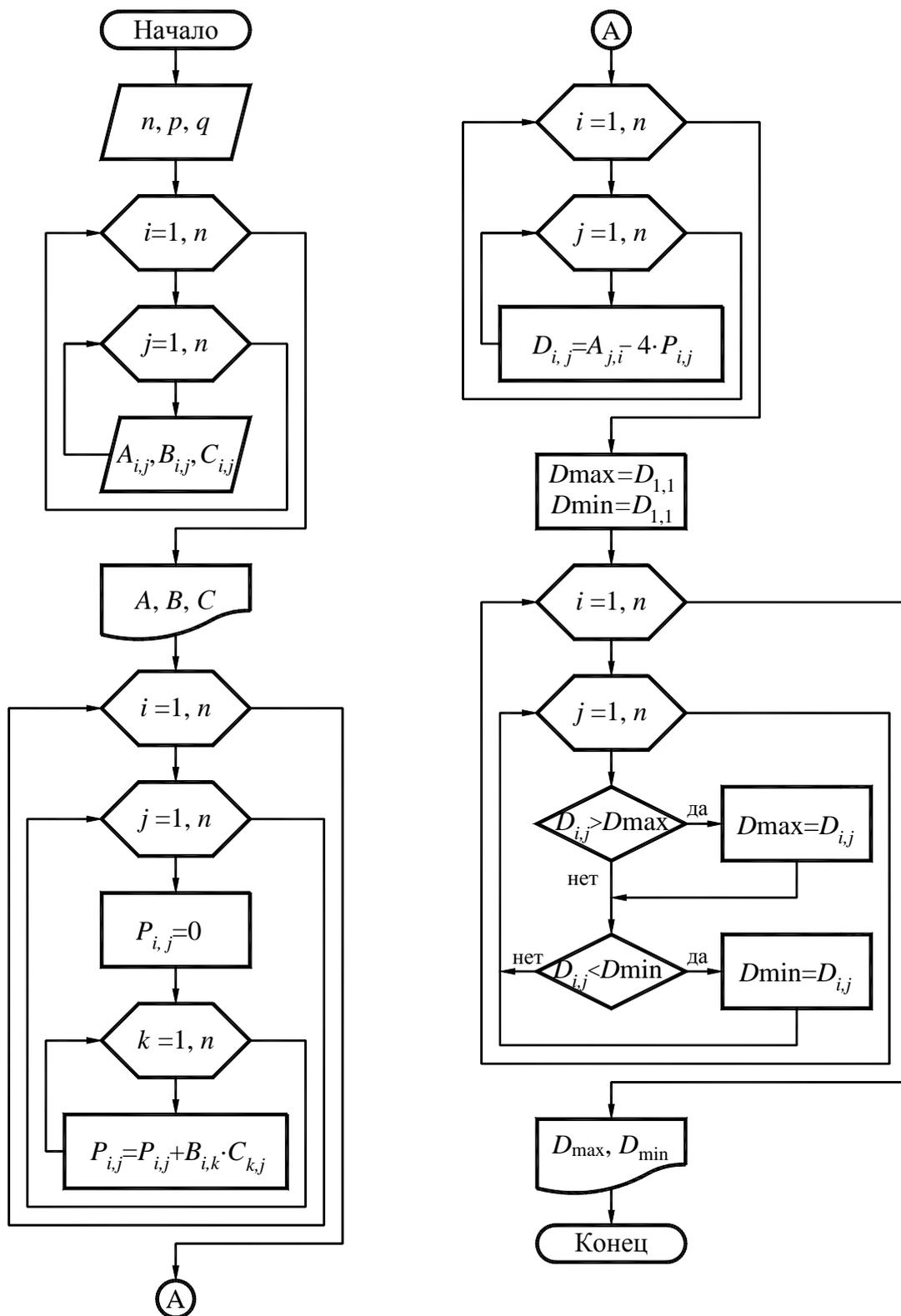


Рис. IV.42. Блок-схема алгоритма задачи 2

IV.5.4. Задача 3

Требуется: определить, перпендикулярны ли векторы U и V , образованные, соответственно, элементами главной и побочной диагоналей матрицы A . Блок-схема алгоритма приведена на [рис. IV.43](#).

Решение:

ORIGIN := 1

1. Порядковый номер студента по списку

$p := 21$

2. Номер группы

$q := 1$

3. Размерность массивов (матриц и векторов)

$n := \begin{cases} 3 & \text{if } 1 \leq p \leq 15 \\ 4 & \text{if } 16 \leq p \leq 30 \end{cases}$

$n = 4$

4. Исходная матрица A

A := $\begin{cases} \text{for } i \in 1..n \\ \text{for } j \in 1..n \\ A_{i,j} \leftarrow (p + q) \cdot \sin\left(\frac{i \cdot p \cdot q}{n^2 - j}\right) \end{cases}$ +

$$A = \begin{pmatrix} 21.68 & 21.945 & 21.978 & 21.648 \\ 7.37 & 3.105 & -1.959 & -7.717 \\ -19.175 & -21.506 & -21.803 & -18.897 \\ -13.888 & -6.147 & 3.903 & 14.454 \end{pmatrix}$$

5. Построим векторы U и V

U := $\begin{cases} \text{for } i \in 1..n \\ U_i \leftarrow A_{i,i} \end{cases}$ V := $\begin{cases} \text{for } i \in 1..n \\ V_i \leftarrow A_{i,n-i+1} \end{cases}$

$$U = \begin{pmatrix} 21.68 \\ 3.105 \\ -21.803 \\ 14.454 \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} 21.648 \\ -1.959 \\ -21.506 \\ -13.888 \end{pmatrix}$$

6. Определим, являются ли векторы U и V взаимно перпендикулярными. Для этого найдем скалярное произведение S. Если S равно нулю и длины векторов отличны от нуля, то векторы перпендикулярны.

```

OTV := | S ← 0
        | for i ∈ 1..n
        |   S ← S + Ui·Vi
        | OTV ← "Векторы перпендикулярны " if S = 0
        | OTV ← "Векторы не перпендикулярны " otherwise
        | OTV

```

OTV = "Векторы не перпендикулярны "

Блок-схема алгоритма приведена на рис. IV.43.

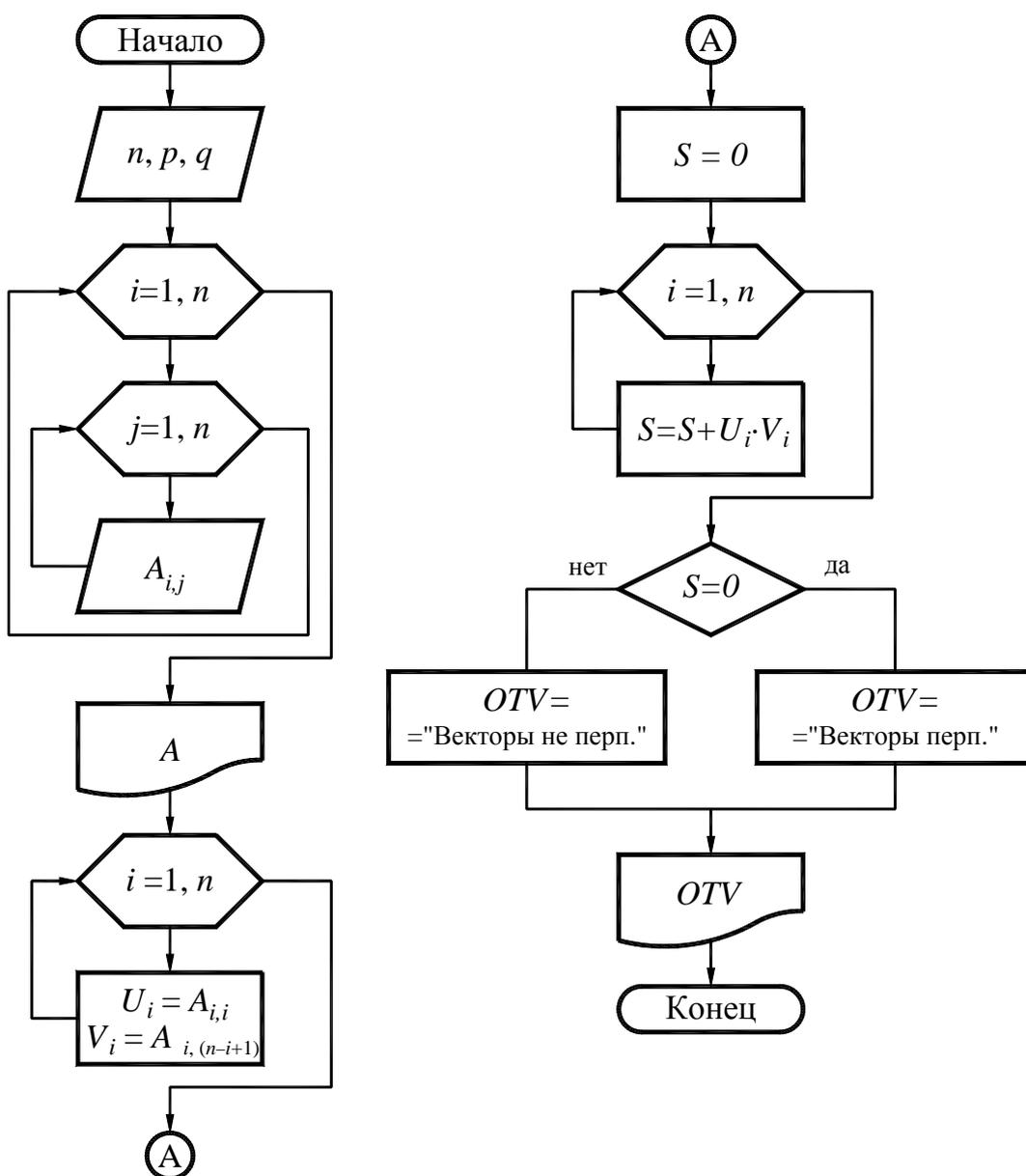


Рис. IV.43. Блок-схема алгоритма задачи 3

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте определение алгоритма и раскройте содержание его основных свойств.
2. Назовите способы описания алгоритмов.
3. Изобразите в виде символов отдельные функции алгоритмов (начало и конец вычислительного процесса, ввод исходных данных и вывод результатов, проверку условия, организацию циклических операций).
4. Назовите типовые управляющие структуры алгоритмов. Каково их назначение?
5. Изобразите графически типовые управляющие структуры.
6. Охарактеризуйте алгоритмы линейной, разветвляющейся и циклической структур.
7. Сформулируйте определение вложенных циклов, объясните принцип работы.
8. Изобразите графически следующие алгоритмы: ввод и вывод одномерных и двумерных массивов; накопление суммы и произведения элементов массива; нахождение наибольшего (наименьшего) элемента массива.

V. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ

V.1. Постановка задачи

Пусть требуется вычислить определенный интеграл

$$I = \int_a^b f(x)dx. \quad (\text{V.1})$$

Если $F(x)$ — первообразная подынтегральной функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$, то значение определенного интеграла можно вычислить при помощи формулы Ньютона — Лейбница

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a). \quad (\text{V.2})$$

Здесь $F(a)$, $F(b)$ — значения первообразной функции $F(x)$ от подынтегральной функции $f(x)$ соответственно в точках a и b . Однако формула Ньютона — Лейбница неприменима в следующих случаях:

первообразная не выражается через элементарные функции;

вычисление первообразной приводит к чрезмерно сложным преобразованиям;

подынтегральная функция задается графиком или таблицей экспериментально полученных значений.

Тогда для вычисления определенного интеграла используют различные приближенные методы численного интегрирования. Они позволяют вычислять значения интегралов непосредственно по значениям подынтегральной функции и не зависят от способа ее задания. Суть численных методов состоит в замене подынтегральной функции $f(x)$ вспомогательной функцией, интеграл от которой легко вычисляется. Наиболее часто $f(x)$ заменяется интерполяционным многочленом, что приводит к следующим так называемым квадратурным формулам (прямоугольников, трапеций, Симпсона и др.):

$$\int_a^b f(x)dx = \sum A_i f(x_i) + R,$$

где x_i — узлы интерполяции; A_i — коэффициенты; R — остаточный член (погрешность метода). К погрешности метода в процессе вычисления добавляются погрешности округления.

V.2. Геометрическая интерпретация численных методов интегрирования

V.2.1. Общие сведения

Геометрическая интерпретация численных методов состоит в том, что значение определенного интеграла находится как площадь S_0 фигуры, ограниченной графиком функции $y = f(x)$, осью абсцисс и вертикальными прямыми $x = a$, $x = b$ (рис. V.1).

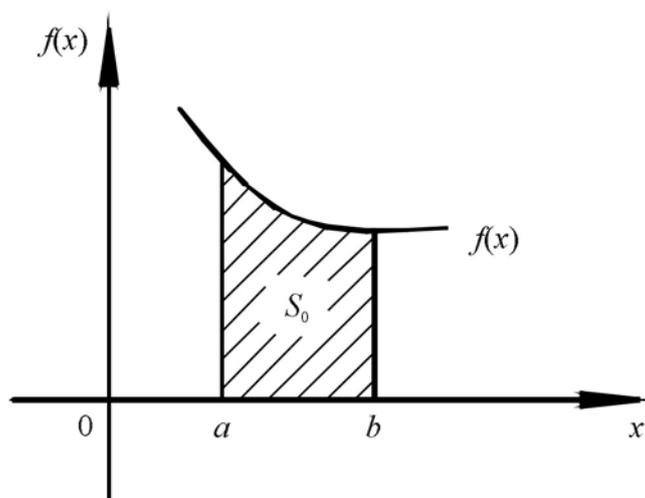


Рис. V.1. Геометрическая интерпретация численного интегрирования

При использовании квадратурной формулы для вычисления интеграла отрезок интегрирования $[a, b]$ разбивается на n интервалов $[x_i, x_{i+1}]$, $i = 0, 1, \dots, n-1$. Приблизительно определяются значения площадей, соответствующих каждому интервалу. Сумма этих площадей дает приближенное значение интеграла.

В зависимости от способа разбиения отрезка интегрирования $[a, b]$ различают два подхода к построению квадратурных формул.

При первом подходе (метод Гаусса) не предполагается разбиения отрезка интегрирования на равные промежутки, местоположение и длина интервалов подбираются таким образом, чтобы достичь наивысшей точности при заданном числе интервалов.

При втором подходе интервал интегрирования разбивается на равные части. Для равноотстоящих точек квадратурные формулы называются формулами Ньютона — Котеса. Они различаются степенями используемых интерполяционных многочленов. Из них наиболее распространенными являются формулы трапеций и Симпсона.

V.2.2. Формула трапеций

Отрезок интегрирования $[a, b]$ разбивается на n равных интервалов длиной $h = \frac{b-a}{n}$. В пределах каждого интервала $[x_i, x_{i+1}]$ подынтегральная

функция $f(x)$ заменяется интерполяционным многочленом Лагранжа первой степени с узлами x_i, x_{i+1} , что соответствует замене исходной кривой на секущую (рис. V.2). Значение интеграла в пределах $[x_i, x_{i+1}]$, равное площади криволинейной трапеции, заменяется площадью S_i линейной трапеции.

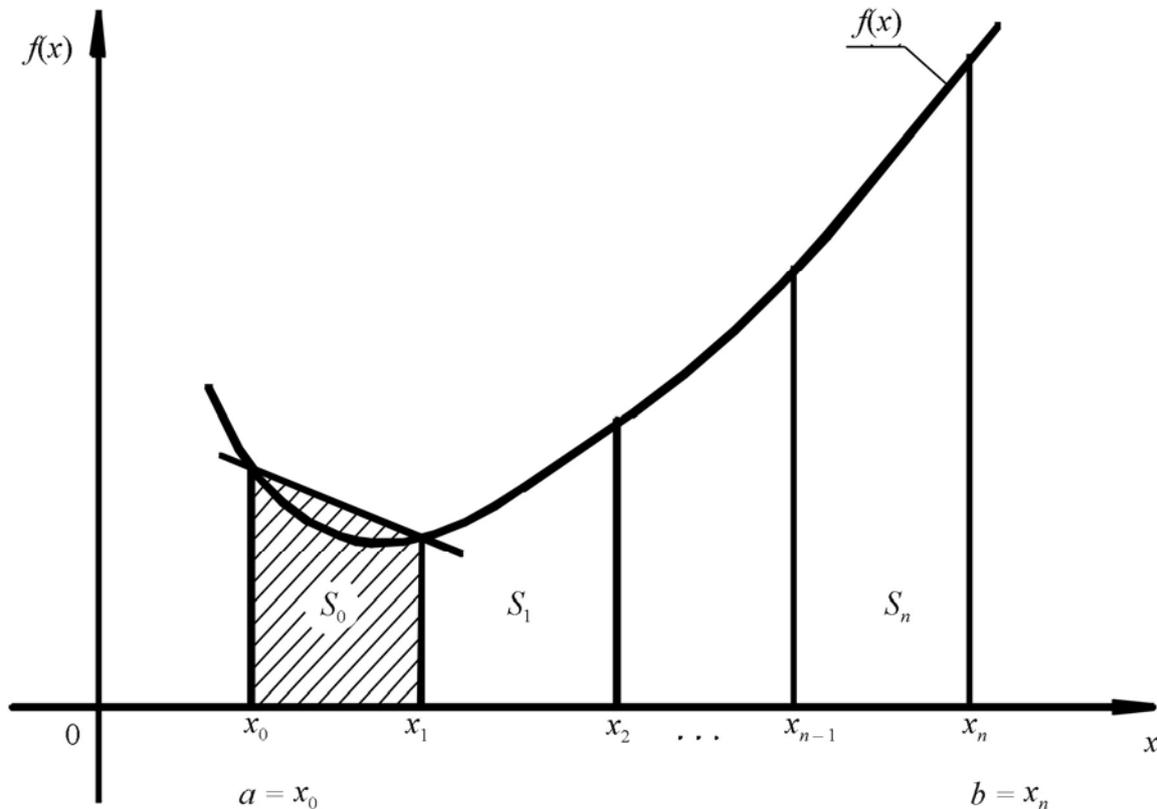


Рис. V.2. Геометрическая интерпретация метода трапеций

$$S_i = \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx \approx \frac{h}{2} (f(x_i) + f(x_{i+1})). \quad (\text{V.3})$$

Суммирование значений S_i по всем n участкам разбиения дает общую площадь, т. е. значение определенного интеграла с некоторой погрешностью R :

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{2} (f(a) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(b)) + R..$$

Если функция $y = f(x)$ имеет на отрезке $[a, b]$ непрерывную вторую производную, то оценка погрешности метода выражается формулой

$$|R| \leq \frac{(b-a)h^2}{12} M,$$

где $M = \max_{[a, b]} |f''(x)|$.

Блок-схема алгоритма приведена на [рис. V.3](#).

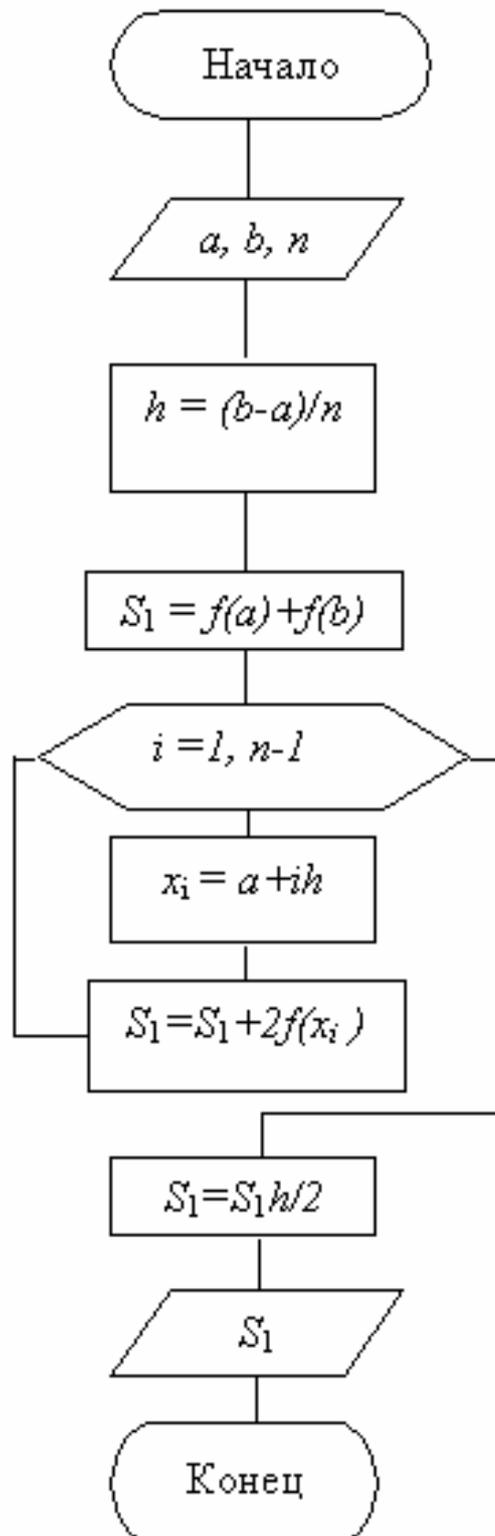


Рис. V.3. Блок-схема вычисления определенного интеграла методом трапеции

V.2.3. Формула Симпсона

Отрезок интегрирования $[a, b]$ разбивается на четное число $n = 2m$ равных интервалов длиной $h = \frac{b-a}{n}$ (рис. V.4). В пределах каждого интервала $[x_0, x_2], [x_2, x_4], \dots, [x_{2m-2}, x_{2m}]$ подынтегральная функция заменяется интер-

поляционным многочленом Лагранжа второй степени с узлами x_i, x_{i+1}, x_{i+2} , что геометрически соответствует замене кривой на параболу (рис. V.4). Значение интеграла в промежутке $[x_i, x_{i+2}]$ определяется формулой

$$S_i = \int_{x_i}^{x_{i+2}} f(x) dx \approx \frac{h}{3} (f(x_i) + 4f(x_{i+1}) + f(x_{i+2})).$$

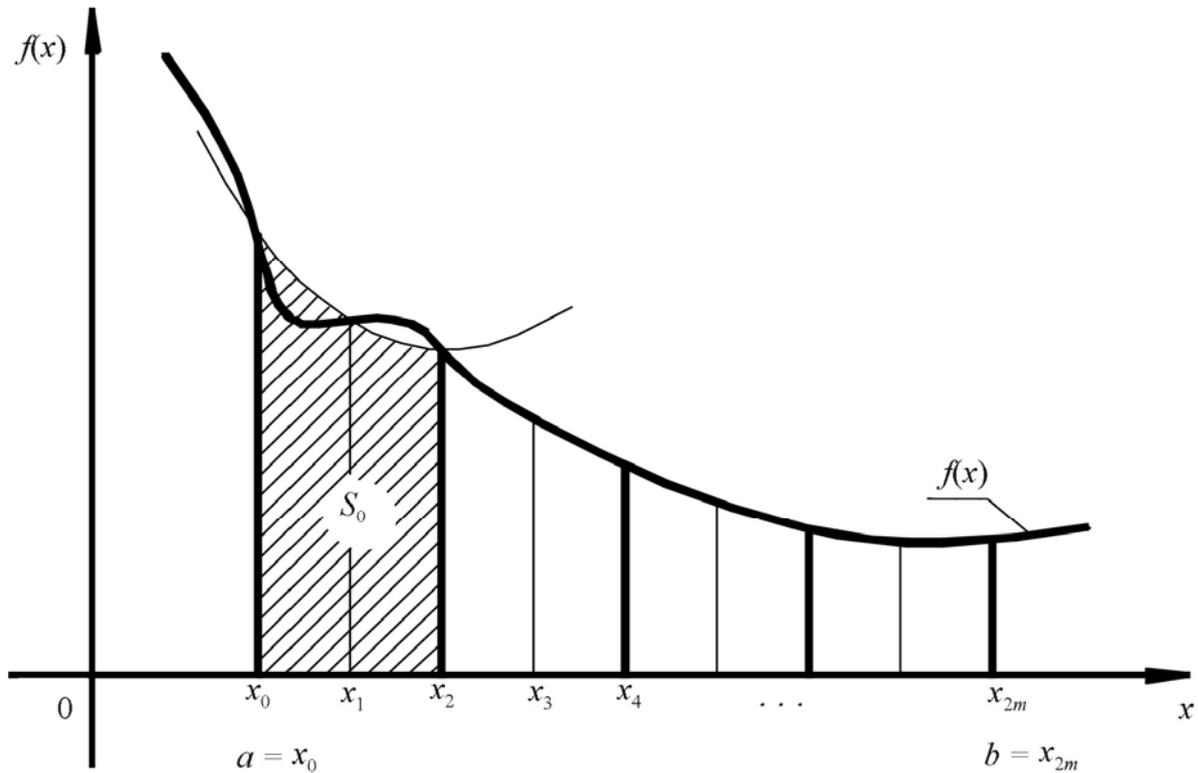


Рис. V.4. Геометрическая интерпретация метода Симпсона

Суммирование значений S_i по участкам разбиения $[x_0, x_2], [x_2, x_4], \dots, [x_{2m-2}, x_{2m}]$ дает общую площадь, то есть значение определенного интеграла с некоторой погрешностью R :

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{3} (f(a) + f(b) + 4[f(x_1) + f(x_3) + \dots + f(x_{2m-1})] + 2[f(x_2) + f(x_4) + \dots + f(x_{2m-2})]) + R. \quad (V.4)$$

Если функция $f(x)$ имеет на отрезке $[a, b]$ непрерывную четвертую производную, то оценка погрешности метода Симпсона выражается формулой

$$|R| \leq \frac{(b-a)h^4}{180} M,$$

где $M = \max_{[a,b]} |f^{IV}(x)|$.

Блок-схемы алгоритмов приведены на [рис. V.5](#), [V.6](#).

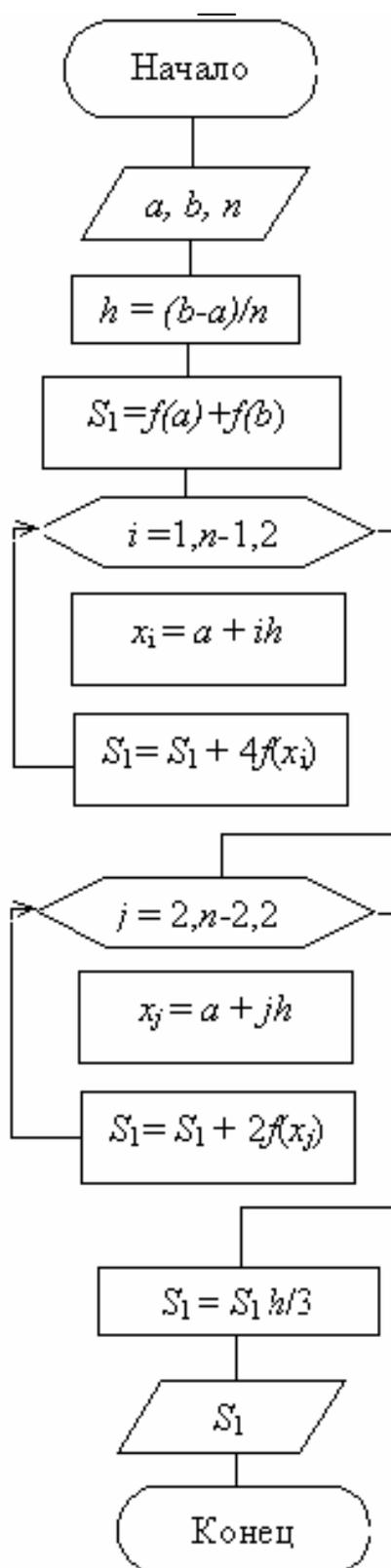


Рис. V.5. Блок-схема вычисления определенного интеграла методом Симпсона с наперед заданным n

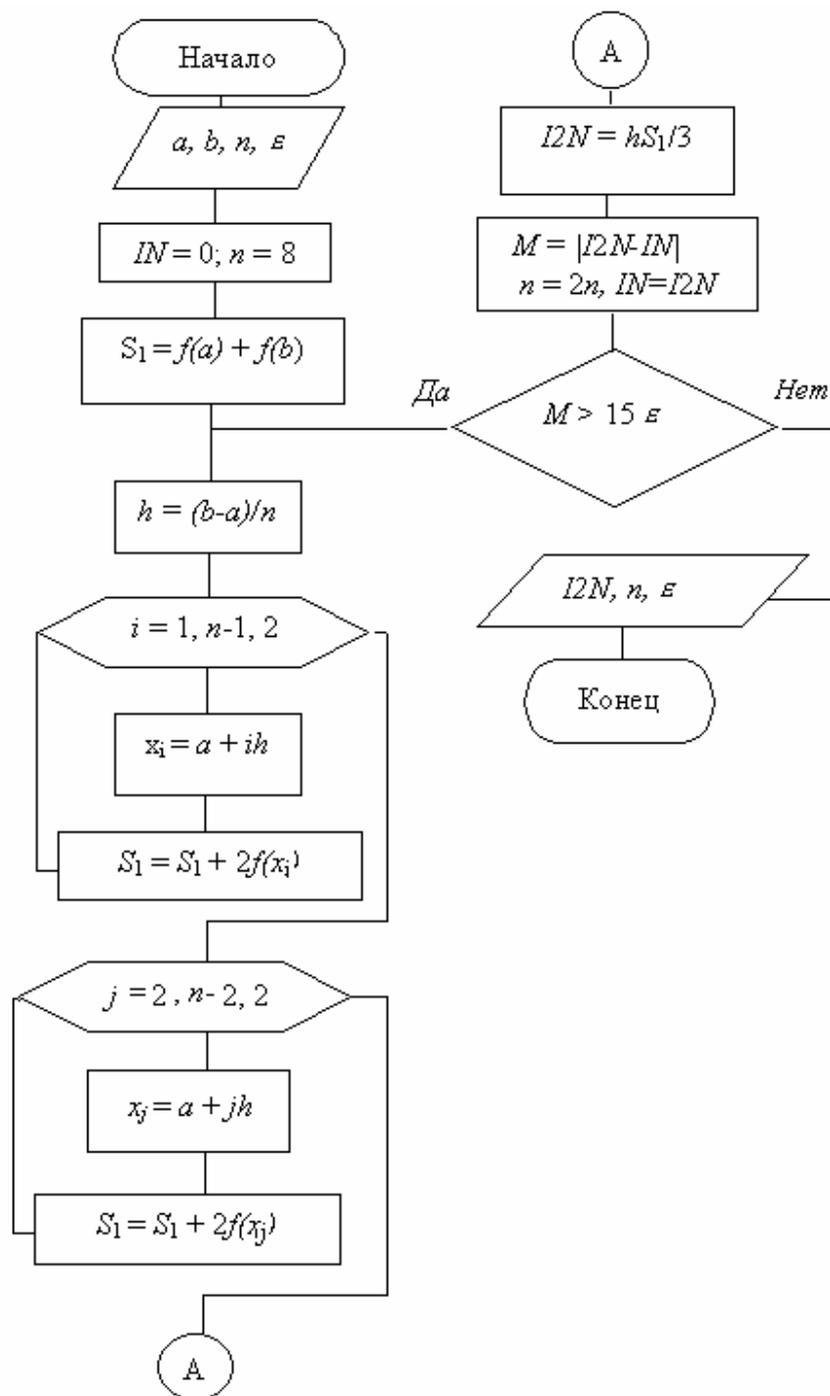


Рис. V.6. Блок-схема вычисления определенного интеграла методом Симпсона с наперед заданной точностью

V.2.4. Основные формулы приложения определенного интеграла

V.2.4.1. Вычисление площади плоской фигуры

1. Если кривая $y = f(x)$ задана на отрезке $[a, b]$, то площадь плоской фигуры, ограниченной данной линией и линиями $x = a, x = b$, вычисляется по формуле

$$S = \int_a^b f(x) dx.$$

2. Если кривая $x = f(y)$ задана на отрезке $[c, d]$, то площадь плоской фигуры, ограниченной данной линией и линиями $y = c, y = d$, вычисляется по формуле

$$S = \int_c^d f(y) dy. \quad (\text{V.5})$$

3. Если фигура задана линиями $y = f_1(x), y = f_2(x), x = a, x = b$, причем линия $y = f_2(x)$ расположена выше линии $y = f_1(x)$, то площадь фигуры вычисляется по формуле

$$S = \int_a^b (f_2(x) - f_1(x)) dx. \quad (\text{V.6})$$

4. В случае, когда фигура ограничена линиями, заданными в параметрической форме $x = \varphi(t), y = \psi(t)$, ее площадь вычисляется по формуле

$$S = \int_{t_1}^{t_2} (\psi(t) \cdot \varphi'(t)) dt. \quad (\text{V.7})$$

V.2.4.2. Вычисление длины дуги

1. Если кривая $y = f(x)$ задана на отрезке $[A, B]$, то длина соответствующей дуги этой кривой находится по формуле

$$L_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx.$$

2. Если кривая $x = g(y)$ задана на отрезке $[A, B]$, то длина соответствующей дуги этой кривой находится по формуле

$$L_{AB} = \int_{y_A}^{y_B} \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2} dy.$$

3. При параметрическом задании кривой $x = x(t), y = y(t)$ длина дуги кривой, соответствующая изменению параметра t от t_1 до t_2 , определяется по формуле

$$L_{AB} = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt.$$

V.2.4.3. Вычисление пути, пройденного точкой

Путь, пройденный точкой, вычисляется по формуле

$$S = \int_{t_1}^{t_2} V(t) dt,$$

где $V = V(t)$ — скорость точки.

V.2.4.4. Определение статических моментов и центра тяжести плоской фигуры

Статические моменты определяются по формулам

$$M_x = \frac{1}{2} r \int_a^b y^2 dx; \quad M_y = r \int_a^b xy dy,$$

где M_x, M_y — статические моменты;

$$m = r \int_a^b y dx,$$

где m — масса фигуры; r — плотность фигуры.

Координаты центра тяжести определяются по формулам

$$x_0 = \frac{M_y}{m}; \quad y_0 = \frac{M_x}{m}.$$

V.3. Варианты индивидуальных заданий

Варианты индивидуальных заданий приведены в табл. V.1.

Таблица V.1

Варианты индивидуальных заданий

Номер варианта	Номера задач	Номер варианта	Номера задач
1	1.1, 2.1, 3.1, 4.1	11	1.1, 2.2, 3.4, 4.3
2	1.2, 2.2, 3.2, 4.2	12	1.2, 2.2, 3.5, 4.5
3	1.3, 2.3, 3.3, 4.3	13	1.3, 2.3, 3.6, 4.6
4	1.4, 2.4, 3.4, 4.4	14	1.4, 2.4, 3.3, 4.7
5	1.5, 2.5, 3.5, 4.5	15	1.5, 2.5, 3.7, 4.8
6	1.6, 2.6, 3.6, 4.6	16	1.6, 2.6, 3.8, 4.9
7	1.7, 2.7, 3.7, 4.7	17	1.7, 2.7, 3.9, 4.10
8	1.8, 2.8, 3.8, 4.8	18	1.8, 2.8, 3.10, 4.3
9	1.9, 2.9, 3.9, 4.9	19	1.9, 2.9, 3.4, 4.5
10	1.10, 2.10, 3.10, 4.10	20	1.10, 2.2, 3.5, 4.6

V.4. Задания

Задача 1.1—1.10. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями. Уравнения линий заданы в табл. V.2.

Таблица V.2

Уравнения линий

Номер задачи	Виды функций	Номер задачи	Виды функций
1.1	$y = 2x - x^2, \quad y = -x$	1.6	$y = 3 - 2x^2, \quad y = x^2$
1.2	$y = \ln(x), \quad y = x - 5$	1.7	$y = x^2, \quad y = 2x$
1.3	$y = \ln(x), \quad y = \ln(x)^2$	1.8	$y = \ln(x), \quad y = x - 3$
1.4	$y = 3x - x^2, \quad y = -x + 1$	1.9	$y = \frac{x^2}{3}, \quad y = 4 - \frac{2}{3}x^2$
1.5	$y = x^2 - 1, \quad y = \sqrt{x+2}$	1.10	$y = x^2, \quad y = \sqrt{x}$

Задача 2.1—2.10. Вычислить длину дуги кривой, заданной в табл. V.3.

Таблица V.3

Длина дуги кривой

Номер задачи	Виды функций	Номер задачи	Виды функций
2.1	$y^2 = x^3$, от $A(0,0)$, до $B(4,8)$	2.6	$x = \ln(\cos(y))$, от $y = 0$ до $y = \frac{\pi}{3}$
2.2	$x = \frac{y^2}{4}$, от $x = 0$ до $x = 1$	2.7	$y = \ln(1 - x^2)$, от $x = 0$ до $x = 0,5$
2.3	$y = e^x$, от $A(0,1)$ до $B(1,e)$	2.8	$x = 2\cos(t)^3$, $y = 2\sin(t)^3$, от $A(0,2)$ до $B(2,0)$
2.4	$x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}\ln(y)$, от $y = 1$ до $y = e$	2.9	$x = 3(t - \sin(t))$, $y = 3(1 - \cos(t))$, от $t = 0$ до $t = 2\pi$
2.5	$y = \ln(x)$, от $x = 1$ до $x = 4$	2.10	$x = 2(\cos(t) + t \sin(t))$, $y = 2(\sin(t) - t \cos(t))$, от $t = 0$ до $t = 5$

Задача 3.1—3.10. Скорость движения материальной точки, движущейся прямолинейно, задается формулой $V = F(t)$, м/с. Найти путь, пройденный точкой за первые L секунд от начала движения. Уравнения движения заданы в табл. V.4.

Таблица V.4

Уравнения движения

Номер задачи	Виды функций	Номер задачи	Виды функций
3.1	$V = \frac{t}{t^2 + 3t + 2}$, $L = 3$	3.6	$V = \frac{t}{t^2 + 4t + 5}$, $L = 7$
3.2	$V = \ln(t + 2)$, $L = 5$	3.7	$V = e^{-2t} \cos(t)$, $L = 5$
3.3	$V = te^{-t}$, $L = 4$	3.8	$V = \frac{t}{2\cos(t) + 3}$, $L = 6$
3.4	$V = t \cos(t)$, $L = 2$	3.9	$V = \frac{1}{t^3 + t + 1}$, $L = 8$
3.5	$V = t^3 \sin(t)$, $L = 3$	3.10	$V = \frac{1}{5 - 3\cos(t)}$, $L = 6$

Задача 4.1—4.10. Найти статические моменты и координаты центра тяжести фигуры, ограниченной линиями, заданными в табл. V.5.

Таблица V.5

Статические моменты и координаты центра

Номер задачи	Виды функций	Номер задачи	Виды функций
4.1	$x + y = 5,$ $x = 0,$ $y = 0$	4.6	$y = \sin(x),$ $y = 0,$ $x \in [0, \pi]$
4.2	$x^2 + y^2 = 9,$ $y \geq 0$	4.7	$y = \frac{1}{1 + x^2},$ $y = x^2$
4.3	$x = 2(t - \sin(t)),$ $y = 2(1 - \cos(t)),$ $t \in [0, 2\pi]$	4.8	$y = \sin(x),$ $y = 0,5,$ $x = 0$
4.4	$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1,$ $x \geq 0,$ $y \geq 0$	4.9	$x = \cos(t)^3,$ $y = \sin(t)^3,$ $x \geq 0,$ $y \geq 0$
4.5	$y = x^2,$ $x = y^2$	4.10	$2x + 3y = 6,$ $x = 0,$ $y = 0$

V.5. Порядок выполнения заданий

1. Изучить теоретический материал по теме «Численное интегрирование».

2. Выбрать индивидуальное задание из таблицы V.1 по варианту, номер которого равен сумме двух последних цифр зачетной книжки. Цифра 0 в последних цифрах зачетной книжки при выборе варианта берется за число 10.

3. Определить математические формулы, необходимые для решения ваших задач.

4. Найти пределы интегрирования для вычисления определенных интегралов в задачах 1, 2 и 4, используя графические или математические возможности системы MathCAD.

5. Для вычисления интегралов в задачах 1 и 2 применить численный метод интегрирования Симпсона. Интеграл вычислить двумя способами: с наперед заданным n и с заданной точностью ε (рис. V.5, V.6).

6. Вычислить точное значение определенного интеграла в задаче 1 по формулам интегрирования.

7. Оценить абсолютную и относительную погрешности значения определенного интеграла в задаче 1.

8. Для вычисления интегралов в задачах 3 и 4 использовать метод трапеций. Интеграл вычислить двумя способами: с наперед заданным n и с точностью ε .

9. Сравнить полученные результаты и сделать вывод.

10. Оформить отчет.

11. Подготовить ответы на контрольные вопросы.

Отчет должен содержать:

название лабораторной работы;

цель лабораторной работы;

порядковый номер в групповом журнале и номера задач в индивидуальном задании;

блок-схемы методов численного интегрирования: Симпсона и трапеций;

точную копию документа MathCAD, созданного в процессе решения задач;

точное вычисление интеграла;

анализ полученных результатов.

V.6. Примеры выполнения заданий

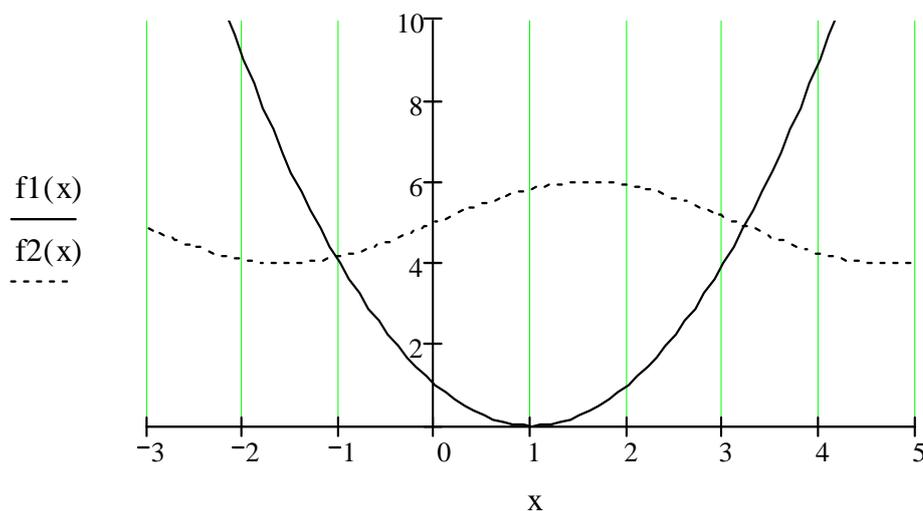
Задача 1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y(x) = \sin(x) + 5$ и $y(x) = (x - 1)^2$.

Решение.

1. Определим пределы интегрирования, построив графики функций:

$$f2(x) := \sin(x) + 5$$

$$f1(x) := (x - 1)^2$$



Для вычисления площади криволинейной трапеции применяется формула (V.3).

2. Найдем абсциссы точек пересечения графиков, нанеся масштабную сетку. Отсюда получим приближенные значения пределов интегрирования a и b .

$$a := -1$$

$$b := 3.1$$

Для уточнения этих значений, используем встроенную функцию **root**.

$$f(x) := f_2(x) - f_1(x)$$

$$a := \text{root}(f(a), a) \qquad b := \text{root}(f(b), b)$$

$$a = -1.0349115 \qquad b = 3.2187062$$

3. Согласно блок-схеме алгоритма Симпсона, приведенной на [рис. V.5](#), вычислим площадь при $n = 10$.

$$n := 10 \quad S_1 := f(a) + f(b)$$

$$h := \frac{b - a}{n}$$

$$S_1 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1, 3.. n - 1 \\ \quad \left| \begin{array}{l} x_i \leftarrow a + i \cdot h \\ S_1 \leftarrow S_1 + 4 \cdot f(x_i) \end{array} \right. \\ \text{for } j \in 2, 4.. n - 2 \\ \quad \left| \begin{array}{l} x_j \leftarrow a + j \cdot h \\ S_1 \leftarrow S_1 + 2 \cdot f(x_j) \end{array} \right. \\ S_1 \end{array} \right.$$

$$S1 := \frac{h}{3} \cdot S_1 \qquad S1 = 16.3265911$$

4. Возвращаемся к началу решения, задаем $n = 20$ и аналогично получаем значение S_2 .

$$n := 20 \quad S_2 := f(a) + f(b) \quad h := \frac{b - a}{n}$$

$$S_2 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1, 3.. n - 1 \\ \quad \left| \begin{array}{l} x_i \leftarrow a + i \cdot h \\ S_2 \leftarrow S_2 + 4 \cdot f(x_i) \end{array} \right. \\ \text{for } j \in 2, 4.. n - 2 \\ \quad \left| \begin{array}{l} x_j \leftarrow a + j \cdot h \\ S_2 \leftarrow S_2 + 2 \cdot f(x_j) \end{array} \right. \\ S_2 \end{array} \right.$$

$$S2 := \frac{h}{3} \cdot S_2$$

$$S2 := 16.3263282$$

5. Вычислим интеграл с заданной точностью, используя арифметический оператор.

$$\begin{aligned} \text{TOL} &:= 0.001 & S3 &:= \int_a^b f(x) dx & S3 &= 16.326311 \\ \text{TOL} &:= 0.000001 & S4 &:= \int_a^b f(x) dx & S4 &= 16.3263109 \end{aligned}$$

6. Вычислим точное значение определенного интеграла, определив первообразную $F(x)$ функции $f(x) = \sin(x) + 5 - (x - 1)^2$.

$$\begin{aligned} F(x) &:= -\cos(x) + 5 \cdot x - \frac{(x-1)^3}{3} \\ S &:= F(b) - F(a) \\ S &= 16.3263109 \end{aligned}$$

7. Оценим абсолютные погрешности полученных результатов.

$$\begin{aligned} a1 &:= |S - S1| & a1 &= 2.8021319 \times 10^{-4} \\ a2 &:= |S - S2| & a2 &= 1.7275288 \times 10^{-5} \\ a3 &:= |S - S3| & a3 &= 3.5527137 \times 10^{-15} \\ a4 &:= |S - S4| & a4 &= 3.5527137 \times 10^{-15} \end{aligned}$$

8. Оценим относительные погрешности.

$$\begin{aligned} w1 &:= \left| \frac{a1}{S1} \right| \cdot 100 & w1 &= 1.7162994 \times 10^{-3} \\ w2 &:= \left| \frac{a2}{S2} \right| \cdot 100 & w2 &= 1.0581245 \times 10^{-4} \\ w3 &:= \left| \frac{a3}{S3} \right| \cdot 100 & w3 &= 2.1760664 \times 10^{-14} \\ w4 &:= \left| \frac{a4}{S4} \right| \cdot 100 & w4 &= 2.1760664 \times 10^{-14} \end{aligned}$$

Анализируя полученные результаты, получаем, что в методе Симпсона увеличение числа отрезков разбиения вдвое уменьшает погрешность результата с 0,001716 % до 0,001058 %.

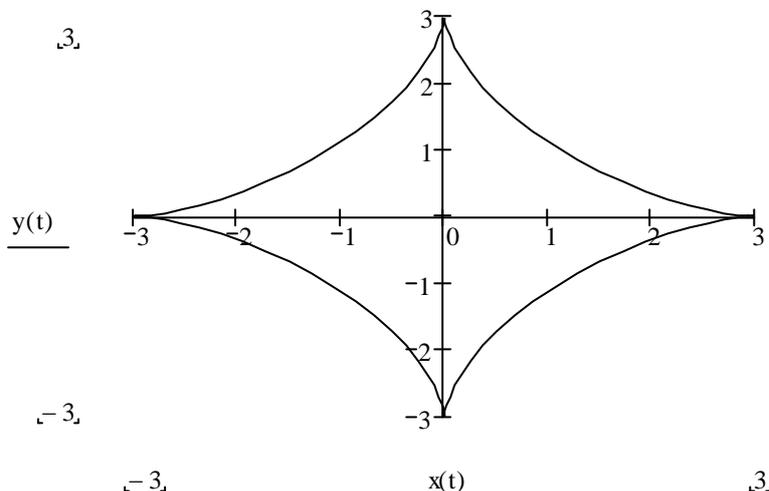
Если же используется встроенный оператор системы MathCAD для вычисления определенного интеграла, то точность резко возрастает. При $\text{TOL} = 0,001$ относительная погрешность составляет $2,1760664 \cdot 10^{-14}$ %.

Задача 2. Вычислить длину дуги плоской кривой (астроиды), заданной параметрическими уравнениями $y = 3\cos(t)^3$, $x = 3\sin(t)^3$.

Решение. Так как астроида симметрична относительно осей координат, вычислим только четвертую часть длины дуги этой кривой. Параметр t при этом принимает значения от $tA = 0$ до $tB = \pi/2$.

1. Построим линию:

$$x(t) := 3 \cdot \cos(t)^3 \quad y(t) := 3 \cdot \sin(t)^3 \quad t := 0, \frac{\pi}{48} .. 2 \cdot \pi$$



2. Вычислим определенный интеграл методом Симпсона при $n = 10$.

Для вычисления длины кривой, заданной параметрически, используем формулу (V.4), тогда

$$f(t) := \sqrt{\left(\frac{d}{dt}x(t)\right)^2 + \left(\frac{d}{dt}y(t)\right)^2}$$

$$tA := 0 \quad tB := \frac{\pi}{2} \quad n := 10 \quad h := \frac{tB - tA}{n}$$

$$S_1 := f(tA) + f(tB) \quad S_1 = 0$$

$$S_1 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1, 3..n-1 \\ \quad \left| \begin{array}{l} t_i \leftarrow tA + i \cdot h \\ S_1 \leftarrow S_1 + 4 \cdot f(t_i) \end{array} \right. \\ \text{for } j \in 2, 4..n-2 \\ \quad \left| \begin{array}{l} t_j \leftarrow tA + j \cdot h \\ S_1 \leftarrow S_1 + 2 \cdot f(t_j) \end{array} \right. \\ S_1 \end{array} \right.$$

$$S1 := \frac{h}{3} \cdot S_1 \quad S1 = 4.500246$$

Так как нами в силу симметрии фигуры вычислена только четвертая часть длины, умножим результат на 4:

$$S1 := 4 \cdot S1 \quad S1 = 18.000986$$

Возвращаясь к началу решения, зададим $n = 20$, после чего получаем

$$n := 20 \quad S_2 := 4.500015$$

$$S2 := 4 \cdot S_2 \quad S2 = 18.00006$$

Для вычисления интеграла с заданной точностью (TOL), используем арифметический оператор

$$TOL := 0.001 \quad S3 := \int_0^{2\pi} f(t) dt \quad S3 = 18$$

$$\Delta := \frac{|S1 - S2|}{3} \quad \Delta = 3.533253 \times 10^{-7}$$

Анализируя полученные результаты, приходим к выводу, что увеличение числа интервалов интегрирования обеспечивает большую точность вычислений.

Задача 3. Найти путь, пройденный точкой за первые $L = 3$ с от начала движения, если скорость движения изменяется по формуле $V(t) = \ln(t + 5)\sin(t)$.

Решение.

1. Согласно алгоритму метода трапеций вычислим путь при $n = 10$.

$$V(t) := \ln(t + 5) \cdot \sin(t) \quad L := 3$$

$$t1 := 0 \quad t2 := t1 + L \quad n := 10 \quad h := \frac{t2 - t1}{n} \quad h = 0.3$$

$$S_1 := V(t1) + V(t2)$$

$$S_1 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..n - 1 \\ \quad \left| \begin{array}{l} t_i \leftarrow t1 + i \cdot h \\ S_1 \leftarrow S_1 + 2 \cdot V(t_i) \end{array} \right. \\ S_1 \end{array} \right.$$

$$S1 := \frac{h}{2} \cdot S_1 \quad S1 = 3.706023$$

Удваиваем число разбиений и вычислим интеграл при $n = 20$.

$$n := 20 \quad S2 := 3.726597$$

Для вычисления интеграла с заданной точностью воспользуемся арифметическим оператором TOL.

$$TOL := 0.001 \quad S3 := \int_{t1}^{t2} V(t) dt \quad S3 = 3.733$$

3. Для анализа результатов вычислим погрешность метода трапеций по правилу Рунге.

$$\Delta := \frac{|S1 - S2|}{3} \quad \Delta = 6.858 \times 10^{-3}$$

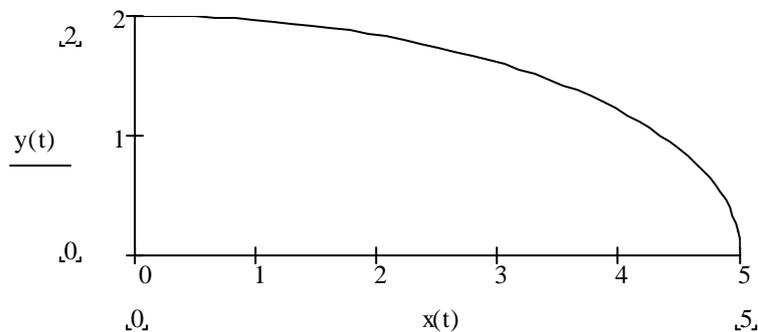
Задача 4. Найти статические моменты относительно осей координат и координаты центра тяжести фигуры, ограниченной линиями $x = 5\cos(t)$, $y = 2\sin(t)$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ (плотность $r = 1$).

Решение.

1. Построим график функции.

$$x(t) := 5 \cdot \cos(t) \quad y(t) := 2 \cdot \sin(t)$$

$$t := 0, \frac{\pi}{96} .. \frac{\pi}{2}$$



Так как границы фигуры заданы параметрически, то в формулах (V.1) и (V.2) переменной интегрирования будет t , тогда $a = t1$, $b = t2$. Определим пределы интегрирования:

$$\begin{aligned} x(t1) = 0, \quad 5 \cos(t1) = 0, \quad t1 = \frac{\pi}{2}, \\ x(t2) = 5, \quad 5 \cos(t2) = 5, \quad t2 = 0. \end{aligned}$$

2. Для нахождения статических моментов, массы и координат центра тяжести фигуры, применяются формулы (V.5— V.7).

Используем вспомогательные функции, являющиеся подынтегральными для соответствующих интегралов в формулах (V.5), (V.6) следующим образом:

$$f1(t) := (y(t))^2 \cdot \frac{d}{dt} x(t) \cdot \frac{1}{2} \quad f2(t) := x(t) \cdot y(t) \cdot \frac{d}{dt} x(t) \quad f3(t) := y(t) \cdot \left(\frac{d}{dt} x(t) \right).$$

3. Вычислим моменты и центр тяжести с использованием арифметического оператора.

$$t1 := \frac{\pi}{2} \quad t2 := 0$$

$$Mx := \int_{t1}^{t2} f1(t) dt \quad Mx = 6.666667 \quad My := \int_{t1}^{t2} f2(t) dt \quad My = 16.666667$$

$$m := \int_{t1}^{t2} f3(t) dt \quad m = 7.853982$$

$$x0 := \frac{My}{m} \quad x0 = 2.122066$$

$$y0 := \frac{Mx}{m} \quad y0 = 0.848826$$

4. Вычисление интеграла выполним по формуле метода трапеций, блок-схема алгоритма приведена на [рис. V.6.](#)

$$n := 10$$

$$I_1 := f1(t1) + f1(t2) \quad I_2 := f2(t1) + f2(t2) \quad I_3 := f3(t1) + f3(t2)$$

$$h := \frac{t2 - t1}{n}$$

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..n-1 \\ \quad \left| \begin{array}{l} t_i \leftarrow t1 + i \cdot h \\ I_1 \leftarrow I_1 + 2 \cdot f1(t_i) \\ I_2 \leftarrow I_2 + 2 \cdot f2(t_i) \\ I_3 \leftarrow I_3 + 2 \cdot f3(t_i) \end{array} \right. \\ \left(\begin{array}{c} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{array} \right) \end{array}$$

$$Mx := I_1 \cdot \frac{h}{2} \quad Mx = 6.666718$$

$$My := I_2 \cdot \frac{h}{2} \quad My = 16.563561$$

$$m := I_3 \cdot \frac{h}{2} \quad m = 7.853982$$

$$x0 := \frac{My}{m} \quad x0 = 2.108938$$

$$y0 := \frac{Mx}{m} \quad y0 = 0.848833$$

5. Оценим относительную погрешность метода трапеций при расчете координат центра тяжести.

$$\Delta x := \frac{|2.122066 - 2.108938|}{2.108938} \cdot 100 \quad \Delta x = 0.622493$$

$$\Delta y := \frac{|0.848826 - 0.848833|}{0.848833} \cdot 100 \quad \Delta y = 8.246616 \times 10^{-4}$$

Контрольные вопросы

1. В чем состоит теоретический смысл формулы:
 - а) трапеций;
 - б) Симпсона.
2. В чем состоит геометрическая интерпретация методов:
 - а) трапеций;
 - б) Симпсона.
3. Как применить арифметический оператор для вычисления определенного интеграла в системе MathCAD?
4. Как изменить точность вычислений при работе с арифметическим оператором вычисления интеграла в системе MathCAD?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Преимущества использования информационных технологий в современном обществе очевидны. Прикладные программные продукты позволяют автоматизировать работу специалистов предметных областей. Перед высшей школой стоит одна из важнейших задач — формирование высоко профессионального специалиста. Для реализации Государственных требований к уровню подготовки выпускников в области информационных технологий, необходимо формирование навыков работы в наиболее распространенных пакетах прикладных программ.

Знания и умения, полученные в результате освоения технологий работы в таких пакетах, как MS Word и MS Excel, относящихся к семейству программ Microsoft Office, популярного математического пакета MathCAD, будут способствовать успеху и в дальнейшей профессиональной деятельности студентов. Обучающийся должен уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Макаров, Е.* Инженерные расчеты в MathCAD 14 / Е. Макаров. — СПб. : Питер, 2007. — 592 с.
2. *Текстовый процессор Microsoft Word 2007* : лаб. работа по дисциплине «Информатика» / сост. О. М. Забродина и др. — Волгоград : Изд-во ВолгГАСУ, 2011. — 67 с.
3. *Богомолова, О. А.* Табличный процессор Microsoft Excel [Электронный ресурс] : учеб.-практ. пособие для бакалавров направления «Строительство» очной формы обучения / О. А. Богомолова, Н. А. Михайлова, А. Д. Скороходова ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Волгогр. гос. архитектур.-строит. ун-т. Волгоград : Изд-во ВолгГАСУ, 2012. — 70 с.
4. *Волков, Е. В.* Численные методы : учебное пособие / Е. В. Волков. — М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. — 256 с.
5. *Турчак, Л. И.* Основы численных методов / Л. И. Турчак. — М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1987. — 320 с.
6. *Бахвалов, Н. С.* Численные методы. Т.1. / Н. С. Бахвалов. — М. : Наука, 1975. — 275 с.

Электронное издание сетевого распространения

Забродина Ольга Михайловна
Михайлова Наталья Анатольевна
Потапова Наталия Николаевна
Ерещенко Татьяна Владимировна
Иванов Игорь Викторович

ИНФОРМАТИКА

Учебное пособие

Начальник РИО *М. Л. Песчаная*
Редактор *И. Б. Чижикова*
Компьютерная правка и верстка *М. А. Денисова*

Минимальные систем. требования:
PC 486 DX-33; Microsoft Windows XP; Internet Explorer 6.0; Adobe Reader 6.0.

Подписано в свет 28.12.2015.
Гарнитура «Таймс». Уч.-изд. л. 11,5. Объем данных 4,8 Мбайт.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет»
Редакционно-издательский отдел
400074, Волгоград, ул. Академическая, 1
<http://www.vgasu.ru>, info@vgasu.ru