

Министерство образования и науки Российской Федерации
Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ПРИМЕРЫ ИХ РЕШЕНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

Часть I. Статически определимые системы

Методические указания к контрольным работам

Составили *Г. В. Воронкова, С. С. Рекунов*

**Волгоград
ВолгГАСУ
2015**



© Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Волгоградский государственный
архитектурно-строительный университет», 2015

УДК 624.041(075.8)
ББК 38.112я73
С863

Р е ц е н з е н т ы:

В. А. Пиеничкина, доктор технических наук, профессор,
директор Института строительства и жилищно-коммунального хозяйства
Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета;
О. В. Душко, кандидат технических наук, доцент,
директор Института дистанционного обучения
Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета

С863 **Строительная** механика. Контрольные задания и примеры их решения для студентов заочной формы обучения. Ч. I. Статически определимые системы : методические указания к контрольным работам / М-во образования и науки Рос. Федерации, Волгогр. гос. архит.-строит. ун-т; сост. Г. В. Воронкова, С. С. Рекунов. — Электронные текстовые и графические данные (0,4 Мбайт). — Волгоград : ВолГАСУ, 2015. — Учебное электронное издание. — Систем. требования: PC 486 DX-33; Microsoft Windows XP; Internet Explorer 6.0; Adobe Reader 6.0. Официальный сайт Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Режим доступа: <http://www.vgasu.ru/publishing/on-line/> — Загл. с титул. экрана.

Методические указания для выполнения контрольных работ первой части курса строительной механики разработаны в соответствии с программой для студентов заочной формы обучения направления подготовки «Строительство». Для каждой темы даны контрольные задания, включающие расчетные схемы и таблицы с исходными данными, приведены примеры решения типовых задач.

Рекомендованы обучающимся для самостоятельной работы при выполнении контрольных работ и подготовке к промежуточной аттестации.

УДК 624.041(075.8)
ББК 38.112я73

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ4
Общие указания о порядке выполнения контрольных работ5
Контрольная работа №1. «РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОЙ МНОГОПРОЛЕТНОЙ БАЛКИ»6
Пояснения к контрольной работе №16
Пример к контрольной работе №110
Контрольная работа №2. «РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОЙ ПЛОСКОЙ ФЕРМЫ»19
Пояснения к контрольной работе №219
Пример к контрольной работе №223
Контрольная работа №3. «ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЕ»33
Пояснения к контрольной работе №3.33
Пример к контрольной работе №337
Библиографический список45

Введение

Для обучающихся строительных специальностей строительная механика является одной из основных дисциплин прочностного цикла. Она базируется на положениях, установленных теоретической механикой и сопротивлением материалов, а сама в свою очередь, является основой для таких курсов, как железобетонные, металлические, деревянные конструкции, основания и фундаменты и других.

Курс строительной механики для студентов заочной формы обучения по направлению «Строительство» состоит из двух частей: первая часть курса относится к расчету статически определимых систем, вторая часть курса – к расчету статически неопределимых систем.

В данных методических указаниях представлены варианты контрольных работ по первой части курса: построение эпюр и линий влияния внутренних усилий в разных расчетных схемах (балки и фермы), определение перемещений в стержневых системах (рамах) от внешних воздействий. К каждой контрольной работе приведен пример решения, необходимые пояснения и ссылки на учебники и учебные пособия, содержащие требуемый для самостоятельного изучения теоретический материал.

Общие указания о порядке выполнения контрольных работ

Исходные данные для решения задач выбираются студентом из таблиц исходных данных вариантов задач в соответствии с его личным учебным шифром (номером зачетной книжки). Из таблиц выписываются три строчки, соответствующие трем последним цифрам номера зачетки. Например, для зачетной книжки номер 3200**591** учебным шифром будут **591** при решении первой задачи «Расчет статически определимой многопролетной балки», согласно таблице 1, получим следующие исходные данные:

для первой цифры шифра «5» – $L_1=5\text{м}$, $b=1\text{м}$, $F=30\text{кН}$;

для второй цифры шифра «9» – $L_2=7\text{м}$, $c=2\text{м}$, $q=20\text{кН/м}$;

для третьей цифры шифра «1» – номер схемы 1, $d=1\text{м}$, $M=50\text{кНм}$.

Работы, выполненные не по шифру и не в соответствии с таблицами исходных данных, не зачитываются и возвращаются без рассмотрения.

Прежде чем приступить к выполнению контрольных работ, рекомендуем изучить теоретический материал по учебникам и учебным пособиям, список которых приведен в конце данного учебного пособия.

Контрольные работы выполняются в тетради в клеточку, с размещением в ней всех чертежей и необходимых расчетов. При оформлении задачи необходимо привести все исходные данные, вычертить заданную схему и указать на ней все размеры и нагрузки. Решение задачи должно сопровождаться краткими и последовательными пояснениями, четкими схемами,

выполненными в масштабе. На эпюрах и линиях влияния должны быть проставлены значения всех характерных ординат.

На обложке контрольной работы должны быть указаны фамилия и инициалы студента, форма обучения, специальность и номер зачетной книжки.

Получив после проверки контрольную работу, студент должен учесть все замечания преподавателя, если они есть. Исправления можно вносить на том же листе или отдельном. Не допускается стирать отмеченные преподавателем ошибки и замечания.

Контрольная работа №1.

«РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОЙ МНОГОПРОЛЕТНОЙ БАЛКИ»

Необходимо для балки, выбранной согласно варианту (табл.1, рис.1,2):

- 1) построить эпюры моментов и поперечных сил;
- 2) построить линии влияния моментов и поперечных сил для заданного сечения и опорной реакции;
- 3) определить по линиям влияния значения момента, поперечной силы и опорной реакции и сравнить с полученным аналитическим решением.

Пояснения к контрольной работе №1.

Для построения эпюр внутренних усилий удобнее пользоваться поэтажной схемой, благодаря которой заданную балку можно рассматривать как ряд простых балок. Поэтажную схему

располагают непосредственно под расчетной схемой заданной балки, а ниже располагаются эпюры моментов и поперечных сил.

Для построения линий влияния следует вычертить заданную балку с поэтажной схемой еще раз, а ниже расположить линии влияния.

Сравнения усилий полученных по линиям влияния и аналитическим расчетом лучше вести в табличной форме с определением погрешности вычислений.

Таблица 1

Первая цифра шифра	L_1 , м	b , м	F , кН	Вторая цифра шифра	L_2 , м	c , м	q , кН/м	Третья цифра шифра (№схемы)	α	d , м	M , кНм
1	5	2	30	1	7	2	20	1	0,3	1	50
2	6	2	40	2	8	2	10	2	0,3	2	50
3	7	2	30	3	5	1	20	3	0,4	1	60
4	8	1	40	4	6	1	10	4	0,4	2	60
5	5	1	30	5	7	2	20	5	0,5	1	50
6	6	1	40	6	8	2	10	6	0,5	2	50
7	7	1	30	7	5	1	20	7	0,4	1	60
8	8	2	40	8	6	1	10	8	0,4	2	60
9	5	2	30	9	7	2	20	9	0,3	1	50
0	6	2	40	0	8	2	10	0	0,3	2	50

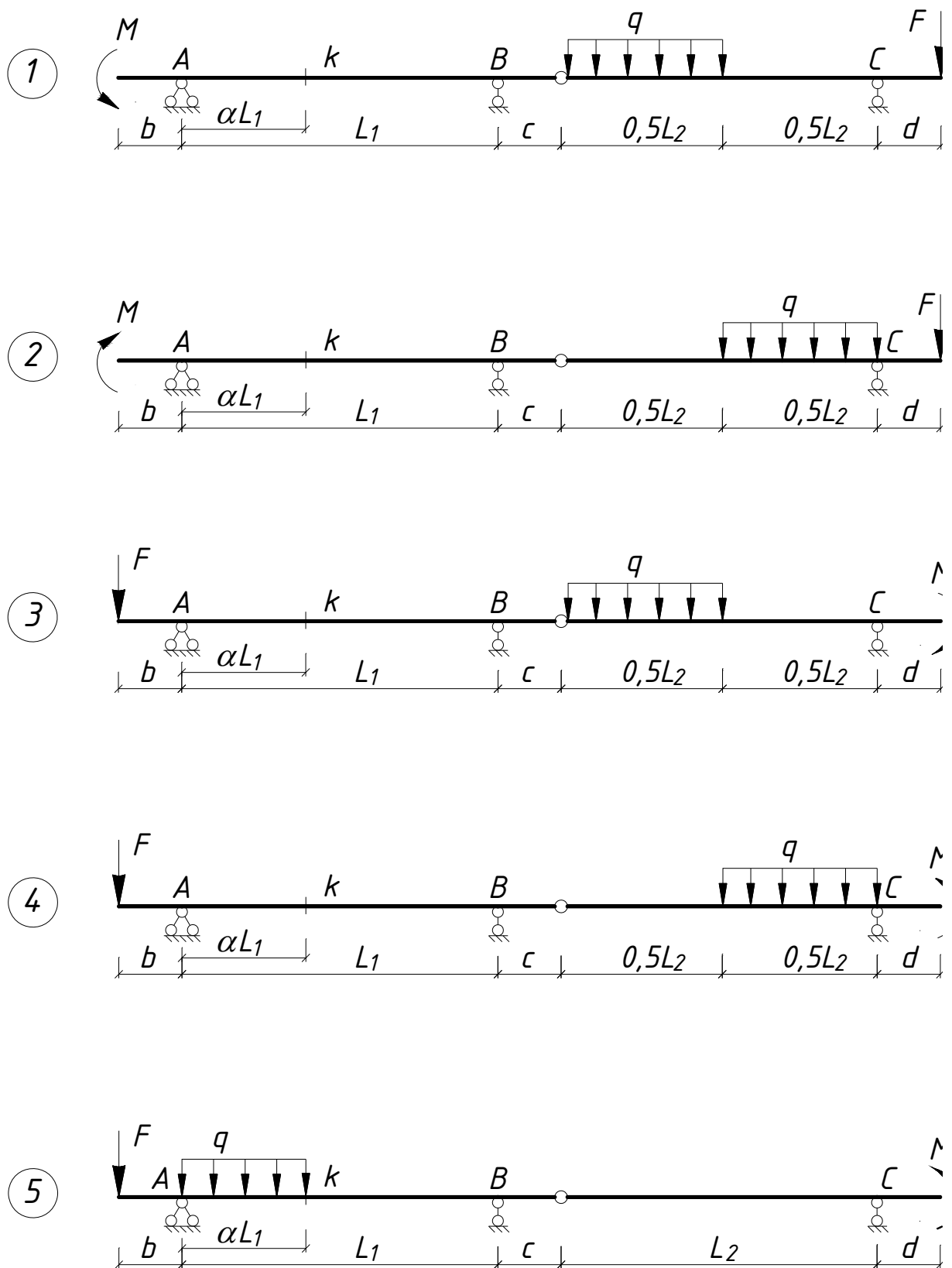


Рис.1. Схемы к заданиям к контрольной работе №1

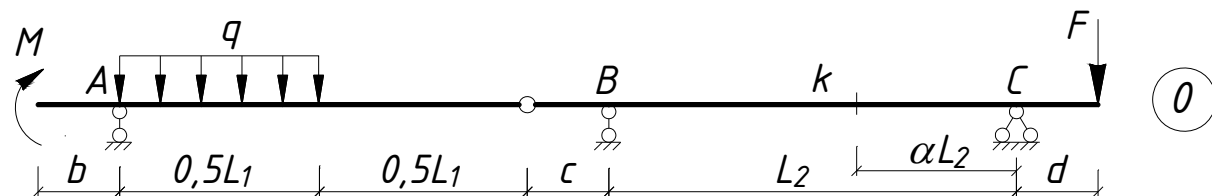
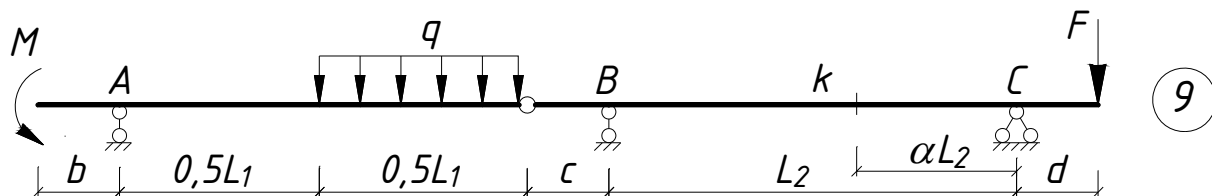
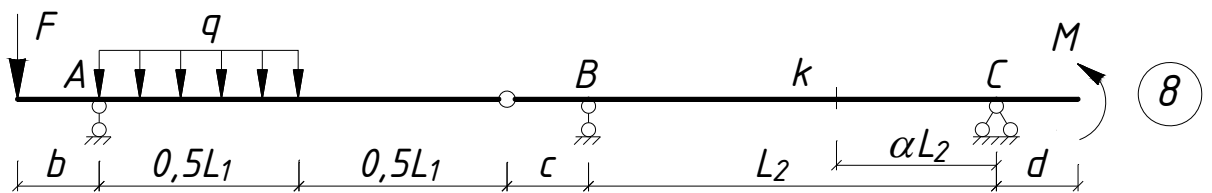
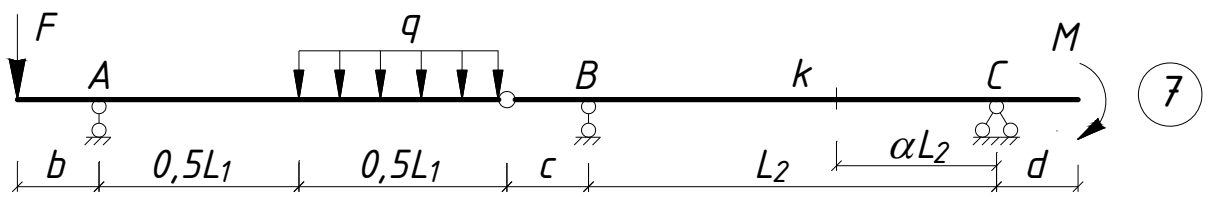
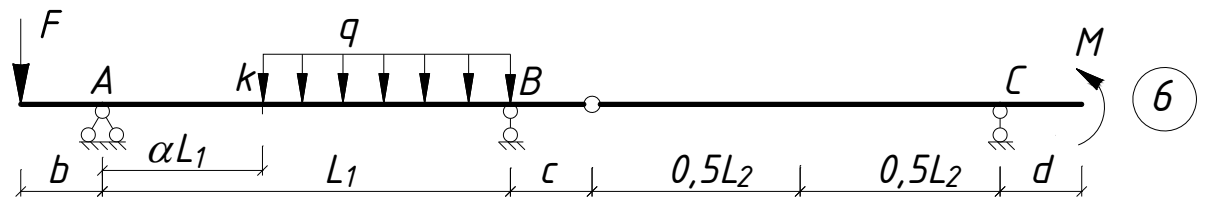


Рис.2. Схемы к заданиям к контрольной работе №1

Пример к контрольной работе №1.

Необходимо для заданной балки (рис.3) построить эпюры моментов и поперечных сил, построить линии влияния для опорной реакции V_B и внутренних усилий в сечении k сечений, сравнить полученные результаты.

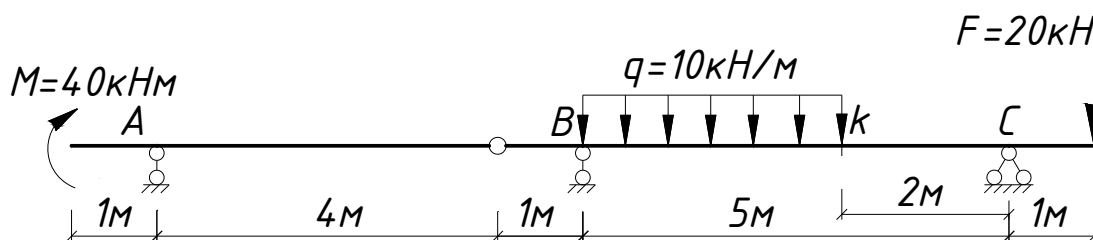


Рис.3

1. Аналитический расчет. Построение эпюр внутренних усилий.

Для решения задачи необходимо построить поэтажную схему. Выбираем главную балку, которая должна быть геометрически неизменяемой. Этому условию удовлетворяет балка BC , которая прикреплена к земле при помощи трех опорных стержней оси, которых не параллельны и не пересекаются в одной точке. Второстепенная балка $AIII$ помещается выше основной, отброшенный шарнир заменяем шарнирно-неподвижной опорой III (рис.4). Нагрузки, приложенные к верхним балкам, передаются на нижние через реакции в введенных опорных связях. Нагрузки, действующие на нижних балках, не будут вызывать усилия в верхних балках, поэтому расчет многопролетной балки начинают с самой верхней.

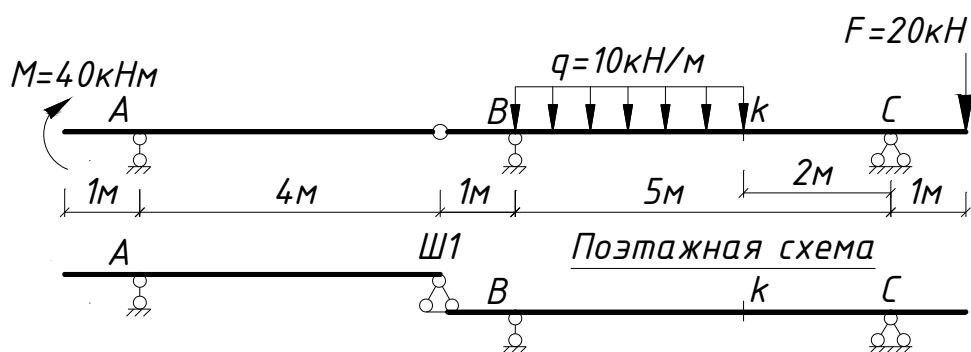


Рис.4

Расчет начинаем с верхней балки АШ1.

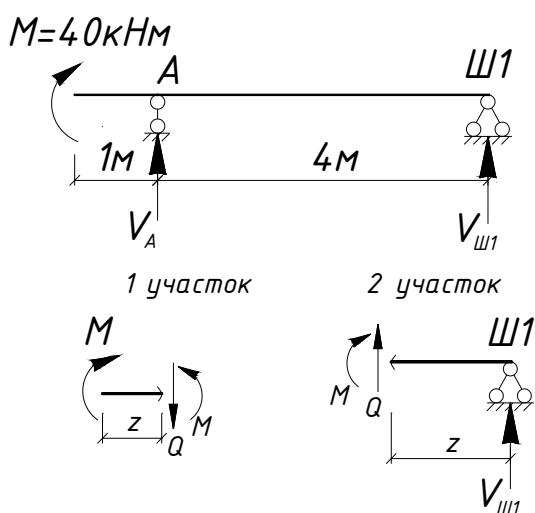


Рис.5

Определяем опорные реакции из уравнений равновесия:

$$\sum M_A = 0, M - V_{Ш1} \cdot 4 = 0,$$

$$V_{Ш1} = M / 4 = 10 \text{ кН};$$

$$\sum M_{Ш1} = 0, M + V_A \cdot 4 = 0,$$

$$V_A = -M / 4 = -10 \text{ кН};$$

$$\sum Y = 0, V_A + V_{Ш1} = 0.$$

Составляем выражения для внутренних усилий. Согласно правилам сопротивления материалов положительное направление для внутреннего усилия изгибающего момента – сверху вниз, а для поперечной силы – направление почасовой стрелке.

$$1 \text{ участок } 0 \leq z \leq 1$$

$$M_z = M$$

$$Q = 0$$

$$2 \text{ участок } 0 \leq z \leq 4$$

$$M_z = V_{Ш1} \cdot z$$

$$Q = -V_{Ш1}$$

По полученным выражениям строим эпюры внутренних усилий (рис.6). Ординаты эпюры M откладываются со стороны растянутых волокон. Знаки на эпюре моментов не ставятся, но обязательно следует поставить численные значения всех характерных ординат.

В эпюре поперечных сил Q положительные ординаты откладываются вверх, отрицательные – вниз и на участках эпюры обязательно ставятся знаки. Эпюра Q также должна иметь значения характерных ординат.

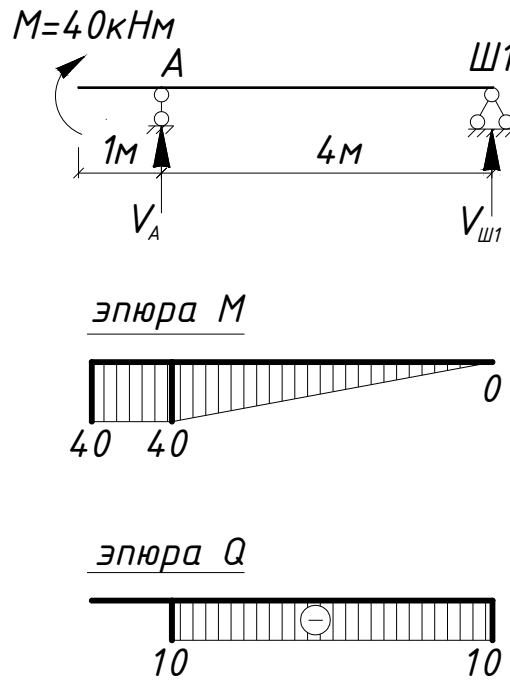


Рис.6

Затем проводим аналогичный расчет основной балки, расположенной ниже. Вместе с внешними нагрузками, необходимо учитывать опорное давление со стороны шарнира Ш1, расположенной выше балки. Это опорное давление равно вычисленной ранее опорной реакции $V_{Ш1}$ и направлено в противоположную сторону (рис.7).

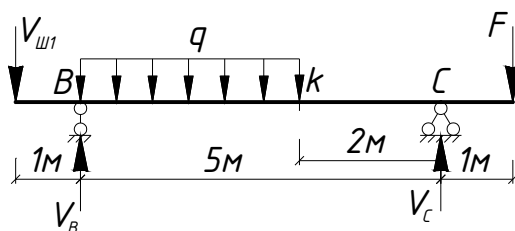


Рис.7

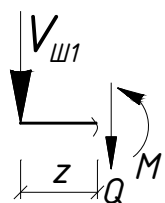
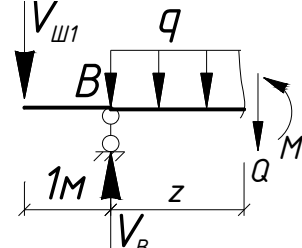
Определяем опорные реакции из уравнений равновесия:

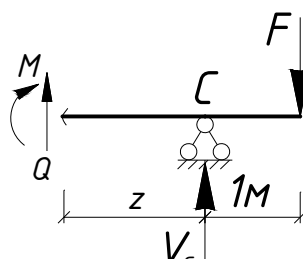
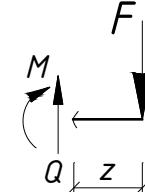
$$\sum M_B = 0, \quad V_{III1} \cdot 1 - q \cdot 3 \cdot 1,5 + V_C \cdot 5 - F \cdot 6 = 0, \quad V_C = 31 \text{ кН};$$

$$\sum M_C = 0, \quad V_{III1} \cdot 6 - V_B \cdot 5 + q \cdot 3 \cdot 3,5 - F \cdot 1 = 0, \quad V_B = 29 \text{ кН};$$

$$\sum Y = 0, \quad V_B - V_{III1} - q \cdot 3 + V_C - F = 0.$$

Составляем выражения для внутренних усилий.

 <p>1 участок $0 \leq z \leq 1$ $M_z = -V_{III1} \cdot z$ $Q = 0$</p>	 <p>2 участок $0 \leq z \leq 3$ $M_z = -V_{III1}(1+z) +$ $+ V_B \cdot z - q \frac{z^2}{2}$ $Q = -V_{III1} + V_B - q \cdot z$</p>
---	--

 <p>3 участок $0 \leq z \leq 2$ $M_z = -F(1+z) +$ $+ V_C \cdot z$ $Q = F - V_C$</p>	 <p>4 участок $0 \leq z \leq 1$ $M_z = -F \cdot z$ $Q = F$</p>
--	---

По полученным выражениям строим эпюры внутренних усилий (рис.8).

Все полученные эпюры M и Q следует объединить на оси многопролетной балки (рис.9).

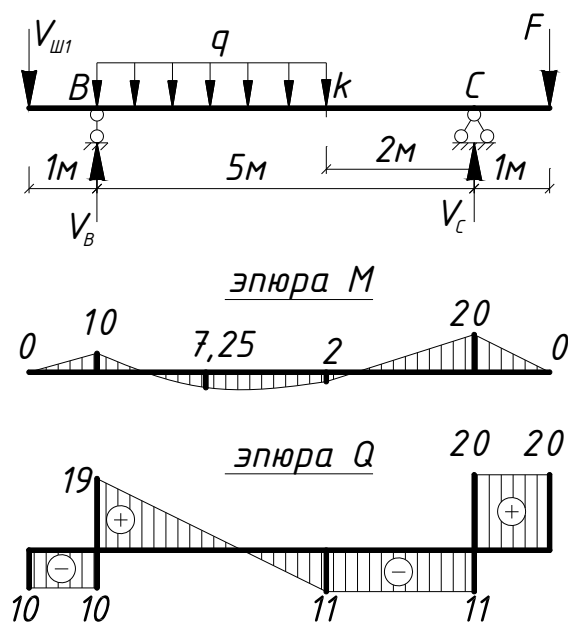


Рис.8

2. Построение линий влияния.

Линия влияния – график, изображающий закон изменения какого-либо усилия при движении по сооружению вертикального груза $F=1$. Построение линий влияния в многопролетных статически определимых балках начинается с той балки, на которой расположено заданное сечение. После построения линии влияния для простой балки, продолжают графики линий влияния на вышележащие балки прямыми линиями, проводя их через нулевые ординаты на опорах и учитывая, что графики линий влияния в шарнирах балки преломляются. Ординаты линий влияния определяем из подобия треугольников.

Линия влияния опорной реакции V_C .

Для построения линии влияния опорной реакции V_C рассмотрим балку BC . В заданной опоре C откладываем ординату $+1$ и соединяем с нулем на опоре B . Прямую линию продлеваем на консоли (рис.10).

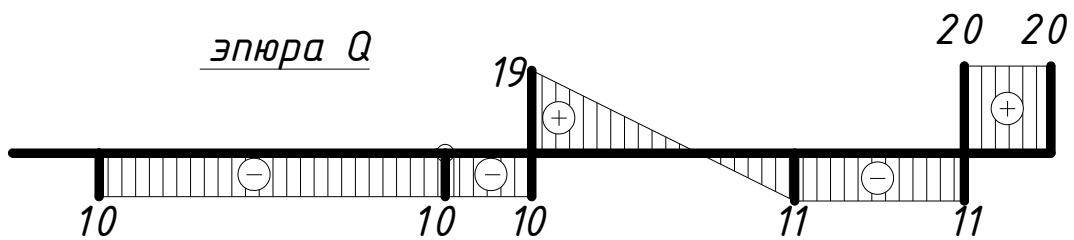
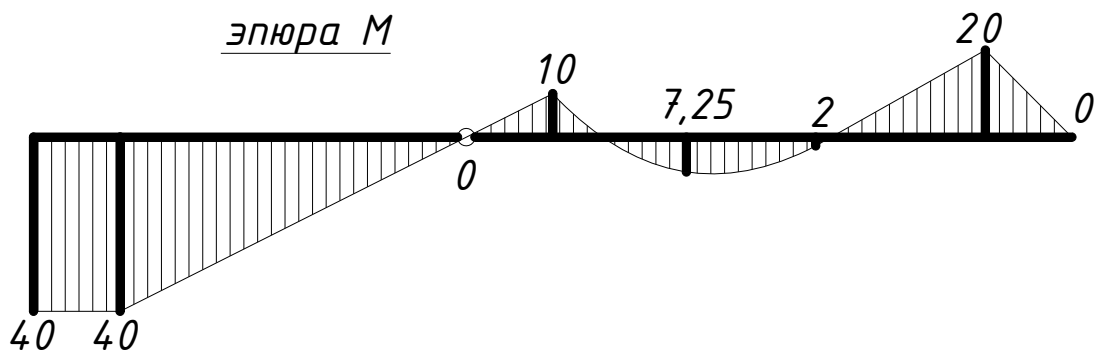
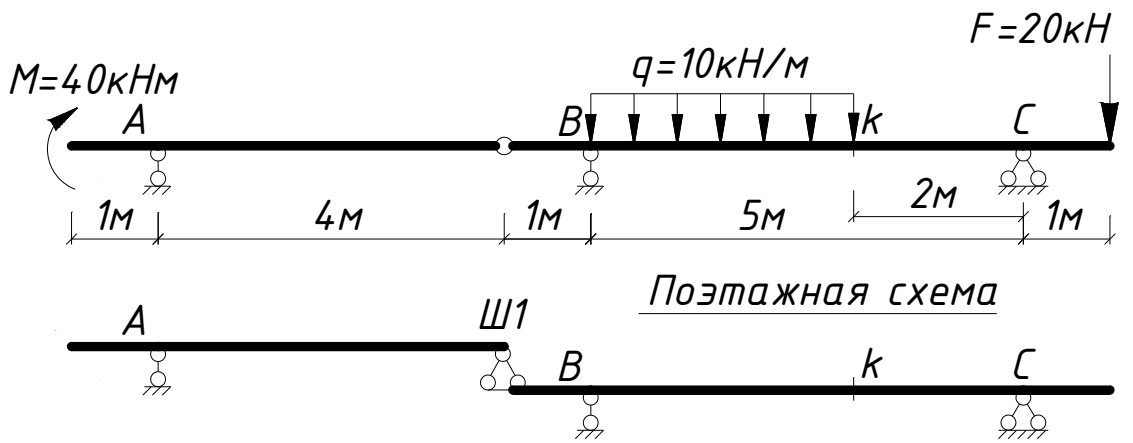


Рис.9

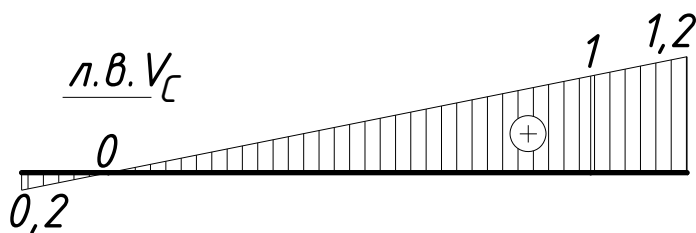
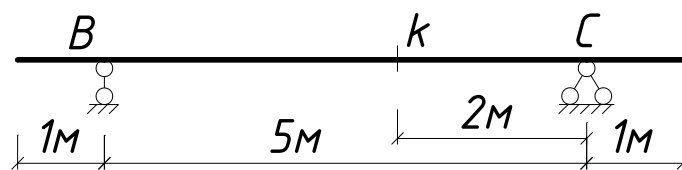


Рис.10

Затем передаем на вышележащую второстепенную балку $AШ_1$, учитывая, что в опоре A ордината линии влияния равна 0 (рис.13).

Линия влияния момента в сечении k .

На левой вертикали, проведенной через левую опору B откладываем расстояние от этой опоры до сечения 3м . Полученную точку соединяем с нулем на правой опоре C .

На правой вертикали, проведенной через правую опору C откладываем расстояние от этой опоры до сечения 2м . Полученную точку соединяем с нулем на левой опоре B (рис.11).

Затем передаем линию влияния на вышележащую балку (рис.13).

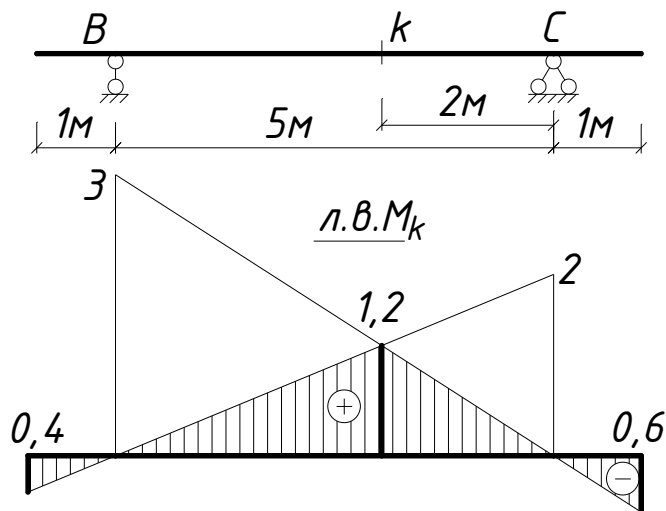


Рис.11

Линия влияния поперечной силы в сечении k .

На левой вертикали, проведенной через левую опору B откладываем ординату $+1$. Полученную точку соединяем с нулем на правой опоре C .

На правой вертикали, проведенной через правую опору C откладываем ординату -1 . Полученную точку соединяем с нулем на левой опоре B (рис.12).

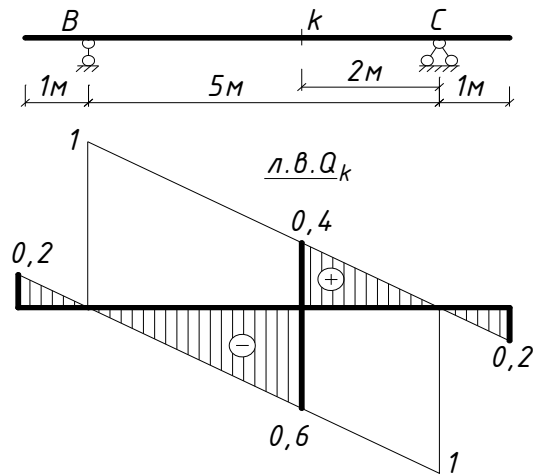


Рис.12

Затем передаем линию влияния на вышележащую балку (рис.13).

По линиям влияния определяем усилия по формуле

$$Y = \sum (F \cdot y) + \sum (q \cdot S) + \sum (M \cdot \operatorname{tg} \alpha),$$

где y – координата на линии влияния под сосредоточенной силой; S – площадь линии влияния на участке под распределенной нагрузкой; α – угол наклона линии влияния к горизонтали под сосредоточенным моментом.

$$V_A = 20 \cdot 1,2 + 10 \cdot 0,6 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} - 40 \cdot \frac{0,05}{1} = 31 \text{ кН}$$

$$M_k = 20 \cdot (-0,6) + 10 \cdot 1,2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} - 40 \cdot \frac{0,1}{1} = 2 \text{ кНм}$$

$$Q_k = 20 \cdot (-0,2) + 10 \cdot (-0,6) \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} + 40 \cdot \frac{0,05}{1} = -11 \text{ кН}$$

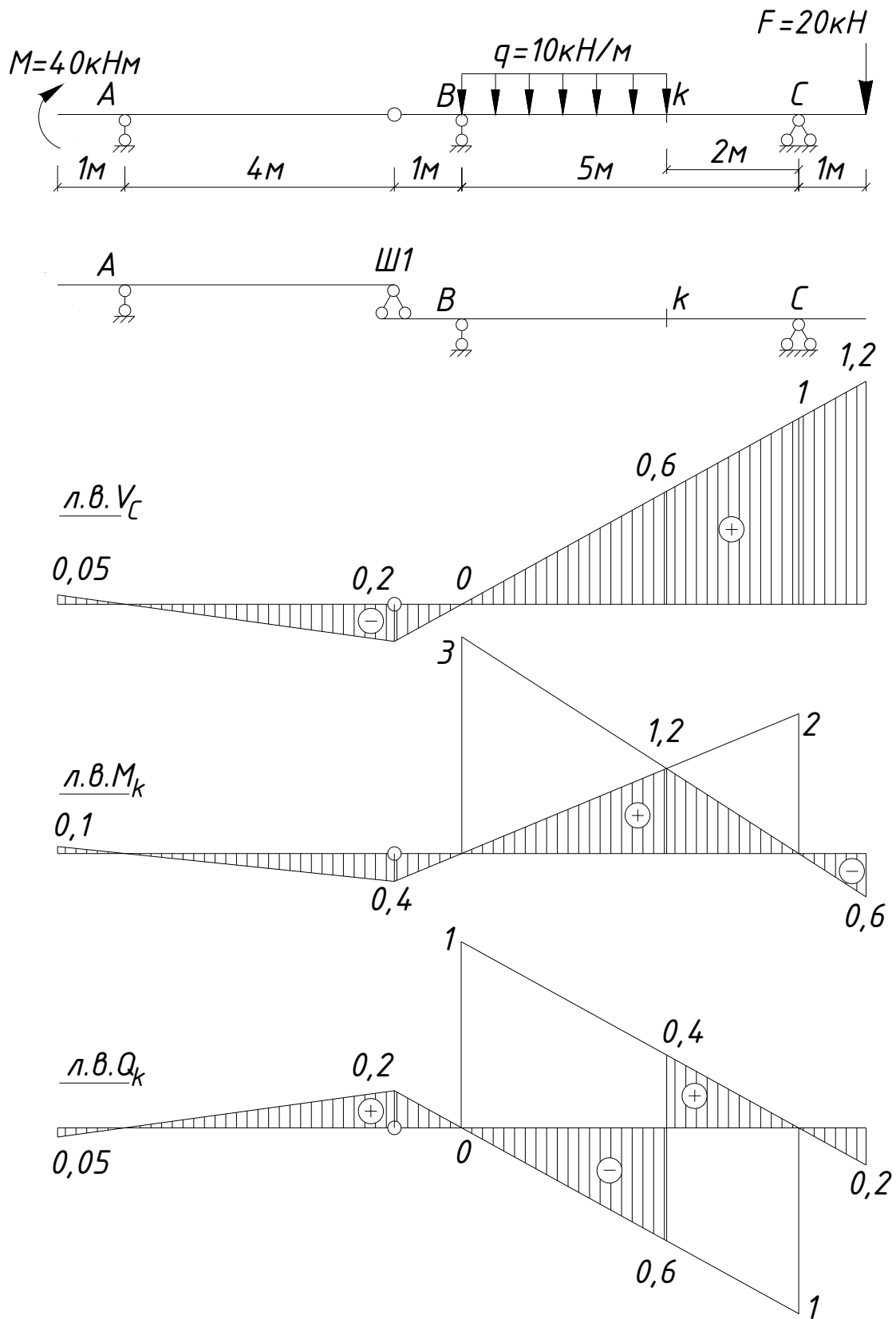


Рис.13

3. Сравнение результатов полученных при аналитическом расчете и по линиям влияния ведем в табличной форме (табл.2).

Таблица 2

	V_A	M_k	Q_k
Аналитический расчет	31	2	-11
Линии влияния	31	2	-11
Погрешность, Δ ,%	0	0	0

Примечание. Погрешность вычисляется как отношение разности значений расчетов (аналитического и по линиям влияния) к аналитическому расчету и умноженная на 100%.

Контрольная работа №2

«РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОЙ ПЛОСКОЙ ФЕРМЫ»

Необходимо для фермы, выбранной согласно варианту (табл.3 рис.14,15):

- 1) аналитически определить усилия во всех стержнях заданной панели от действия постоянной нагрузки (пять усилий);
- 2) построить линии влияния усилий для тех же стержней;
- 3) определить по линиям влияния значения усилий и сравнить с полученным аналитическим решением.

Пояснения к контрольной работе №2.

Панелью фермы считается расстояние между соседними по горизонтали узлами решетки. Количество стержней в панели – пять, включая правую и левую стойки.

Усилие в каждом стержне необходимо определять через нагрузку и/или опорные реакции, но не через какое-либо другое уже найденное усилие.

При определении усилий необходимо приводить все схемы, разрезы, расчетные формулы, а также аналитические вычисления геометрических характеристик (плечи, углы и т.д.). Запрещается определение геометрических характеристик по масштабу.

При построении линий влияния схема фермы должна быть вычерчена заново, без нагрузки. Должны быть приведены все сечения и расчеты, а на полученных линиях влияния должны быть проставлены числовые значения под каждым узлом фермы.

Таблица 3

Первая цифра шифра	d , м	F , кН	Вторая цифра шифра	h , м	№ панели (считая слева)	Третья цифра шифра (№схемы)
1	2	10	1	5	20	1
2	3	20	2	6	10	2
3	4	30	3	5	20	3
4	2	40	4	6	10	4
5	3	50	5	5	20	5
6	4	60	6	6	10	6
7	2	70	7	5	20	7
8	3	80	8	6	10	8
9	4	90	9	5	20	9
0	2	100	0	6	10	0

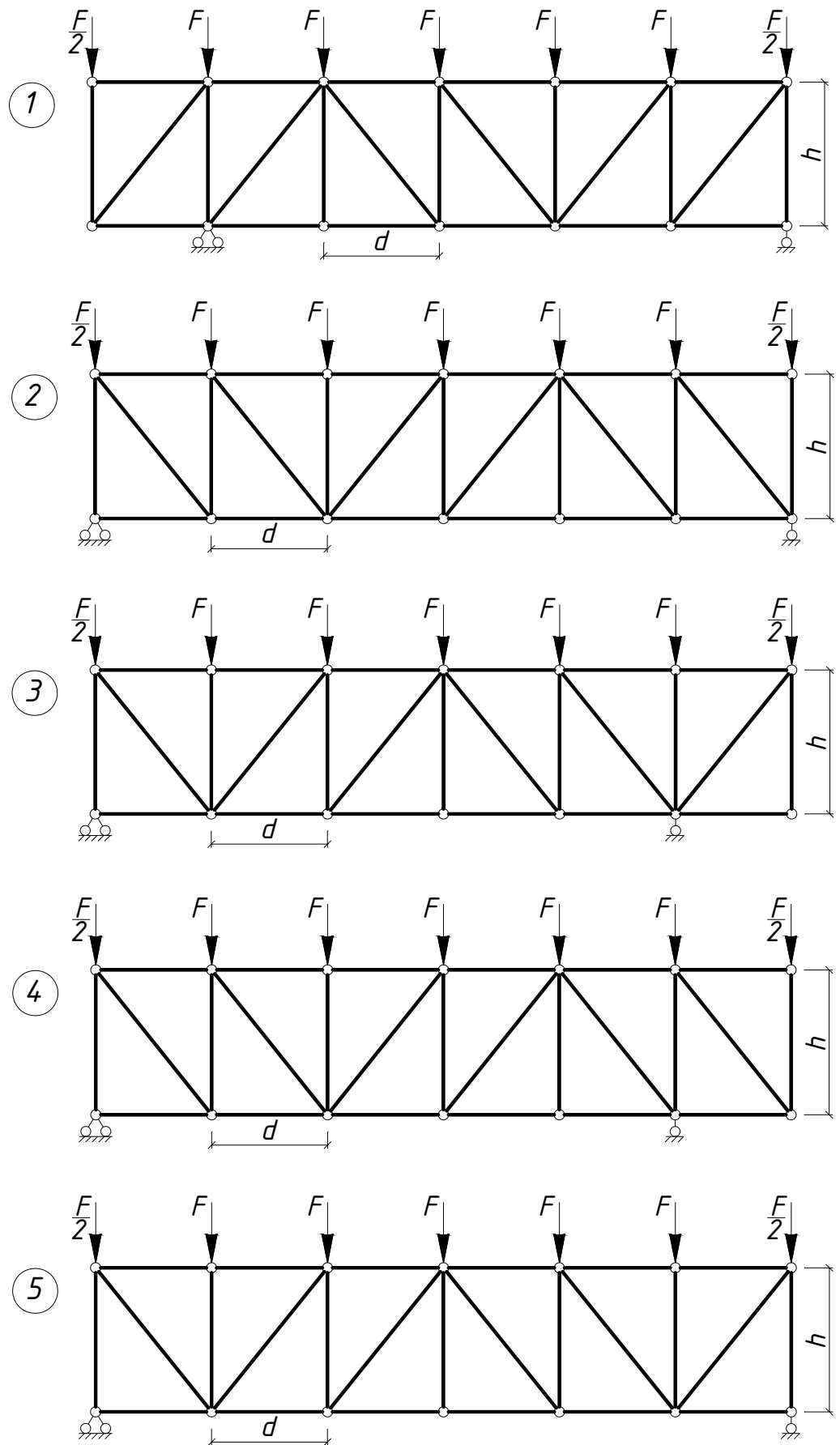


Рис.14.Схемы к заданиям для контрольной работы №2

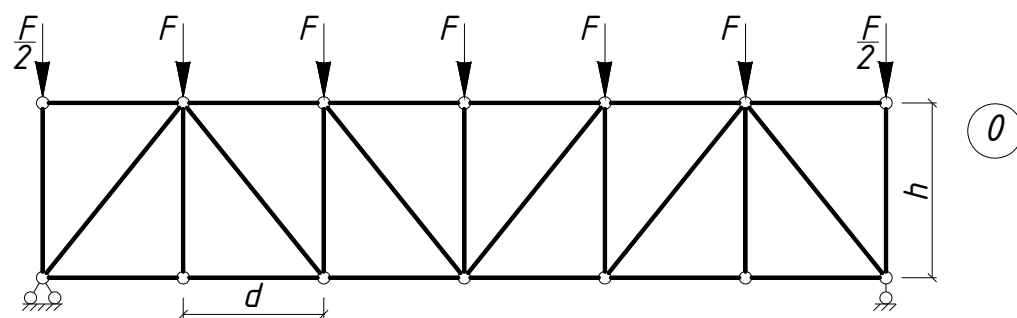
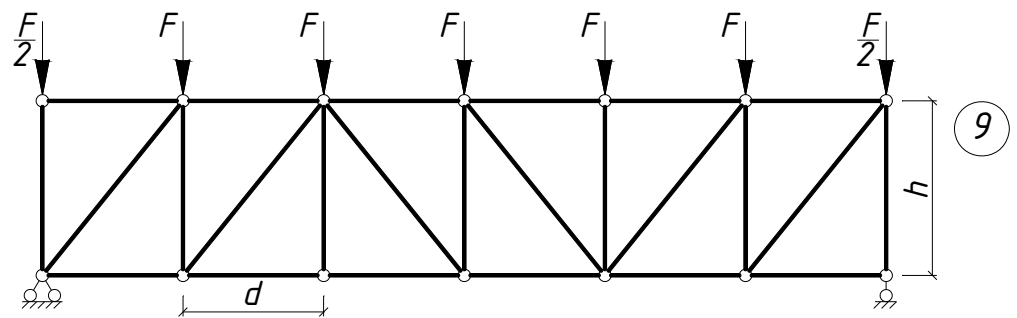
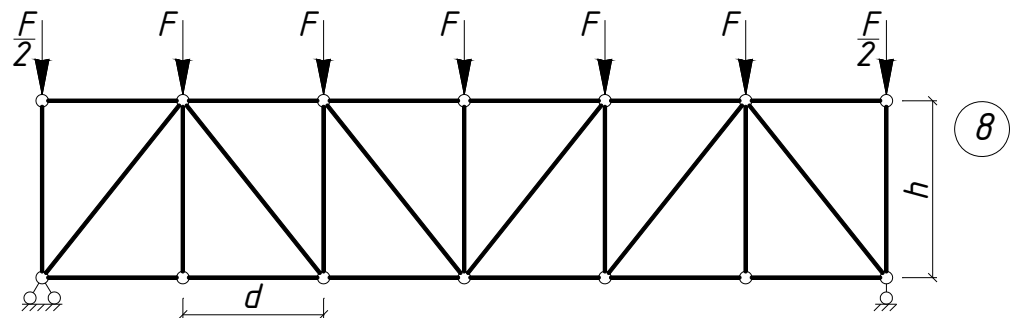
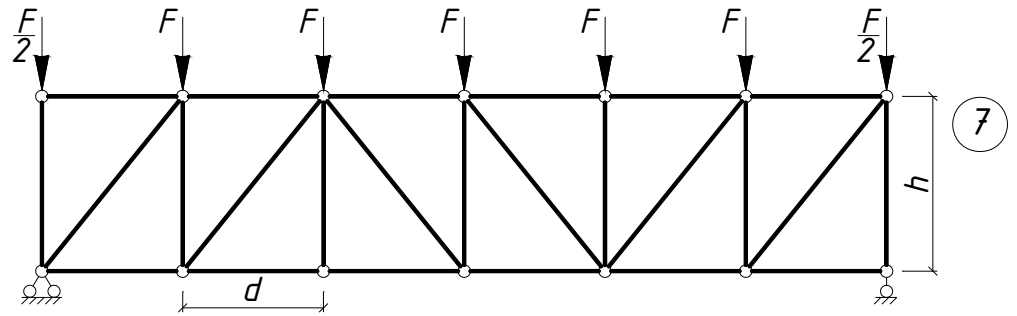
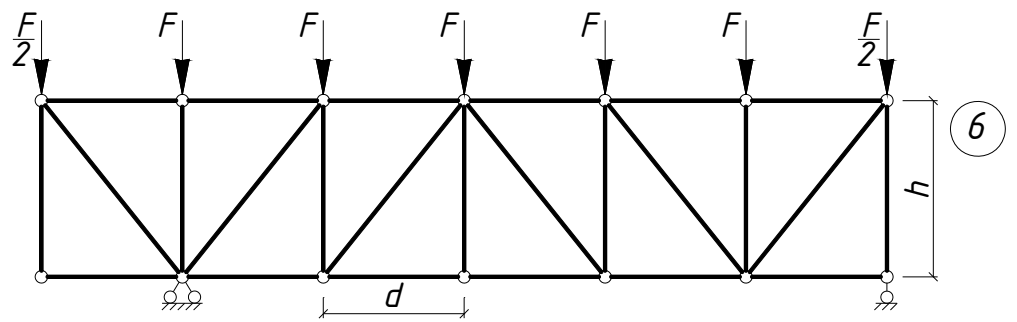


Рис.15.Схемы к заданиям для контрольной работы №2

Пример к контрольной работе №2.

Необходимо для заданной фермы (рис.16) определить усилия в пятой панели, построить линии влияния для этих стержней, сравнить полученные результаты. $F=20\text{кН}$, $h=4\text{м}$, $d=2\text{м}$.

1. Аналитический расчет. Определение внутренних усилий.

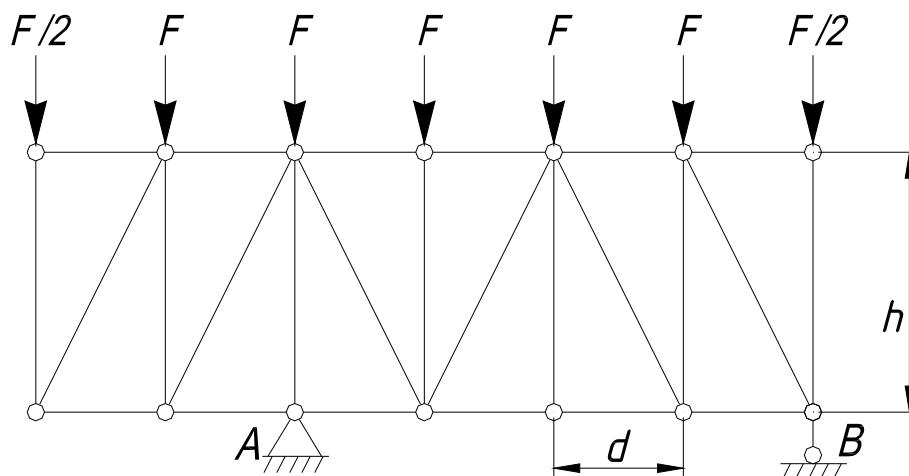


Рис.16

Определяем опорные реакции (рис.17) из уравнений равновесия.

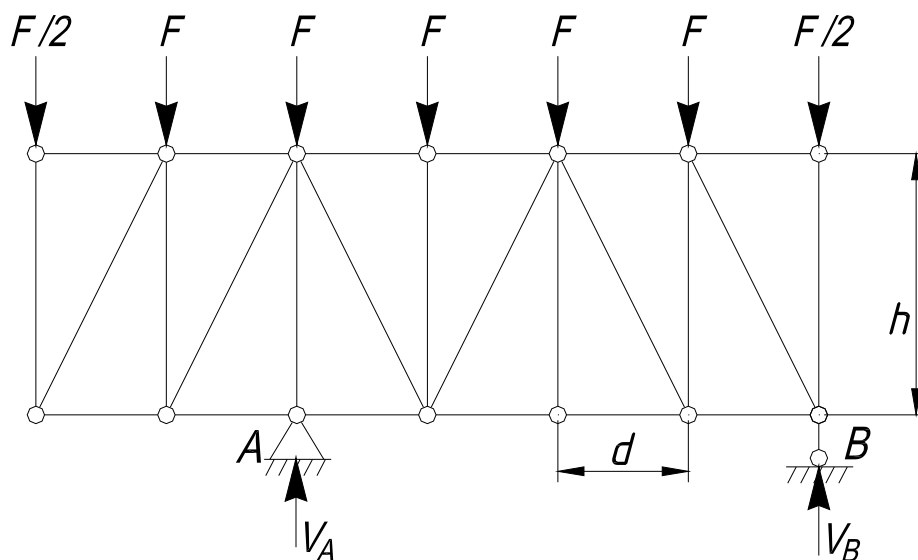


Рис.17

$$\sum M_A = 0, \frac{F}{2} \cdot 2d + F \cdot d - F \cdot d - F \cdot 2d - F \cdot 3d - \frac{F}{2} \cdot 4d + V_B \cdot 4d = 0,$$

$$V_B = \frac{-10 \cdot 4 - 20 \cdot 2 + 20 \cdot 2 + 20 \cdot 4 + 20 \cdot 6 + 10 \cdot 8}{8} = 30 \text{ кН}$$

$$\sum M_B = 0, V_A \cdot 4d - \frac{F}{2} \cdot 6d - F \cdot 5d - F \cdot 4d - F \cdot 3d - F \cdot 2d - F \cdot d = 0,$$

$$V_A = \frac{10 \cdot 12 + 20 \cdot 10 + 20 \cdot 8 + 20 \cdot 6 + 20 \cdot 4 + 20 \cdot 2}{8} = 90 \text{ кН}$$

$$\sum X = 0, H_A = 0$$

Проверка реакций

$$\sum Y = 0, V_A + V_B - 6F = 90 + 30 - 20 \cdot 6 = 0$$

Для удобства вычисления усилий нумеруем узлы фермы.

Через заданную панель проводим сечение $I-I$, которое делит ферму на две части (рис.18).

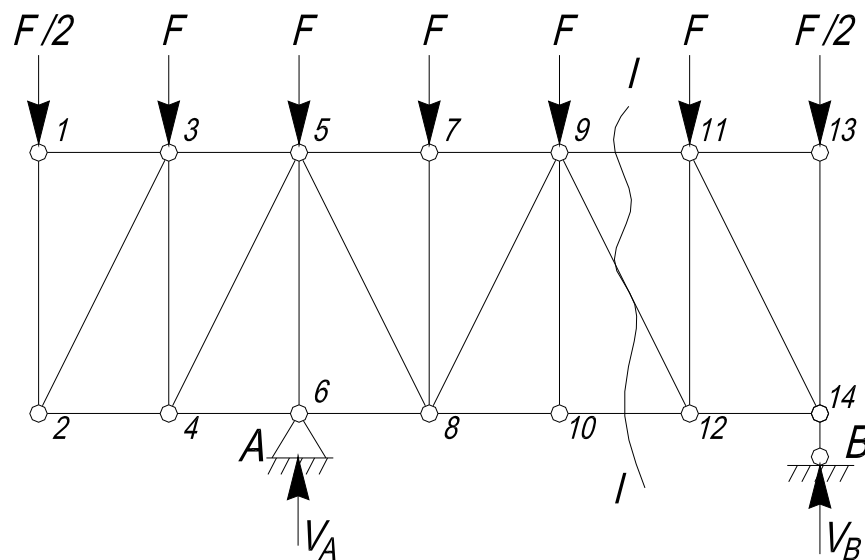
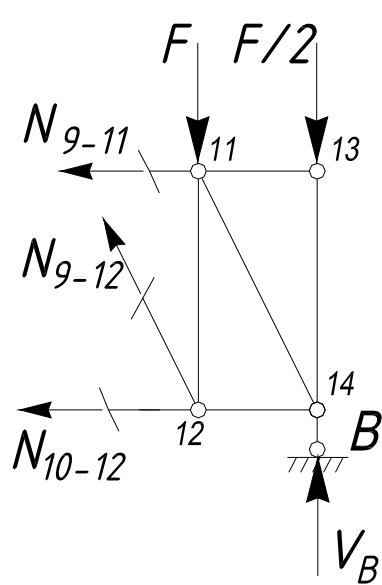


Рис.18

Необходимо составить уравнения равновесия для одной из полученных частей. В данном случае удобнее будет рассматривать правое сечение. В разрезанных стержнях обнажились внутренние

продольные усилия. Обозначим их буквой N с индексами узлов к которым присоединен данный стержень (рис.19).



N_{9-11} . Способ моментной точки.

(Оси стержней N_{9-12} и N_{10-12} пересекаются в узле 12 – моментной точки).

Составляем для правой части уравнение равновесия относительно узла 12.

$$\sum M_{12} = 0, \quad V_B \cdot d - \frac{F}{2} \cdot d + N_{9-11} \cdot h = 0$$

$$N_{9-11} = \frac{10 \cdot 2 - 30 \cdot 2}{4} = -10 \text{ кН.}$$

Рис.19

Отрицательное значение усилия N_{9-11} означает, что стержень сжат.

N_{10-12} . Способ моментной точки. (Оси стержней N_{9-12} и N_{9-11} пересекаются в узле 9 – моментной точки).

Составляем для правой части уравнение равновесия относительно узла 9.

$$\sum M_9 = 0, \quad V_B \cdot 2d - \frac{F}{2} \cdot 2d - F \cdot d - N_{10-12} \cdot h = 0$$

$$N_{10-12} = \frac{-10 \cdot 4 - 20 \cdot 2 + 30 \cdot 4}{4} = 10 \text{ кН.}$$

Положительное значение усилия N_{10-12} означает, что стержень растянут.

N_{9-12} . Способ проекций. (Оси стержней N_{9-11} и N_{10-12} параллельны).

Составляем для правой части уравнение равновесия на ось X .

$$\sum X = 0, \quad V_B - \frac{F}{2} - F + N_{9-12} \cdot \cos(\angle 9,12,11) = 0$$

$$N_{9-12} = \frac{10 + 20 - 30}{0,894} = 0 \text{ кН.}$$

$$\cos(\angle 9,12,11) = \frac{h}{\sqrt{h^2 + d^2}} = \frac{4}{\sqrt{4^2 + 2^2}} = \frac{4}{\sqrt{20}} = 0,894$$

Для определения усилия в стержне 11-12 проводим через него сечение II-II (рис.20).

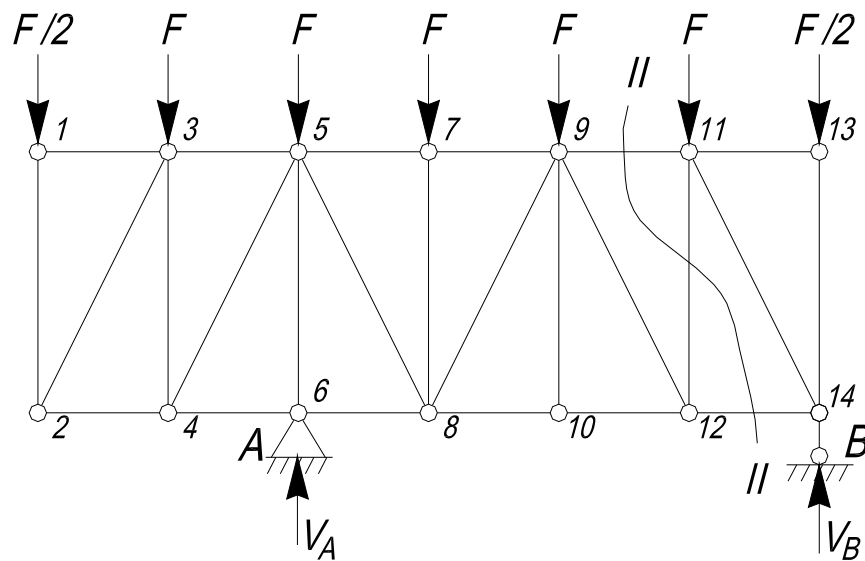


Рис.20

Рассмотрим правое сечение (рис.21).

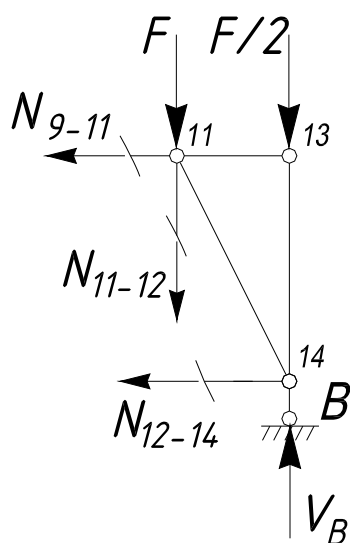


Рис.21

N_{11-12} . Способ проекций.

(Оси стержней N_{9-12} и N_{9-11} параллельны).

Составляем для правой части уравнение равновесия на ось X .

$$\sum X = 0, \quad V_B - \frac{F}{2} - F - N_{11-12} = 0$$

$$N_{9-12} = -10 - 20 + 30 = 0 \text{ кН.}$$

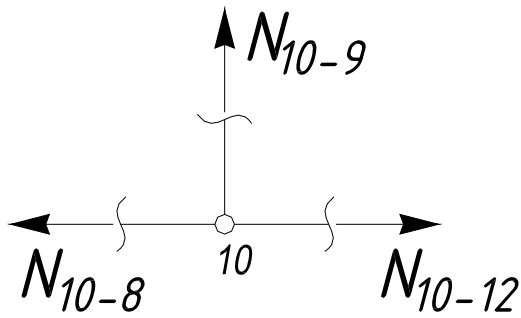


Рис.22

Для определения усилия N_{10-9} вырезаем узел 10 (способ вырезания узлов) (рис.22).

$$\sum Y = 0, \quad N_{10-9} = 0.$$

2. Построение линий влияния.

Для построения линий влияния в заданных стержнях фермы воспользуемся способами и равенствами, из аналитического расчета.

Рассмотрим сечение $I-I$.

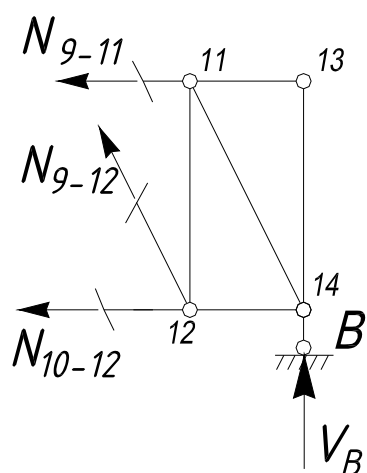


Рис.23

N_{9-11} . Способ моментной точки.

Сила $F=1$ слева от сечения рассматриваем правую часть (рис.23).

$$\sum M_{12}^{прав} = 0, \quad V_B \cdot d + N_{9-11} \cdot h = 0$$

$$N_{9-11} = \frac{-V_B \cdot 2}{4} = -0,5V_B.$$

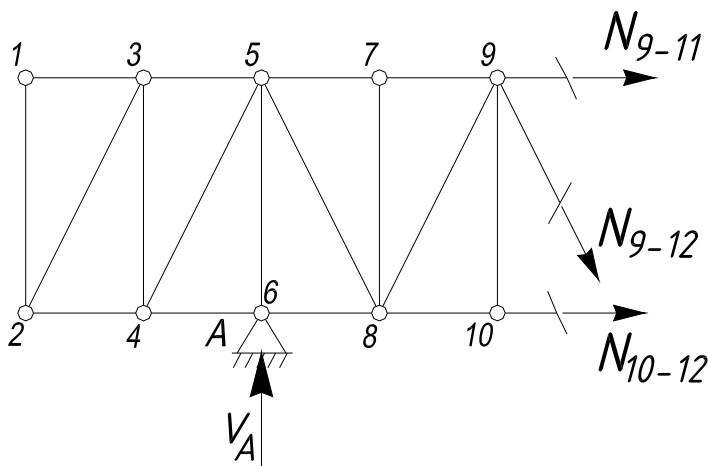


Рис.24

Сила $F=1$ справа от сечения рассматриваем левую часть (рис.24).

$$\sum M_{12}^{лев} = 0$$

$$V_A \cdot 3d + N_{9-11} \cdot h = 0$$

$$N_{9-11} = \frac{-V_A \cdot 6}{4} = -1,5V_A$$

Полученные числовые значения перед опорными вертикальными реакциями являются ординатами ветвей линии влияния на соответствующих опорах.

На опоре A откладываем ординату $-1,5$ и соединяем ее с нулем на опоре B . Так как аналитическое выражение получено, когда сила $F=1$ была справа от сечения, то заштриховываем правую часть до рассеченной панели – правая ветвь линии влияния.

На опоре B откладываем ординату $-0,5$ и соединяем ее с нулем на опоре A . Так как аналитическое выражение получено, когда сила $F=1$ была слева от сечения, то заштриховываем левую часть до рассеченной панели – левая ветвь линии влияния.

Полученные ординаты на границе рассеченной панели соединяем прямой линией, которая называется передаточной прямой (рис.25).

Ветвь линии влияния необходимо продлевать на консольную часть фермы.

Аналогично строим линии влияния N_{9-12} и N_{10-12} .

Сила $F=1$ слева от сечения рассматриваем правую часть (рис.23).

$$\sum M_9^{прав} = 0, \quad V_B \cdot 2d - N_{10-12} \cdot h = 0$$

$$N_{10-12} = \frac{V_B \cdot 4}{4} = +1 \cdot V_B.$$

$$\sum X^{прав} = 0, \quad V_B + N_{9-12} \cdot \cos(\angle 9,12,11) = 0$$

$$N_{9-12} = \frac{-V_B}{0,894} = -1,119V_B.$$

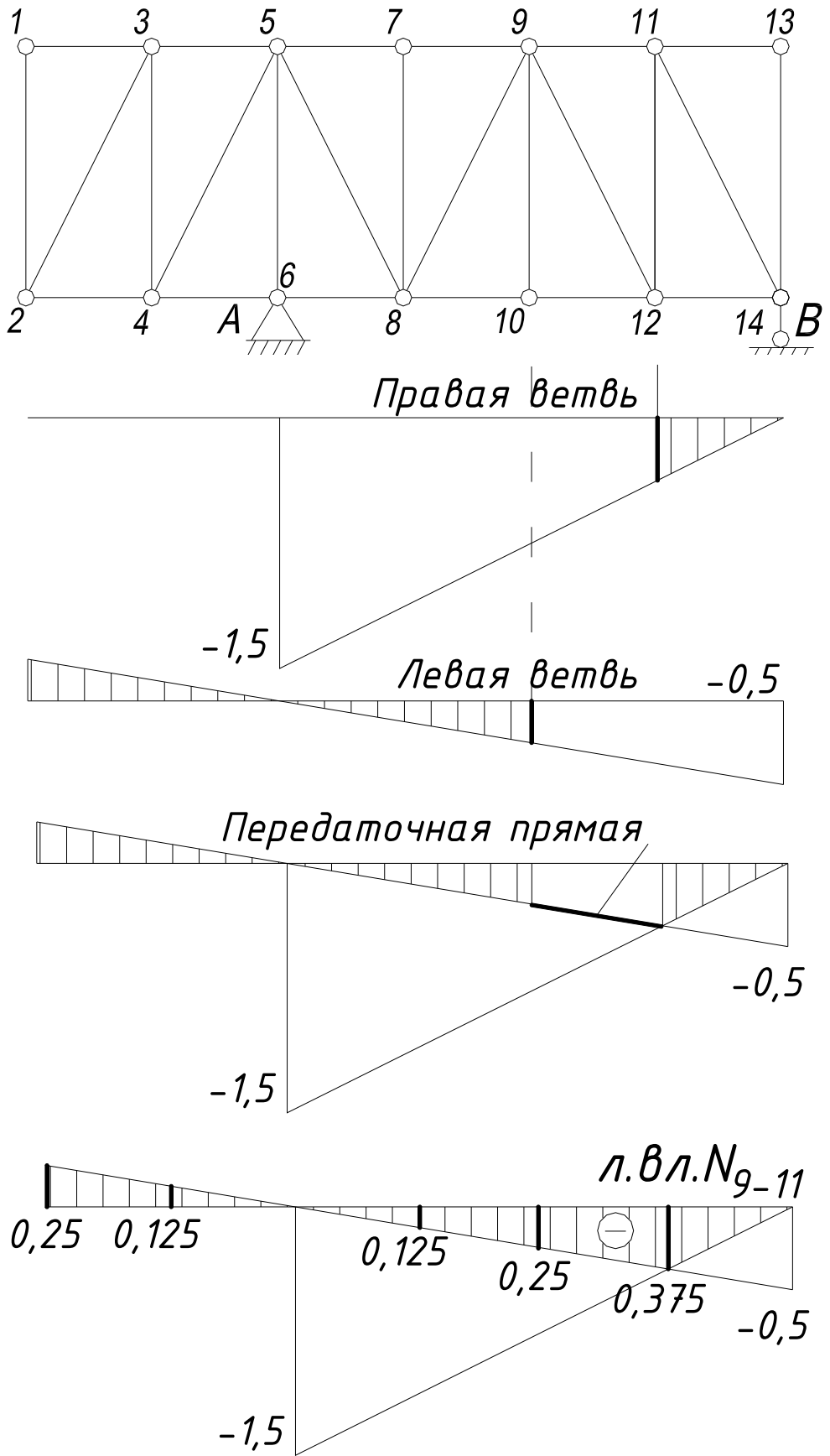


Рис.25

Сила $F=1$ справа от сечения рассматриваем левую часть (рис.24).

$$\sum M_9^{лев} = 0, \quad V_A \cdot 2d - N_{10-12} \cdot h = 0$$

$$N_{10-12} = \frac{V_A \cdot 4}{4} = +1 \cdot V_A.$$

$$\sum X^{лев} = 0, \quad V_A - N_{9-12} \cdot \cos(\angle 9,12,11) = 0$$

$$N_{9-12} = \frac{V_A}{0,894} = +1,119V_A.$$

Линии влияния приведены на рис.28.

Сечение II-II.

Сила $F=1$ слева от сечения рассматриваем правую часть (рис.21).

$$\sum X^{прав} = 0, \quad V_B - N_{11-12} = 0, \quad N_{11-12} = +1 \cdot V_B.$$

Сила $F=1$ справа от сечения рассматриваем левую часть (рис.21).

$$\sum X^{лев} = 0, \quad V_A + N_{11-12} = 0, \quad N_{11-12} = -1 \cdot V_B.$$

Сечение II-II одновременно рассекает две панели: пятую и шестую. Границы ветвей линии влияния необходимо принимать по расположению внешней нагрузки. В данном случае у фермы загружен верхний пояс, следовательно передаточная прямая будет находиться под панелью рассеченной вверху, то есть под пятой панелью (рис.28).

При способе вырезания узлов рассмотрим два состояния узла.

Первое состояние: узел не загружен единичной силой

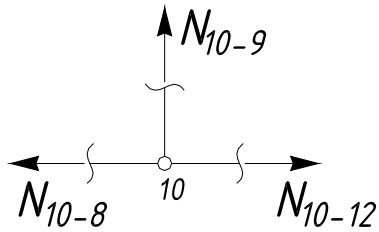


Рис.26

$$\sum Y = 0, \quad N_{10-9} = 0.$$

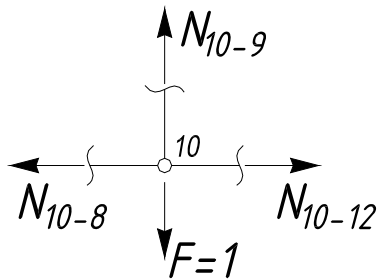


Рис.27

$$\sum Y = 0, \quad N_{10-9} - F = 0, \quad N_{10-9} = F = 1.$$

При построении линии влияния в вырезанном узле откладываем координату +1 в остальных узлах нуль. Соединяем прямыми линиями (рис.28).

По линиям влияния определяем усилия по формуле

$$Y = \sum (F \cdot y).$$

где y - координата на линии влияния под сосредоточенной силой.

$$N_{9-11} = \frac{F}{2} \cdot 0,25 + F(0,125 - 0,125 - 0,25 - 0,375) = -10 \text{ кН}$$

$$N_{10-12} = \frac{F}{2} (-0,5) + F(-0,25 + 0,25 + 0,5 + 0,25) = 10 \text{ кН}$$

$$N_{9-12} = \frac{F}{2} \cdot 0,56 + F(0,28 - 0,28 - 0,56 + 0,28) = 0$$

$$N_{11-12} = \frac{F}{2} \cdot (-0,5) + F(-0,25 + 0,25 + 0,5 - 0,25) = 0$$

$$N_{10-9} = 0$$

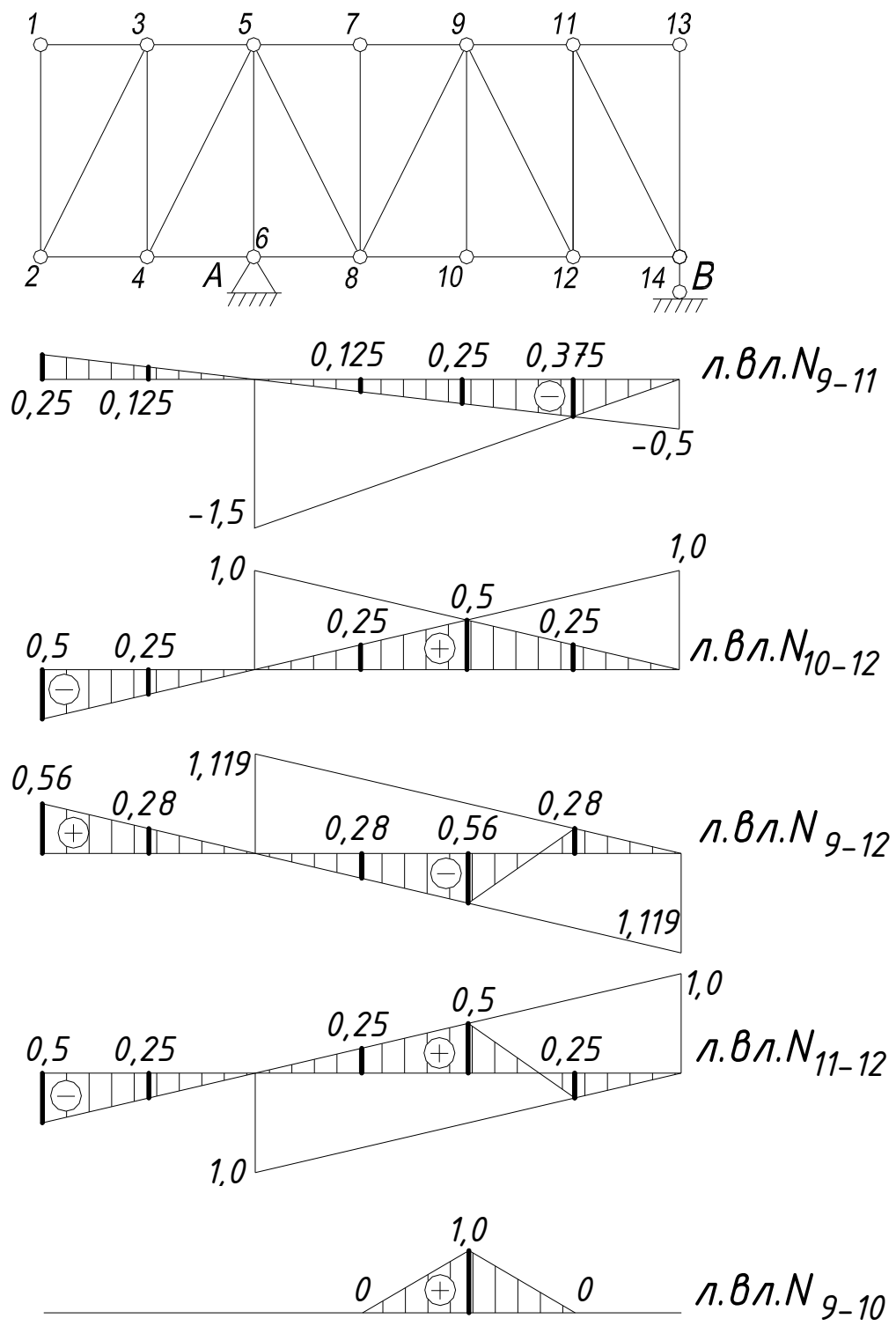


Рис.28

3. Сравнение результатов полученных при аналитическом расчете и по линиям влияния ведем в табличной форме (табл.4).

Таблица 4

	N_{9-11}	N_{10-12}	N_{9-12}	N_{11-12}	N_{10-9}
Аналитический расчет	-10	10	0	0	0
Линии влияния	-10	10	0	0	0
Погрешность, $\Delta, \%$	0	0	0	0	0

Контрольная работа №3

«ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЕ»

Необходимо для рамы, выбранной согласно варианту (табл.5 рис.29,30):

- 1) построить эпюры моментов, поперечных и продольных сил;
- 2) определить вертикальное, горизонтальное и угловое перемещения в заданном сечении k .

Пояснения к контрольной работе №3.

Построение эпюр внутренних усилий от внешней нагрузки, а также единичных эпюр моментов следует сопровождать расчетами. Прежде чем строить эпюры необходимо определить опорные реакции.

При единичном загрузении направление единичной нагрузки зависит от определяемого перемещения: для вертикального перемещения прикладывают силу $F=1$ вертикально, для

горизонтального перемещения прикладывают силу $F=1$ горизонтально, для углового перемещения прикладывают $M=1$.

Все перемещения следует определять по формуле Мора с использованием способов перемножения эпюр Верещагина и Симпсона-Маркина.

При перемножении эпюр необходимо принимать разбиение на участке по той эпюре, где участков больше.

Таблица 5

Первая цифра шифра	d , м	F , кН	Вторая цифра шифра	h , м	q , кН/м	Третья цифра шифра (№схемы)
1	4	10	1	5	10	1
2	5	20	2	6	20	2
3	6	30	3	4	10	3
4	4	40	4	5	20	4
5	5	10	5	6	10	5
6	6	20	6	4	20	6
7	4	30	7	5	10	7
8	5	40	8	6	20	8
9	6	10	9	4	10	9
0	4	20	0	5	20	0

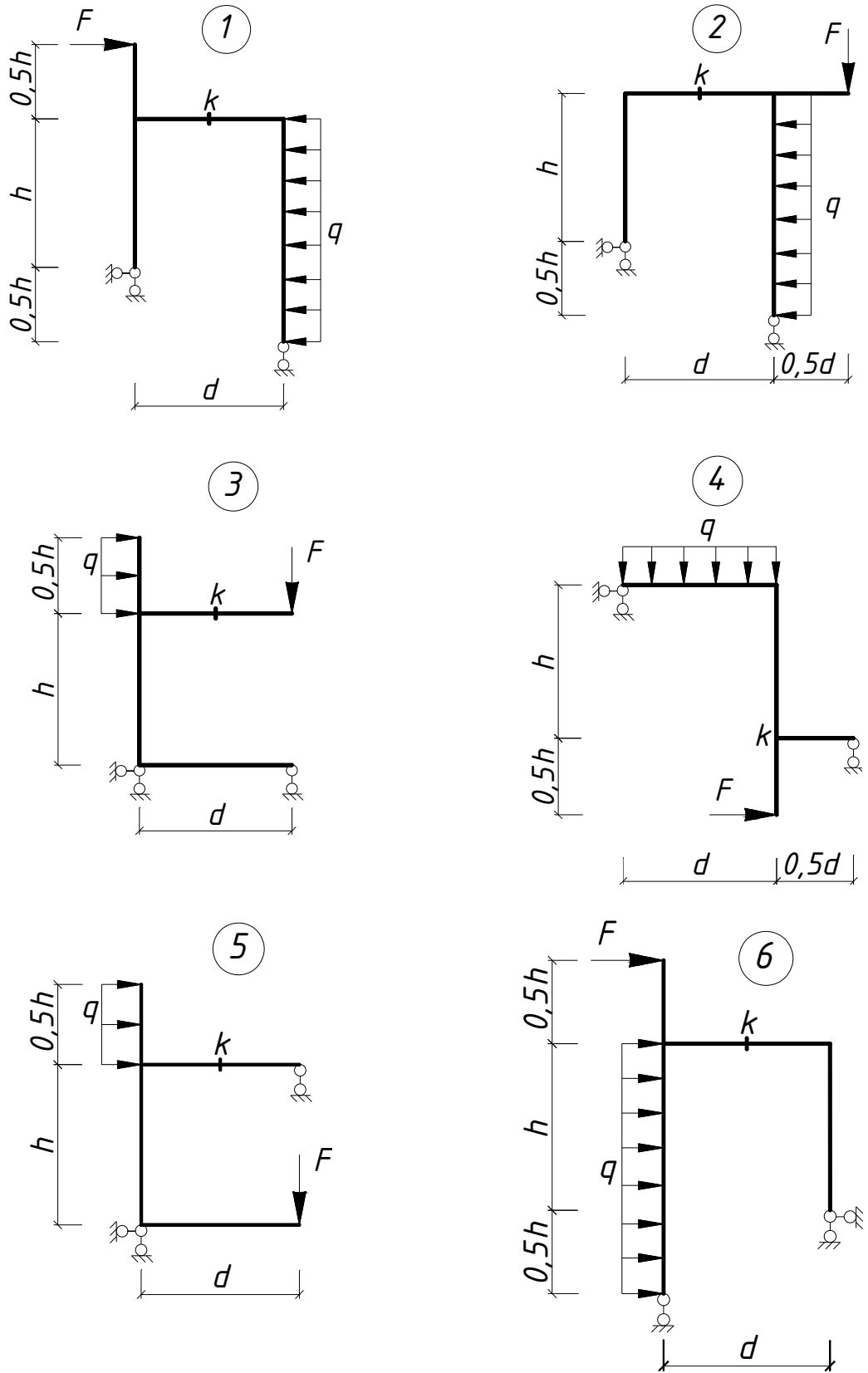


Рис.29. Схемы к заданиям для контрольной работы №3

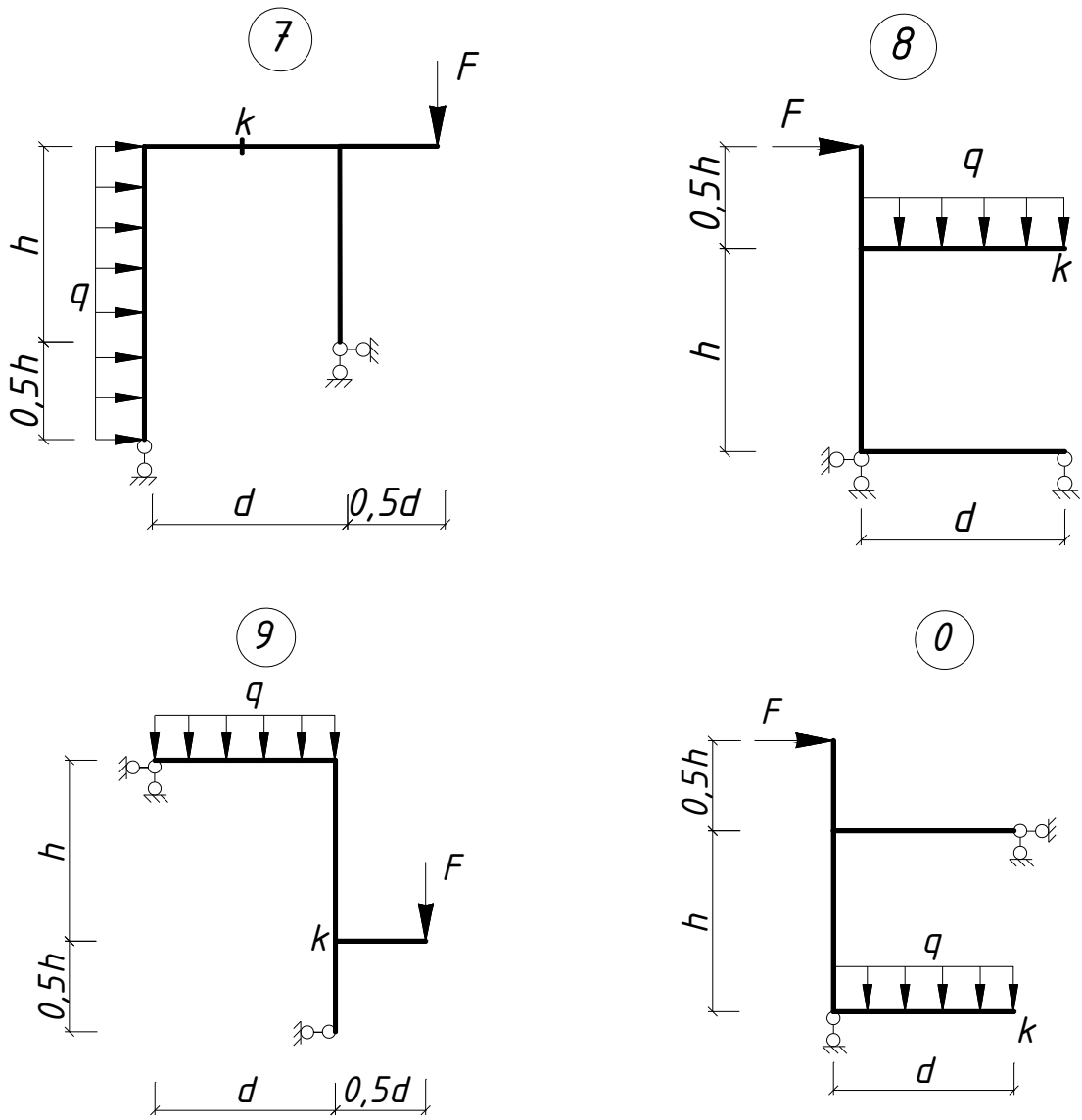


Рис.30. Схемы к заданиям для контрольной работы №3

Пример к контрольной работе №3.

Необходимо для заданной рамы (рис.31) построить эпюры моментов, поперечных и продольных сил, определить вертикальное и угловое перемещения в сечении k .

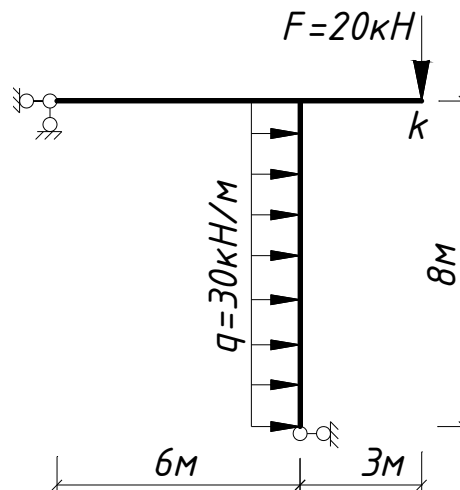


Рис.31

1. Аналитический расчет. Построение эпюр внутренних усилий. Определяем опорные реакции (рис.32) из уравнений равновесия.

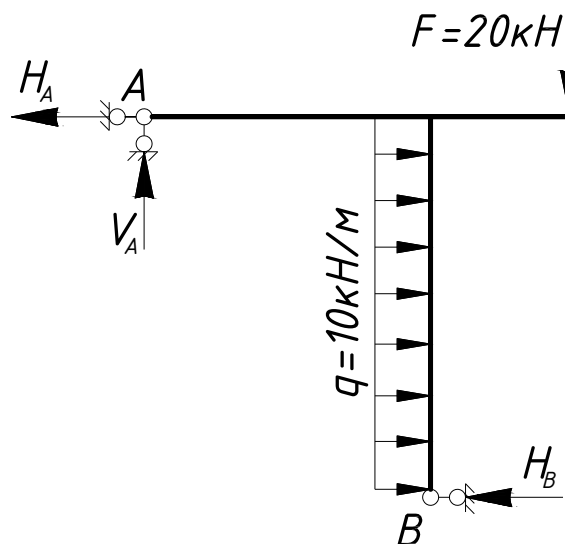


Рис.32

$$\sum M_A = 0,$$

$$F \cdot 9 - q \cdot 8 \cdot 4 + H_B \cdot 8 = 0, H_B = \frac{30 \cdot 8 \cdot 4 - 20 \cdot 9}{8} = 97,5 \text{ кН};$$

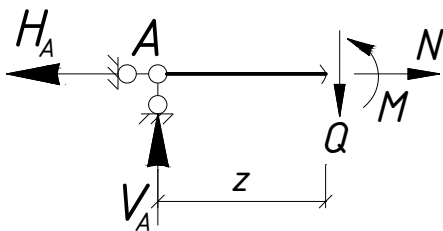
$$\sum Y = 0,$$

$$V_A - F = 0, V_A = F = 20 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = 0,$$

$$F \cdot 3 + q \cdot 8 \cdot 4 + V_A \cdot 6 - H_A \cdot 8 = 0, H_A = \frac{30 \cdot 8 \cdot 4 + 20 \cdot 9}{8} = 142,5 \text{ кН}.$$

Составляем выражения для внутренних усилий. Согласно правилам сопротивления материалов положительное направление для внутреннего усилия изгибающего момента мы выбираем сами, для поперечной силы положительное направление - это направление почасовой стрелке, для продольной силы - направление от сечения (продольная сила принимается положительной при растяжении).

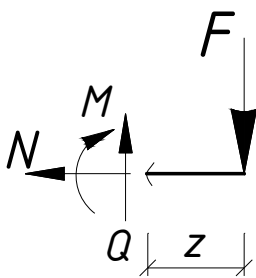


1 участок $0 \leq z \leq 6$

$$M_z = V_A \cdot z$$

$$Q = V_A$$

$$N = H_A$$

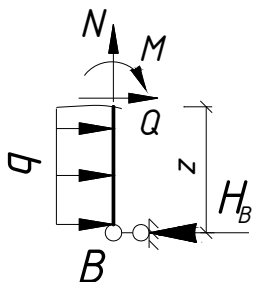


2 участок $0 \leq z \leq 3$

$$M_z = -F \cdot z$$

$$Q = F$$

$$N = 0$$



3 участок $0 \leq z \leq 8$

$$M_z = q \cdot z \cdot \frac{z}{2} - H_B \cdot z$$

$$Q = H_B - q \cdot z$$

$$N = 0$$

По полученным выражениям строим эпюры внутренних усилий (рис.33).

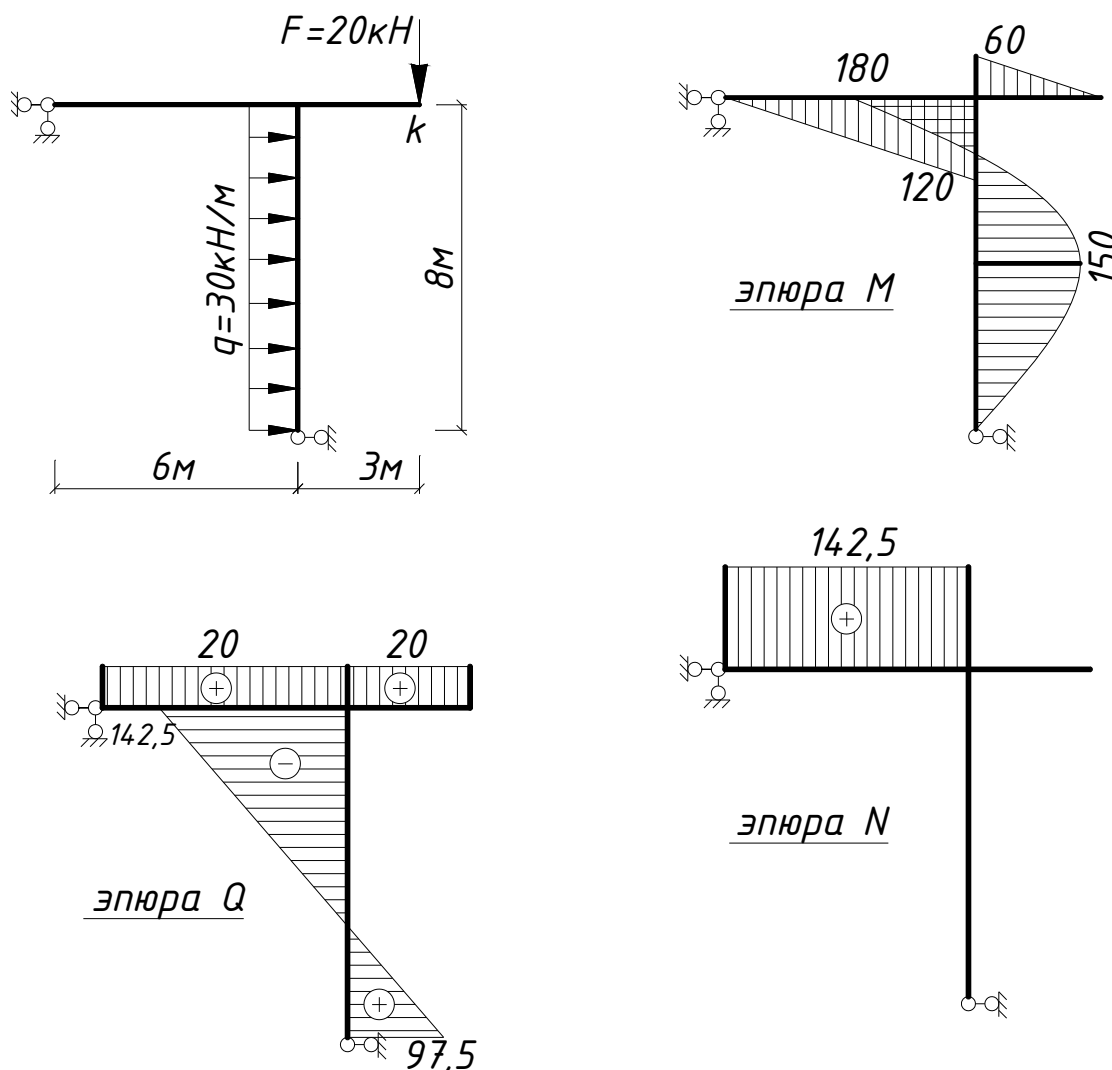


Рис.33

Ординаты эпюры M откладываются со стороны в соответствии с принятым положительным направлением изгибающего момента M . Знаки на эпюре моментов не ставятся, но обязательно следует поставить численные значения всех характерных ординат. В эпюре поперечных сил Q и продольных сил N положительные ординаты откладываются с удобной для чтения эпюр стороны. На участках эпюр обязательно ставятся знаки и значения характерных ординат.

2. Определение перемещений.

Вертикальное перемещение. Для определения вертикального перемещения в сечении k прикладываем силу $F=1$ вертикально (рис.34) и строим единичную эпюру моментов $\bar{M}_k^{верт}$. Определяем опорные реакции.

$$\sum M_A = 0, F \cdot 9 - H_B \cdot 8 = 0, H_B = \frac{1 \cdot 9}{8} = 1,125;$$

$$\sum Y = 0, V_A - F = 0, V_A = F = 1;$$

$$\sum M_B = 0, F \cdot 3 + V_A \cdot 6 - H_A \cdot 8 = 0, H_A = \frac{1 \cdot 3 + 1 \cdot 9}{8} = 1,125.$$

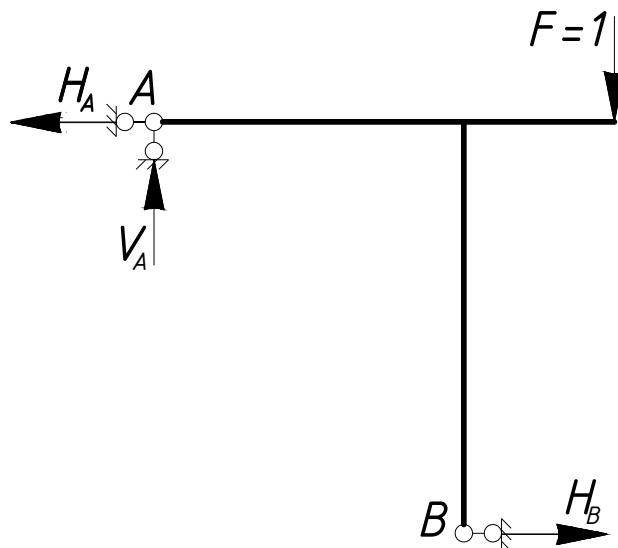
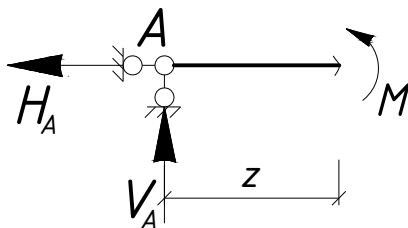


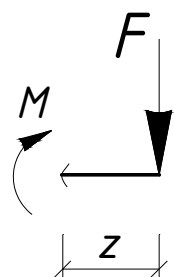
Рис.34

Составляем выражения для внутренних усилий.



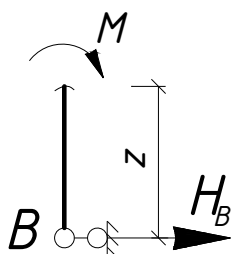
1 участок $0 \leq z \leq 6$

$$M_z = V_A \cdot z$$



2 участок $0 \leq z \leq 3$

$$M_z = -F \cdot z$$



3 участок $0 \leq z \leq 8$

$$M_z = H_B \cdot z$$

По полученным выражениям строим эпюру моментов (рис.35).

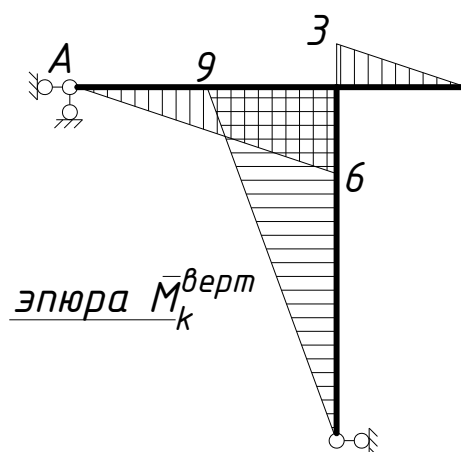


Рис.35

Перемещение определяем, используя интеграл Мора

$$\Delta_{kF}^{верт} = \sum \int \frac{M \cdot \bar{M}_k^{верт}}{EI} ds .$$

Раскрывать интеграл Мора будем при помощи формул Верцагина и Симпсона-Маркина.

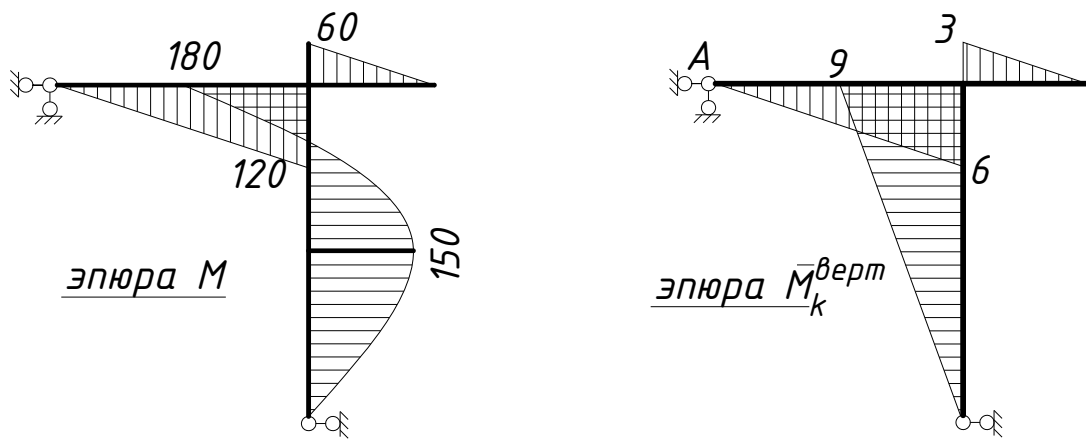


Рис.36

$$\Delta_{kF}^{верт} = 120 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 6 \cdot \frac{1}{EI} + 60 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{EI} +$$

$$+ \frac{8}{6EI} (180 \cdot 9 - 4 \cdot 150 \cdot 4,5 + 0 \cdot 0) = \frac{1440}{EI} + \frac{180}{EI} - \frac{1440}{EI} = \frac{180}{EI}.$$

Угловое перемещение. Для определения углового перемещения в сечении k прикладываем момент $M=1$ (рис.37) и строим единичную эпюру моментов $\bar{M}_k^{yзл}$. Определяем опорные реакции.

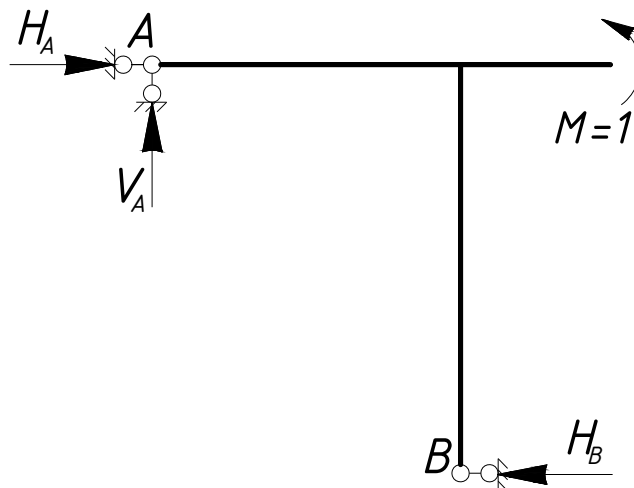


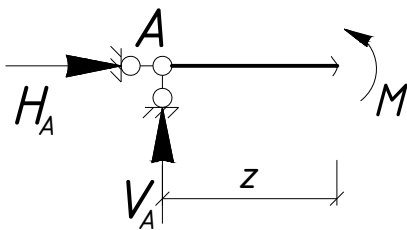
Рис.37

$$\sum M_A = 0, M - H_B \cdot 8 = 0, H_B = \frac{1}{8} = 0,125;$$

$$\sum Y = 0, V_A = 0;$$

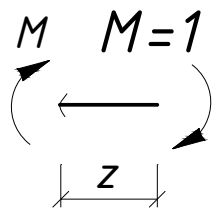
$$\sum M_B = 0, V_A \cdot 6 - M = 0, H_A = \frac{1}{8} = 0,125.$$

Составляем выражения для внутренних усилий.



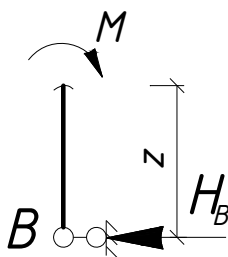
1 участок $0 \leq z \leq 6$

$$M_z = V_A \cdot z = 0$$



2 участок $0 \leq z \leq 3$

$$M_z = -M = -1$$



3 участок $0 \leq z \leq 8$

$$M_z = -H_B \cdot z$$

По полученным выражениям строим эпюру моментов (рис.38).

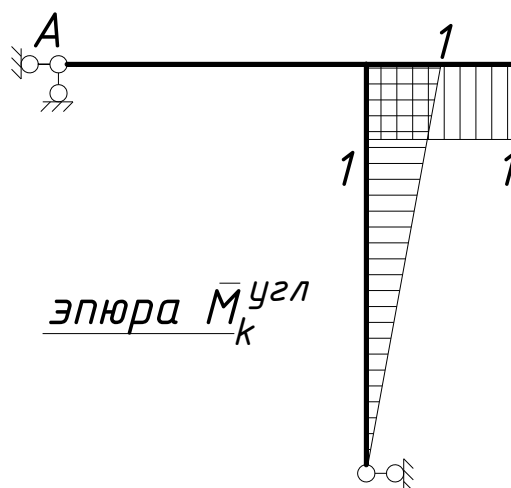


Рис.38

Перемещение определяем по интегралу Мора с использованием формул Верцагина и Симпсона-Маркина.

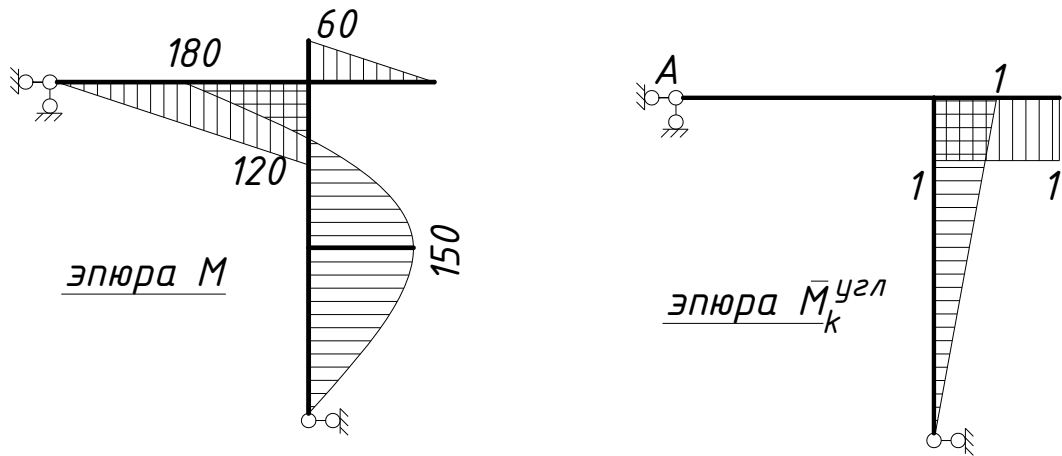


Рис.39

$$\Delta_{kF}^{верт} = \sum \int \frac{M \cdot \bar{M}_k^{y21}}{EI} ds = -60 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{EI} +$$

$$+ \frac{8}{6EI} (-180 \cdot 1 + 4 \cdot 150 \cdot 0,5 + 0 \cdot 0) = -\frac{90}{EI} + \frac{160}{EI} = \frac{70}{EI}$$

Библиографический список

1. *Анохин, Н. Н.* Строительная механика в примерах и задачах. Ч. 1 : Статически определимые системы: учеб. пособие для студ. вузов, обучающихся по строит. спец. / Н. Н. Анохин. – 2-е изд., доп. и перераб. – М.: АСВ, 2007.
2. *Дарков, А. В.* Строительная механика: учеб. для строит. спец. вузов / А. В. Дарков, Н. Н. Шапошников. – СПб.: Лань, 2008.
3. *Кривошапко, С. Н.* Строительная механика: учеб. пособ. / С. Н. Кривошапко. – М.: Изд-во Юрайт-Издат, 2011.
4. *Воронкова, Г.В.* Расчёт статически определимых многопролетных балок [Электронный ресурс]: метод. указ. к практ. занят. / М-во образования и науки Рос. Федерации, Волгогр. гос. архит.-строит. ун-т ; сост. Г. В. Воронкова, В. В. Габова. — Электронные текстовые и графические данные (387 Кбайт). — Волгоград : ВолгГАСУ, 2014. Режим доступа: <http://www.vgasu.ru/publishing/on-line/>
5. *Рекунов, С. С.* Расчёт сложных статически определимых плоских ферм. Методические указания по выполнению самостоятельных практических работ для студентов, обучающихся по специальностям АД, ГСХ и ПГС: метод. указ. к практ. занят. / С. С. Рекунов, Г. А. Никонова. — Волгоград : ВолгГАСУ, 2010.

План выпуска учебн.-метод. документ. 2015 г., поз. 14

Публикуется в авторской редакции

Минимальные систем. требования:

PC 486 DX-33; Microsoft Windows XP; Internet Explorer 6.0; Adobe Reader 6.0.

Подписано в свет 10.11.2015.

Гарнитура «Таймс». Уч.-изд. л. 1,0. Объем данных 0,4 Мбайт.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет»
400074, Волгоград, ул. Академическая, 1
<http://www.vgasu.ru>, info@vgasu.ru