

Министерство образования и науки Российской Федерации
Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет

Возможности символьного процессора MathCAD

Методические указания к лабораторной работе

Составители Н. Н. Потапова, О. М. Забродина



© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Волгоградский государственный
архитектурно-строительный университет», 2013

Волгоград
ВолгГАСУ
2013

УДК 004.92(076.5)
ББК 32.97я73
В644

Возможности символьного процессора MathCAD [Электронный ресурс]: методические указания к лабораторной работе / М-во образования и науки Рос. Федерации, Волгогр. гос. архит.-строит. ун-т ; сост. Н. Н. Потапова, О. М. Забродина. — Электронные текстовые и графические данные (1,28 Мбайт). — Волгоград : ВолгГАСУ, 2013. — Учебное электронное издание комбинированного распространения: 1 CD-диск. — Систем. требования: PC 486 DX-33; Microsoft Windows XP; 2-скоростной дисковод CD-ROM; Adobe Reader 6.0. — Официальный сайт Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Режим доступа: <http://www.vgasu.ru/publishing/on-line/> — Загл. с титул. экрана.

Рассматриваются возможности символьного процессора MathCAD, позволяющего решить многие задачи математики аналитически, без применения численных методов и, соответственно, без погрешностей вычислений.

Представлены теоретическая и практическая части по использованию символьного процессора в вычислениях. Разработаны индивидуальные задания, направленные на приобретение навыков работы с ним. Сформулированы контрольные вопросы для проверки освоения возможностей символьного процессора MathCAD.

Для студентов всех специальностей 3-го курса очной формы обучения по дисциплинам «Использование пакетов прикладных программ в инженерных расчетах» и «Информатика».

Для удобства работы с изданием рекомендуется пользоваться функцией Bookmarks (Закладки) в боковом меню программы Adobe Reader.

УДК 004.92(076.5)
ББК 32.97я73


Нелегальное использование данного продукта запрещено

Оглавление

1. Способы символьных вычислений.....	4
2. Алгебраические вычисления.....	7
2.1. Упрощение выражений (Simplify).....	8
2.2. Разложение выражений (Expand).....	10
2.3. Разложение на множители (Factor).....	10
2.4. Приведение подобных слагаемых (Collect).....	10
2.5. Коэффициенты полинома (Polynomial Coefficients).....	11
2.6. Ряды и произведения.....	13
2.7. Разложение на элементарные дроби (Convert to Partial Fractions).....	14
2.8. Подстановка переменной (Substitute).....	14
2.9. Матричная алгебра.....	15
3. Математический анализ.....	16
3.1. Дифференцирование (Differentiate).....	16
3.2. Интегрирование (Integrate).....	17
3.3. Разложение в ряд (Expand to Series).....	17
3.4. Решение уравнений (Solve).....	19
4. Интегральные преобразования.....	20
4.1. Преобразование Фурье (Fourier).....	20
4.2. Преобразование Лапласа (Laplace).....	21
4.3. Z-преобразование (Z).....	21
5. Дополнительные возможности символьного процессора.....	21
5.1. Применение функций пользователя.....	22
5.2. Получение численного значения выражения.....	22
5.3. Последовательности символьных команд.....	24
6. Лабораторная работа.....	25
6.1. Варианты индивидуальных заданий для лабораторной работы.....	25
6.2. Задания для лабораторной работы.....	26
6.3. Содержание отчета.....	31
Список рекомендуемой литературы.....	31

1. СПОСОБЫ СИМВОЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Символьные вычисления в MathCAD можно осуществлять в двух различных вариантах:

- с помощью команд меню;
- с использованием команд панели Symbolic, включаемой кнопкой  на математической панели инструментов, с помощью оператора символьного вывода \rightarrow , ключевых слов символьного процессора и обычных формул (в справочной системе MathCAD этот способ называется символьными вычислениями в реальном времени — live symbolic evaluation).

Первый способ более удобен, когда требуется быстро получить какой-либо аналитический результат для однократного использования, не сохраняя сам ход вычислений. Второй способ более нагляден, так как позволяет записывать выражения в традиционной математической форме и сохранять символьные вычисления в документах MathCAD. Кроме того, аналитические преобразования, проводимые через меню, касаются только одного, выделенного в данный момент, выражения. Соответственно, на них не влияют формулы, находящиеся в документе MathCAD выше этого выделенного выражения (например, операторы присваивания значений каким-либо переменным). Оператор символьного вывода, напротив, учитывает все предыдущее содержимое документа и выдает результат с его учетом.

В символьных вычислениях допускается использование большинства встроенных функций MathCAD.

Для символьных вычислений при помощи команд предназначено главное меню Symbolic (Символика), объединяющее математические операции, которые MathCAD умеет выполнять аналитически (рис. 1).

Для реализации второго способа применяются все средства MathCAD, пригодные для численных вычислений (например, панели Calculator, Evaluation и т. д.), и специальная математическая панель инструментов, которую можно вызвать на экран нажатием кнопки Symbolic Keyword Toolbar (Панель символика) на панели Math. На панели Symbolic (Символические) находятся кнопки, соответствующие специфическим командам символьных преобразований (рис. 2), например, таким как разложение выражения на множители, расчет преобразования Лапласа и другим операциям, которые в MathCAD нельзя проводить численно и для которых, соответственно, не предусмотрены встроенные функции.

Примечание. Далее, рассматривая символьные вычисления с помощью меню, будем иллюстрировать результаты рисунками, а символьные вычисления с применением оператора \rightarrow приводить в виде листингов.

Рассмотрим оба типа символьных вычислений на простом примере разложения на сомножители выражения $\sin(2x)$.

Первый способ (с помощью меню).

- Введите выражение $\sin(2x)$:
- Выделите его целиком (см. рис. 1).
- Выберите в главном меню пункты Symbolic / Expand (Символика / Разложить).

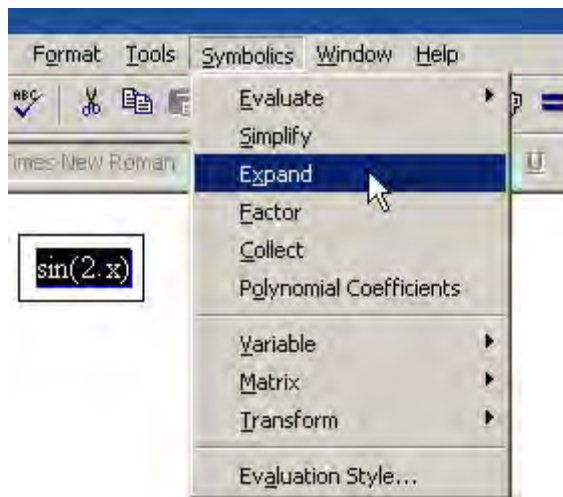


Рис. 1. Меню Symbolic

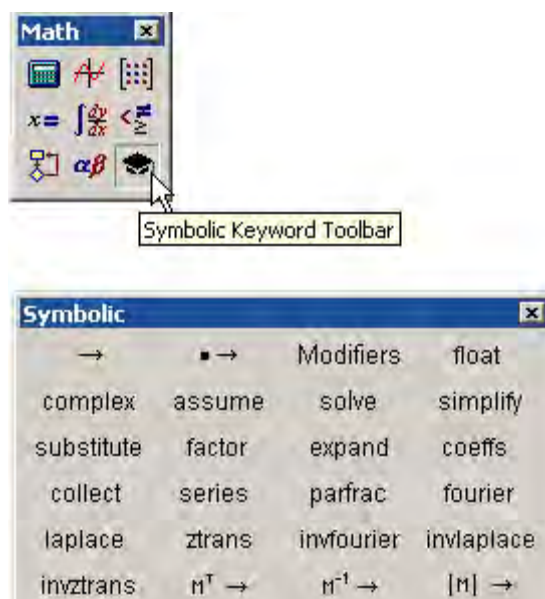


Рис. 2. Панель Symbolic

После этого результат разложения выражения появится чуть ниже в виде еще одной строки (рис. 3).

$$\sin(2 \cdot x)$$

$$2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$$

Рис. 3. Результат применения команды меню Symbolic / Expand

Символьные операции с помощью меню возможны лишь над каким-либо объектом (выражением, его частью или отдельной переменной). Для того чтобы правильно осуществить желаемое аналитическое преобразование, предварительно необходимо выделить тот объект, к которому оно будет относиться. В данном случае преобразование было применено ко всему выражению $\sin(2x)$. Если же выделить часть формулы (рис. 4), то соответствующее преобразование будет отнесено к выделенной части (нижняя строка на этом рисунке).

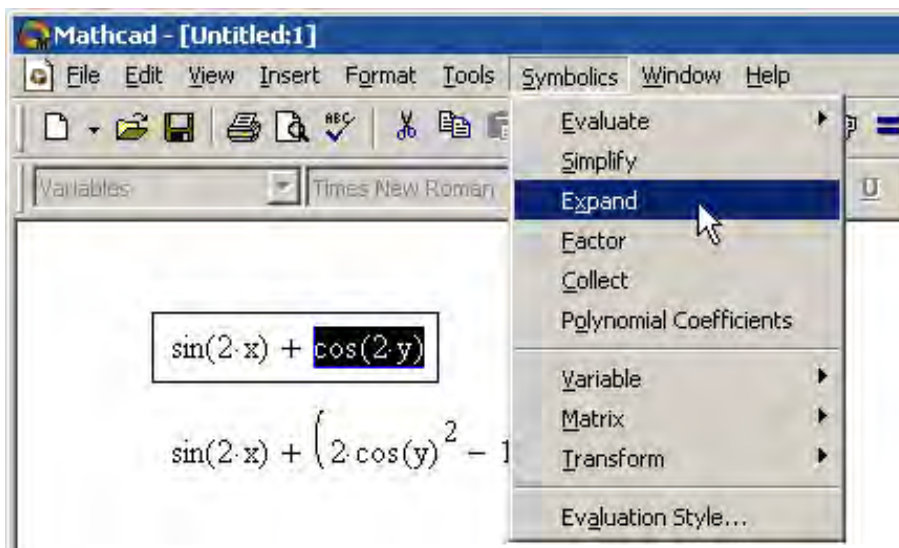


Рис. 4. Символьное разложение части выражения и его результат

Второй способ символьных преобразований (с помощью оператора \rightarrow):

- Введите выражение $\sin(2x)$.
- Выберите команду Expand (Разложить) на панели Symbolic.
- Введите в местозаполнитель после появившегося ключевого слова expand (рис. 5, сверху) имя переменной x , либо нажмите клавишу $\langle \text{Del} \rangle$, чтобы просто удалить местозаполнитель.
- Введите оператор символьного вывода \rightarrow .
- Нажмите клавишу $\langle \text{Enter} \rangle$, либо просто щелкните мышью за пределами выражения.

Оператор символьного вывода можно ввести в редакторе MathCAD несколькими способами: нажатием кнопки \rightarrow на любой из панелей Evaluation (Выражения) или Symbolic (Символика), либо сочетанием клавиш $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle . \rangle$. Результат символьного разложения выражения показан на рис. 5, внизу.

$$\sin(2 \cdot x) \text{ expand, } _ \rightarrow$$

$$\sin(2x) \text{ expand, } x \rightarrow 2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$$

Рис. 5. Символьное разложение выражения

Примечание. Если символьные вычисления осуществляются вторым способом, символьный процессор учитывает все формулы, предварительно введенные в документе (рис. 6, внизу). Но если те же преобразования выполняются при помощи меню, символьный процессор «не видит» ничего, кроме одной формулы, и воспринимает все ее переменные аналитически, даже если им предварительно были присвоены какие-то значения (рис. 6, сверху). По этой причине, например, символьным преобразованиям через меню недоступны предварительные определения функций пользователя.

При выборе символьных вычислений с помощью оператора \rightarrow , в документе сохраняются действия пользователя.

Не всякое выражение поддается аналитическим преобразованиям. Если это так (либо в силу того, что задача вовсе не имеет аналитического решения, либо она оказывается слишком сложной для символьного процессора MathCAD), то в качестве результата выводится само выражение (листинг 1).

Листинг 1. Символьные преобразования

$$\cos(2 \cdot x) \text{ expand, } x \rightarrow 2 \cdot \cos(x)^2 - 1$$

$$\cos(x) \text{ expand, } x \rightarrow \cos(x)$$

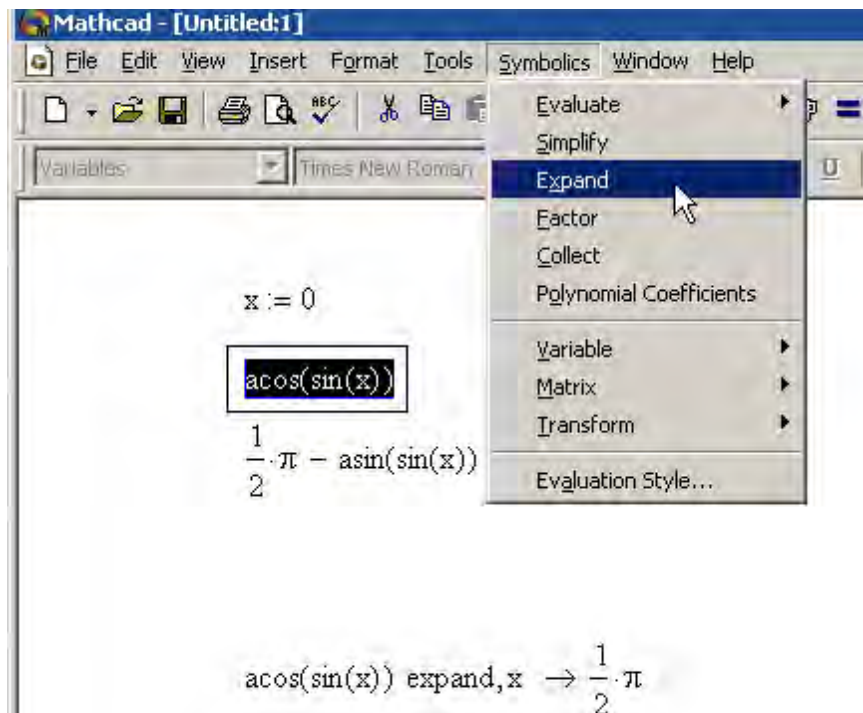


Рис. 6. Различие в символьных вычислениях при помощи меню (сверху) и оператора \rightarrow (снизу)

2. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Символьный процессор MathCAD умеет выполнять основные алгебраические преобразования, такие как упрощение выражений, разложение их на множители, символьное суммирование и перемножение.

Для проведения символьных операций нужно прежде всего выделить объект, над которым эти операции будут выполняться. Если объект отсутствует, доступа к соответствующим операциям в позиции Symbolic главного меню нет, а сами операции выделены затененным шрифтом. Объектом операции может быть самостоятельное математическое выражение, часть такого выражения или заданной пользователем функции, результат предшествующей операции и т. д.

Есть два вида выделения: пунктирными и сплошными линиями. Чтобы отметить объект пунктирной линией, достаточно установить на него курсор-крестик, нажать клавишу <Ctrl> или <Shift> и воспользоваться правой клавишей мыши.

Можно установить курсор около выбранного объекта и, нажав правую клавишу мыши, перемещать ее по столу. При этом появляется пунктирный прямоугольник, который перемещением мыши можно расширять в различных направлениях. Как только этот прямоугольник захватывает один или несколько объектов, они оказываются также выделенными — обведенными пунктирной линией, отмечающей область, занимаемую объектом в окне.

Выделение пунктирной линией используется для перемещения объектов по окну. Для этого достаточно внутрь отмеченного объекта (выражения) поместить курсор мыши, нажать правую клавишу и, удерживая ее нажатой, перемещать мышь. При этом объект (или сразу несколько объектов) будет перемещаться по экрану и его можно оставить (отпустив клавишу мыши) на новом месте. Напоминаем, что нажатие клавиши <F3> ведет к переносу выражений в буфер обмена и стиранию их в окне. Нажатие клавиши <F4> переносит выражения из буфера обмена на место, указанное курсором. Курсор можно перемещать как мышью, так и обычными клавишами управления им.

2.1. Упрощение выражений (Simplify)

Упрощение выражений — наиболее часто применяемая операция. Символьный процессор MathCAD стремится так преобразовать выражение, чтобы оно приобрело более простую форму. При этом используются различные арифметические формулы, приведение подобных слагаемых, тригонометрические тождества, пересчет обратных функций и др. Чтобы упростить выражение с помощью меню (рис. 7), необходимо выполнить следующие действия:

- Введите выражение.
- Выделите выражение целиком или его часть, которую нужно упростить.
- Выберите команду Symbolic / Simplify (Символика / Упростить).

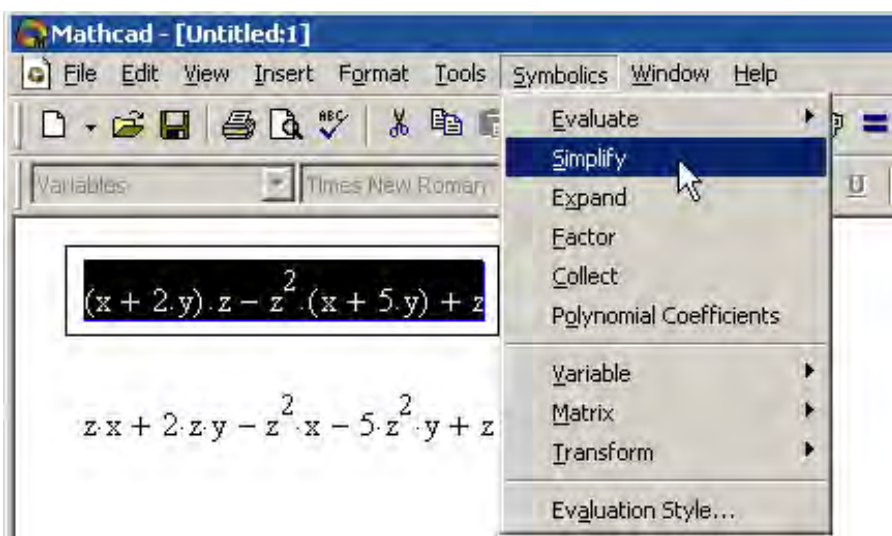


Рис. 7. Упрощение выражения

Для упрощения выражения при помощи оператора символьного вывода используйте ключевое слово `simplify` (листинг 2). Не забывайте, если некоторым переменным, входящим в выражение, ранее были присвоены некоторые значения, то они будут подставлены в него при выполнении символьного вывода (листинг 3).

Листинг 2. Упрощение выражения

$$(x + 2 \cdot y) \cdot z - z^2 \cdot (x + 5 \cdot y) + z \text{ simplify} \rightarrow z \cdot x + 2 \cdot z \cdot y - z^2 \cdot x - 5 \cdot z^2 \cdot y + z$$

Листинг 3. Упрощение выражения с подстановкой значения переменных

$$x := 10 \quad y := 1$$

$$(x + 2 \cdot y) \cdot z - z^2 \cdot (x + 5 \cdot y) + z \text{ simplify} \rightarrow 13 \cdot z - 15 \cdot z^2$$

Упрощение выражений, содержащих числа, производится по-разному, в зависимости от наличия в числах десятичной точки. Если она есть, то выполняется непосредственное вычисление выражения (листинг 4).

Листинг 4. Упрощение выражений

$$\sqrt{3} \text{ simplify} \rightarrow 3^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{3.01} \text{ simplify} \rightarrow 1.7349351572897472412$$

$$\sin(x)^2 + \cos(x)^2 \quad 1$$

$$\frac{x^2 - 3 \cdot x - 4}{x - 4} + 2 \cdot x - 5 \quad 3 \cdot x - 4$$

$$\frac{d}{dx} \sin(3 \cdot x) \quad 3 \cdot \cos(3 \cdot x)$$

$$\int_a^b e^{-t} dt \quad -\exp(-b) + \exp(-a)$$

Команда `Simplify` применительно к вычислениям определенных интегралов ищет аналитическое выражение для интеграла. Более того, она способна делать это и при вычислении кратных интегралов, пределы которых — функции. Наглядный пример этому продемонстрирован ниже.

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1+x^2}} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1}} dy dx \quad \frac{-1}{4} \cdot \ln(\sqrt{2} - 1) \cdot \pi$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^{4 \cdot \cos(\psi)} \rho^2 \sin(\psi) d\rho d\psi d\theta \quad 2 \cdot \pi$$

2.2. Разложение выражений (Expand)

Операция символьного разложения, или расширения, выражений противоположна по смыслу операции упрощения. В ходе разложения раскрываются все суммы и произведения, а сложные тригонометрические зависимости разлагаются с помощью тригонометрических тождеств. Разложение выражений производится путем выбора команды Symbolic / Expand (Символика / Разложить) либо использованием вместе с оператором символьного вывода ключевого слова expand. Применение операции разложения было подробно рассмотрено в разд. 1 (см. рис. 3—6 и листинг 1).

2.3. Разложение на множители (Factor)

Разложение выражений на простые множители производится при помощи команды Symbolic / Factor (Символика / Разложить на множители) (рис. 8) либо использованием вместе с оператором символьного вывода ключевого слова factor (листинг 5). Эта операция позволяет разложить полиномы на произведение более простых полиномов, а целые числа — на простые сомножители. Применяя команду меню, не забывайте перед ее вызовом выделить все выражение или его часть, которую планируете разложить на множители.

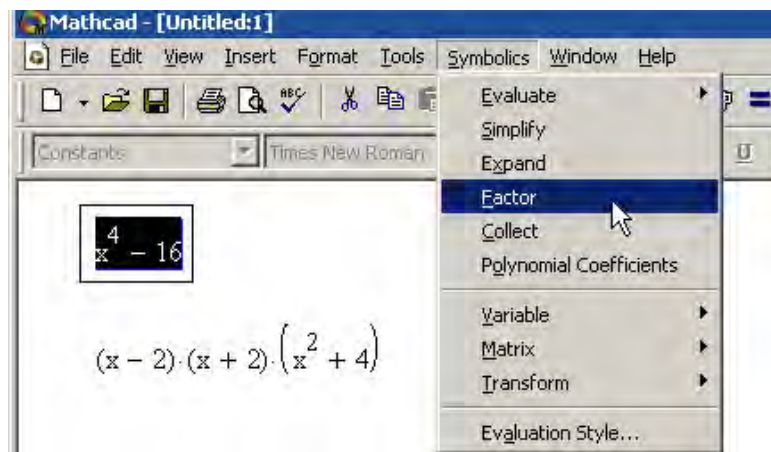


Рис. 8. Разложение выражения на множители

Листинг 5. Примеры разложения на множители

$$x^4 - 16 \text{ factor} \rightarrow (x - 2) \cdot (x + 2) \cdot (x^2 + 4)$$

$$28 \text{ factor} \rightarrow 2^2 \cdot 7$$

2.4. Приведение подобных слагаемых (Collect)

Чтобы привести подобные слагаемые полинома с помощью меню (рис. 9), необходимо:

- Ввести выражение.
- Выделить в выражении имя переменной, относительно которой надо привести подобные слагаемые (в примере на рис. 9 это переменная y).
- Выбрать команду Symbolic / Collect (Символика / Привести подобные).

В результате появится строка с результатом приведения подобных слагаемых (нижняя строка на рис. 9).

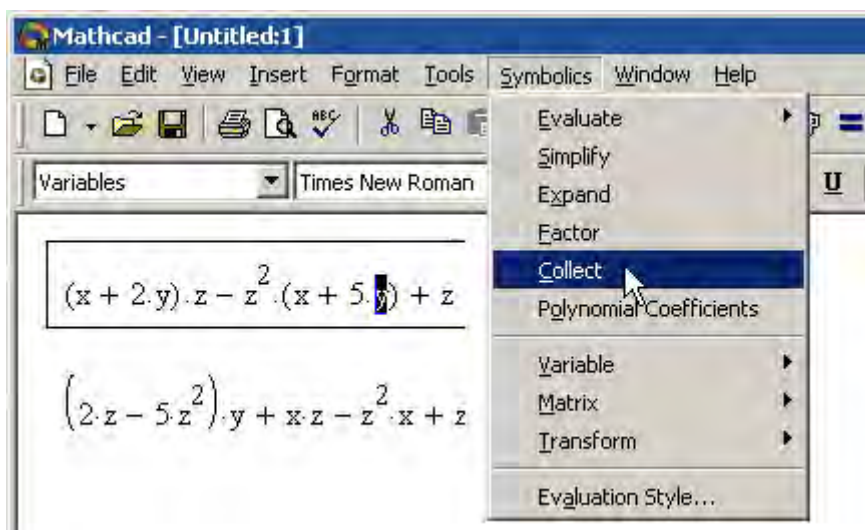


Рис. 9. Приведение подобных слагаемых

Чтобы привести подобные слагаемые с помощью оператора символического вывода (листинг б), необходимо выполнить следующие действия:

- Введите выражение.
- Выберите команду Collect на панели Symbolic (Символика).
- Введите в местозаполнитель после вставленного ключевого слова collect имя переменной, относительно которой требуется привести подобные слагаемые (в первой строке примера из листинга б это переменная x , во второй — y).
- Введите оператор символического вывода \rightarrow .
- Нажмите клавишу <Enter>.

Примечание. После ключевого слова collect допускается задание нескольких переменных через запятую. В этом случае, что иллюстрируется последней строкой листинга б, приведение подобных слагаемых выполняется последовательно по всем переменным.

Листинг б. Приведение подобных слагаемых по разным переменным

$$(x + 2 \cdot y) \cdot z - z^2 \cdot y \cdot (x + 5y) + z \text{ collect, } x \rightarrow (z - z^2 \cdot y) \cdot x + 2 \cdot z \cdot y - 5 \cdot z^2 \cdot y^2 + z$$

$$(x + 2 \cdot y) \cdot z - z^2 \cdot y \cdot (x + 5y) + z \text{ collect, } y \rightarrow -5 \cdot z^2 \cdot y^2 + (2 \cdot z - z^2 \cdot x) \cdot y + zx + z$$

$$(x + 2 \cdot y) \cdot z - z^2 \cdot y \cdot (x + 5y) + z \text{ collect, } x, y, z \rightarrow (z - z^2 \cdot y) \cdot x + 2 \cdot z \cdot y - 5 \cdot z^2 \cdot y^2 + z$$

2.5. Коэффициенты полинома (Polynomial Coefficients)

Если выражение является полиномом относительно некоторой переменной x , заданным не в обычном виде $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots$, а как произведение других, более простых полиномов, то коэффициенты $a_0 + a_1 + a_2$ легко определяются символическим процессором MathCAD. Коэффициенты сами могут быть функциями (подчас, довольно сложными) других переменных.

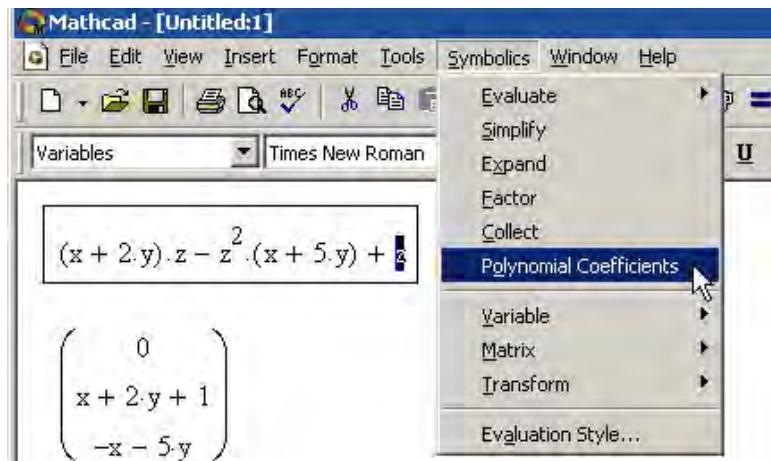


Рис. 10. Вычисление коэффициентов полинома

Чтобы вычислить полиномиальные коэффициенты в выражении при помощи меню (рис. 10), необходимо:

- Ввести выражение.
- Выделить в нем имя переменной или выражение, для которого требуется рассчитать полиномиальные коэффициенты (в примере на рис. 10 это переменная z).
- Выполнить команду Symbolic / Polynomial Coefficients (Символика / Коэффициенты полинома).

В результате под выражением появится вектор, состоящий из полиномиальных коэффициентов. Первым элементом вектора является свободный член a_0 , вторым — a_1 и т. д.

Чтобы вычислить полиномиальные коэффициенты с помощью оператора символьного вывода:

- Введите выражение.
- Выберите команду Coeffs на панели Symbolic (Символика).
- Введите в местозаполнитель после вставленного ключевого слова coeffs аргумент полинома.
- Введите оператор символьного вывода \rightarrow .
- Нажмите клавишу <Enter>.

Примеры вычисления коэффициентов полинома приведены в листингах 7 и 8. Листинг 7 показывает расчет коэффициентов для разных аргументов. Последний листинг демонстрирует возможность определения коэффициентов не только для отдельных переменных, но и для более сложных выражений, входящих в рассматриваемую формулу в качестве составной части.

Листинг 7. Вычисление коэффициентов полинома

$$(x + 2 \cdot y)z - z^2 y(x + 5y) + z \text{ coeffs}, z \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ x + 2 \cdot y + 1 \\ -y \cdot x - 5 \cdot y^2 \end{pmatrix}$$

$$(x + 2 \cdot y)z - z^2 y(x + 5y) + z \text{ coeffs}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \cdot z \cdot y - 5 \cdot z^2 \cdot y^2 + z \\ z - z^2 \cdot y \end{pmatrix}$$

Листинг 8. Вычисление полиномиальных коэффициентов для простой переменной и выражения

$$(x-4) \cdot (x-7) \cdot x + 99 \text{ coeffs}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 99 \\ 28 \\ -11 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(x-4)^3 + (x-4) \cdot (x-7) \cdot x + 99 \text{ coeffs}, x - 4 \rightarrow \begin{pmatrix} 99 \\ x^2 - 7 \cdot x \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2.6. Ряды и произведения

Чтобы вычислить символьно конечную или бесконечную сумму или произведение:

- Введите выражение, используя панель Calculus (Вычисления) для вставки соответствующих символов суммирования или произведения. При необходимости введите в качестве предела ряда символ бесконечности (клавиши <Ctrl> + <Shift> + <Z>).

- В зависимости от желаемого стиля символьных вычислений выберите команду Symbolic / Simplify (Символика / Упростить) или введите оператор символьного вывода \rightarrow .

Примеры численного и символьного вычисления рядов и произведений приведены в листингах 9 и 10.

Листинг 9. Символьные и численные расчеты рядов

$$\sum_{i=0}^{10} 2^i = 2.047 \times 10^3$$

$$\sum_{i=0}^{10} 2^i \rightarrow 2047$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} a^i \rightarrow \frac{-1}{a-1}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n \cdot n!} \rightarrow \exp\left(\frac{1}{2} \cdot x\right)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1^n}{2^n \cdot n!} \rightarrow \exp\left(\frac{1}{2}\right) = 1.649$$

$$\sum_{n=0}^{100} \frac{1^n}{2^n \cdot n!} = 1.649$$

Листинг 10. Символьный расчет произведения

$$\prod_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 + 1} \rightarrow 0$$

$$\prod_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \rightarrow \infty$$

2.7. Разложение на элементарные дроби (Convert to Partial Fractions)

Чтобы разложить сложную дробь на более простые дроби, следует либо выполнить команду **Symbolic / Variable / Convert to Partial Fractions** (Символика / Переменная / Разложить на элементарные дроби) (рис. 11), либо указать ключевое слово `parfrac`. Применяя первый способ (меню), не забывайте перед выбором его команды выделить переменную, по которой будет производиться разложение, а если используется второй способ (с оператором символьного вывода), то имя переменной следует указать после ключевого слова `parfrac`. В общем, последовательность действий при разложении на дроби та же самая, что и обычно (см., например, разд. 2.5).

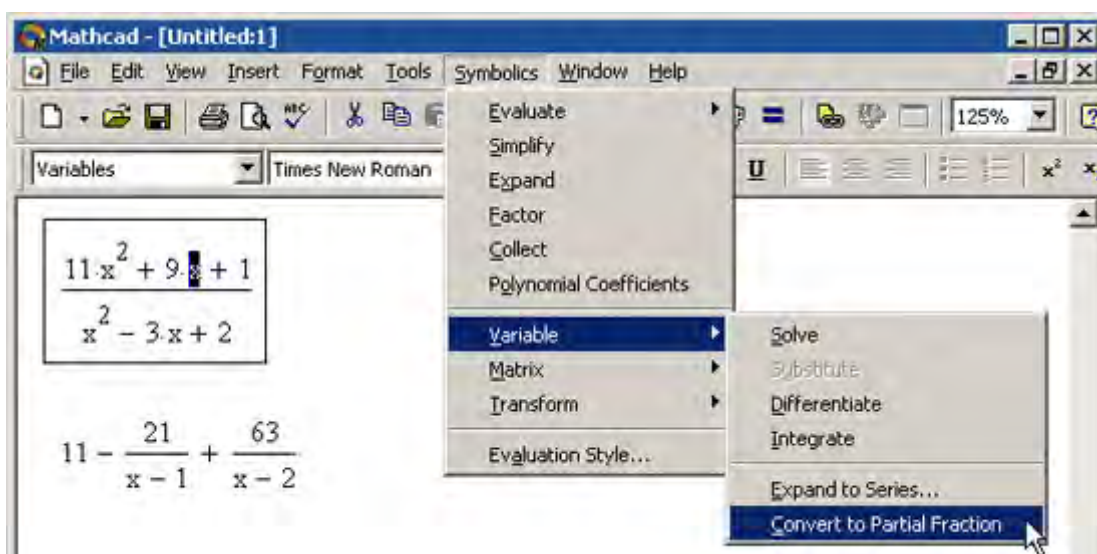


Рис. 11. Разложение сложной дроби на элементарные дроби

2.8. Подстановка переменной (Substitute)

Очень удобная возможность символьных вычислений — это операция подстановки значения переменной в выражение. При помощи меню подстановка производится следующим образом (рис. 12):

- Выделите значение переменной, которое необходимо подставить в некоторое выражение. Значение переменной может быть любым выражением относительно любых переменных (на рис. 12 в качестве подстановки взята самая первая строка документа).
- Скопируйте значение переменной в буфер обмена, например, нажатием клавиш `<Ctrl> + <C>` или кнопки **Copy** (Копировать) на панели инструментов **Standard** (Стандартная).
- Выделите в выражении, в которое требуется подставить значение из буфера обмена, переменную, которая будет заменяться (во второй строке на рис. 12 выделена переменная x).
- Выполните команду **Symbolic / Variable / Substitute** (Символика / Переменная / Подставить).

Результат этих действий иллюстрируется нижней строкой в документе на рис. 12.

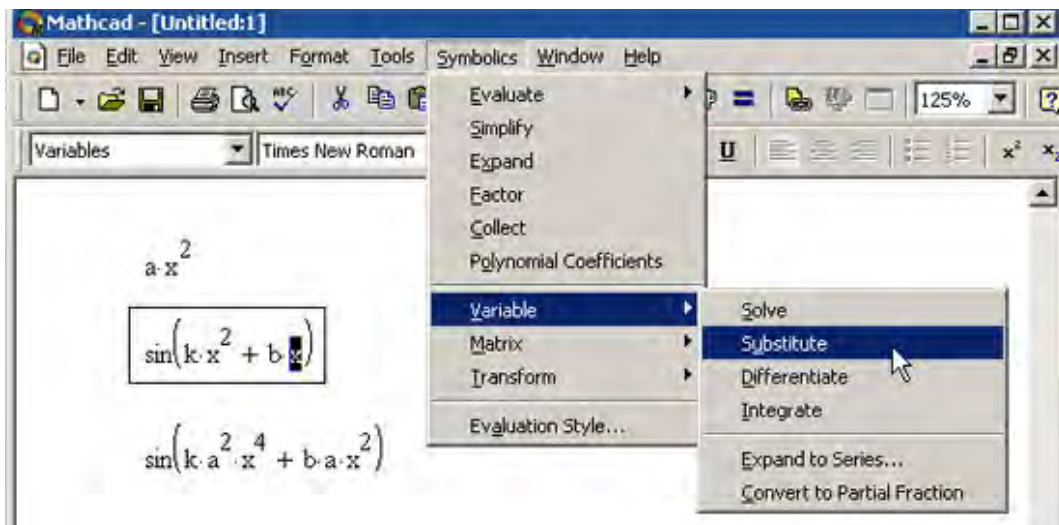


Рис. 12. Подстановка значения переменной

Для осуществления той же операции в совокупности с оператором символического вывода используйте ключевое слово `substitute`, которое вставляется в документ одноименной кнопкой на панели Symbolic (Символика). После ключевого слова `substitute` необходимо ввести в местозаполнители логическое выражение, показывающее, какую именно переменную какой формулой следует заменить (листинг 11).

Листинг 11. Подстановка значения переменной

$$\sin(k \cdot x^2 + b \cdot x) \text{ substitute, } k = a \cdot x^2 \rightarrow \sin(a \cdot x^4 + b \cdot x)$$

2.9. Матричная алгебра

Символьный процессор MathCAD позволяет аналитически выполнять самые разные матричные вычисления. Помня о том, что большинство операций и встроенных функций осуществляются над матрицами точно так же, как над обычными числами, к матричным вычислениям можно применять рассмотренную выше команду упрощения (`Simplify`) из меню символических вычислений.

Кроме того, имеется ряд специфичных матричных операций, которые можно организовать либо с помощью пункта меню Symbolic / Matrix (Символика / Матрица), либо с помощью нескольких кнопок на панели Symbolic (Символика), относящихся к матрицам (см. рис. 2). Это следующие матричные операции:

- Transpose (Транспонирование);
- Invert (Обратная матрица);
- Determinant (Определитель).

Выполняются действия с матрицами в той же последовательности, что и рассмотренные символические операции со скалярными переменными. Перед их применением необходимо выделить в выражении матрицу, к которой будет относиться операция.

3. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Наиболее ярким проявлением возможностей символьного процессора в MathCAD являются аналитические вычисления пределов, производных, интегралов и разложений в ряд, а также решение алгебраических уравнений. Все эти операции при выполнении их посредством меню Symbolic (Символика) находятся в его подменю Variable (Переменная). Соответственно, требуется предварительное выделение в выражении переменной, относительно которой будет совершаться операция. Для выделения переменной достаточно поместить ее между линиями ввода, но для большей наглядности лучше выделить ее черным цветом путем протаскивания указателя мыши через нужную часть выражения.

Все перечисленные операции можно осуществлять и при помощи оператора символьного вывода.

Ниже приводятся сведения о проведении операций математического анализа посредством меню.

3.1. Дифференцирование (Differentiate)

Чтобы аналитически продифференцировать выражение по некоторой переменной, выделите в нем эту переменную и выберите команду Symbolic / Variable / Differentiate (Символика / Переменная / Дифференцировать) (рис. 13).

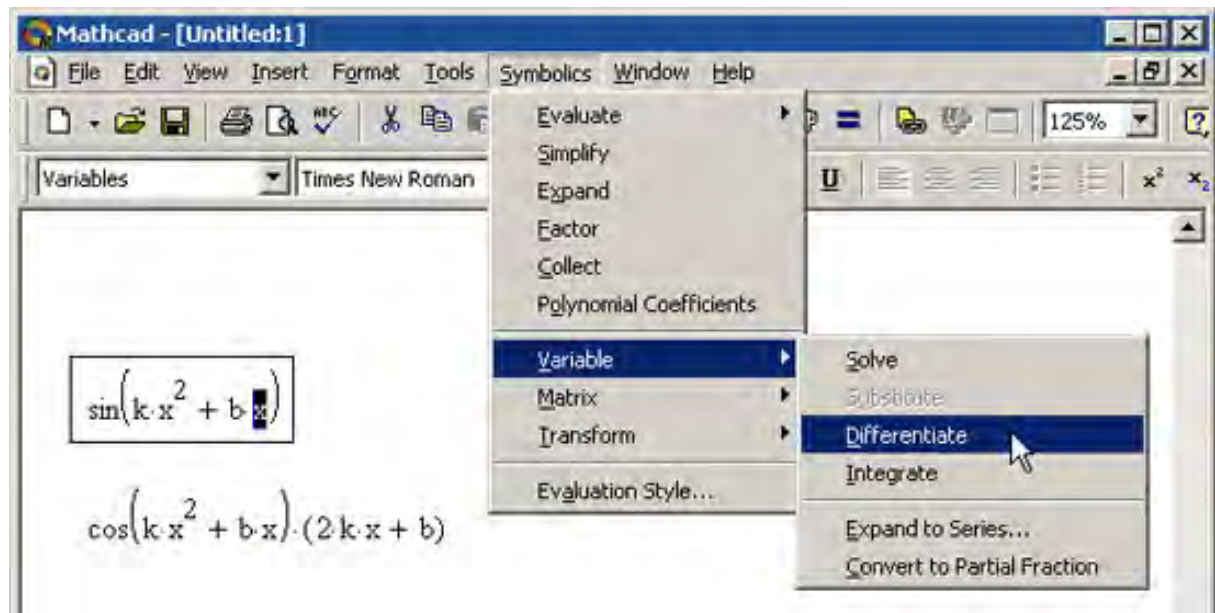


Рис. 13. Дифференцирование по переменной

В результате в следующей строке за выражением появится значение ее производной. Для того чтобы найти вторую производную, повторно примените эту последовательность действий, но уже к полученному результату дифференцирования. Так же находятся и производные высших порядков.

3.2. Интегрирование (Integrate)

Для вычисления неопределенного интеграла от некоторого выражения по определенной переменной выделите в выражении переменную и выполните команду Symbolic / Variable / Integrate (Символика / Переменная / Интегрировать) (рис. 14). Вычисленное аналитическое представление неопределенного интеграла появится ниже. При этом результат может содержать как встроенные в MathCAD функции, так и другие спецфункции, которые нельзя непосредственно рассчитать в MathCAD, но символьный процессор «умеет» выдавать их в качестве результата некоторых символьных операций.

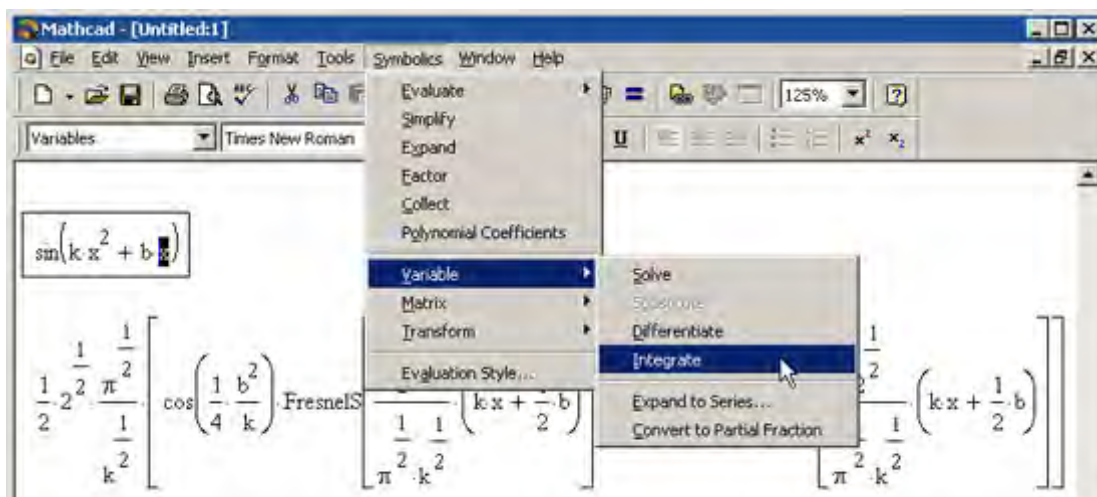


Рис. 14. Интегрирование по переменной

3.3. Разложение в ряд (Expand to Series)

С помощью символьного процессора MathCAD возможно получить разложение выражения в ряд Тейлора по любой переменной x в точке $x = 0$, то есть представить выражение в окрестности точки x суммой вида $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$. Здесь a_i — некоторые коэффициенты, не зависящие от x , но, возможно, являющиеся функциями других переменных, входящих в исходное выражение. Если выражение имеет в точке $x = 0$ особенность, то соответствующее разложение называют рядом Лорана.

Чтобы разложить выражение в ряд Лорана необходимо:

- Ввести выражение.
- Выделить значение переменной, по которой требуется получить разложение в ряд.
- Выполнить команду Symbolic / Variable / Expand to Series (Символика / Переменная / Разложить в ряд) (рис. 15).
- В появившемся диалоговом окне (рис. 16) ввести желаемый порядок аппроксимации (Order of Approximation) и нажать кнопку ОК.

Результат разложения появится под выражением (рис. 17).

Примечание. Разложение строится только в точке $x = 0$. Чтобы получить разложение в другой точке $x = a$, можно, к примеру, подставить вместо переменной x значение $x - a$.

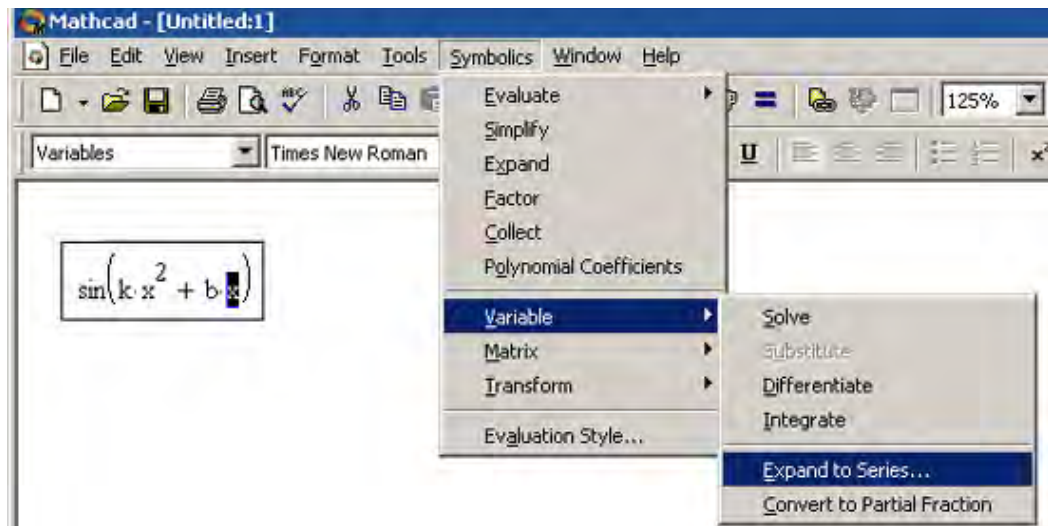


Рис. 15. Подготовка выражения для разложения в ряд по переменной x



Рис. 16. Разложение в ряд Тейлора

$$\sin(k \cdot x^2 + b \cdot x)$$

$$b \cdot x + k \cdot x^2 + \frac{-1}{6} \cdot b^3 \cdot x^3 + \frac{-1}{2} \cdot k \cdot b^2 \cdot x^4 + \left(\frac{1}{120} \cdot b^5 - \frac{1}{2} \cdot k^2 \cdot b \right) \cdot x^5 + O(x^6)$$

Рис. 17. Результат разложения в ряд Тейлора

Для разложения в ряд альтернативным способом, с помощью оператора символического вывода, используйте ключевое слово `series`, вставляя его одноименной кнопкой панели Symbolic (Символика). После ключевого слова `series`, через запятую, указывается имя переменной, по которой производится разложение, и порядок аппроксимации (листинги 12 и 13). Сравнение функции и ее разложений в ряды с разными порядками аппроксимации (для $k = b = i$) иллюстрируется рис. 18. Видно, что разложение в ряд хорошо работает в окрестности точки $x = 0$, а по мере удаления от нее все сильнее и сильнее отличается от функции.

Листинг 12. Разложение выражения в ряд с разным порядком аппроксимации

$$\begin{aligned} \sin(k \cdot x^2 + b \cdot x) \text{ series, } x, 2 &\rightarrow b \cdot x \\ \sin(k \cdot x^2 + b \cdot x) \text{ series, } x, 3 &\rightarrow b \cdot x + k \cdot x^2 \\ \sin(k \cdot x^2 + b \cdot x) \text{ series, } x, 4 &\rightarrow b \cdot x + k \cdot x^2 + \frac{-1}{6} \cdot b^3 \cdot x^3 \\ \sin(k \cdot x^2 + b \cdot x) \text{ series, } x, 5 &\rightarrow b \cdot x + k \cdot x^2 + \frac{-1}{6} \cdot b^3 \cdot x^3 + \frac{-1}{2} \cdot k \cdot b^2 \cdot x^4 \end{aligned}$$

Листинг 13. Разложение выражения в ряд по разным переменным

$$\sin(k \cdot x^2 + b \cdot x) \text{ series, } k, 3 \rightarrow \sin(b \cdot x) + \cos(b \cdot x) \cdot x^2 \cdot k + \frac{-1}{2} \cdot \sin(b \cdot x) \cdot x^4 \cdot k^2$$

$$\sin(k \cdot x^2 + b \cdot x) \text{ series, } b, 3 \rightarrow \sin(k \cdot x^2) + \cos(k \cdot x^2) \cdot x \cdot b + \frac{-1}{2} \cdot \sin(k \cdot x^2) \cdot x^2 \cdot b^2$$

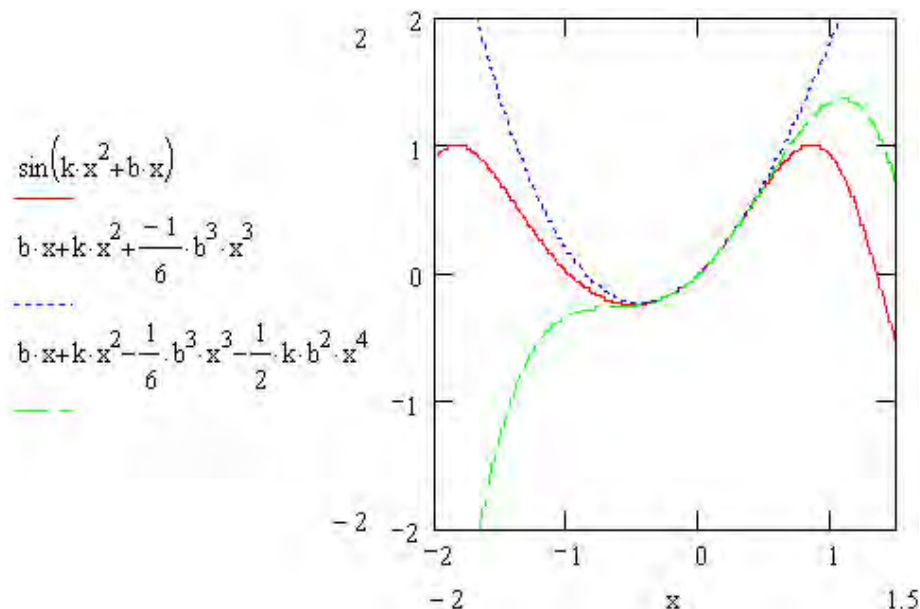


Рис. 18. Функция и ее разложения в ряды Тейлора

3.4. Решение уравнений (Solve)

С помощью символьного процессора можно вычислить аналитически значение переменной, при котором выражение обращается в ноль. Для этого:

- Введите выражение.
- Выделите переменную, относительно которой будет решаться уравнение, приравнивающее выражение к нулю.
- Выберите в меню Symbolic (Символика) пункт Variable / Solve (Переменная / Решить) (рис. 19).

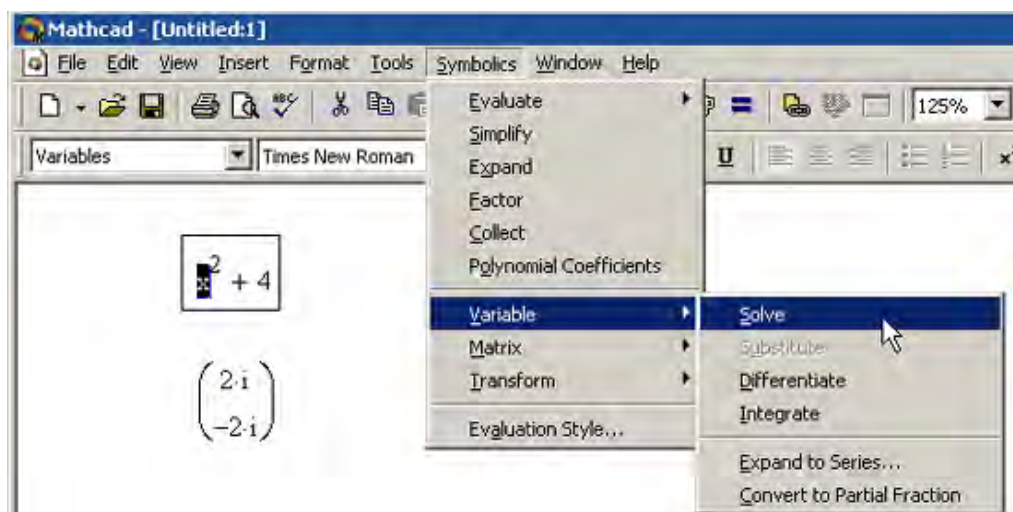


Рис. 19. Символьное решение уравнения

4. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Интегральные преобразования, по определению, ставят в соответствие некоторой функции $f(x)$ другую функцию от другого аргумента $F(w)$. Причем это соответствие $f(x) \rightarrow F(w)$ задается интегральной зависимостью. Символьный процессор MathCAD позволяет осуществлять три вида интегральных преобразований функций — преобразование Фурье, Лапласа и Z-преобразование. Наряду с прямыми преобразованиями, имеется возможность совершать любое из этих трех обратных преобразований, то есть $F(w) \rightarrow f(x)$.

Выполняются все символьные интегральные преобразования аналогично уже рассмотренным операциям. Для вычисления преобразования выражения выделяется переменная, по которой будет осуществляться преобразование, и затем выбирается соответствующий пункт меню. Преобразования с применением оператора символьного вывода используются с одним из соответствующих ключевых слов, вслед за которым требуется указать имя нужной переменной.

Приведем примеры символьного расчета каждого из трех интегральных преобразований.

4.1. Преобразование Фурье (Fourier)

Преобразование Фурье представляет функцию $f(x)$ в виде интеграла по гармоническим функциям, называемого интегралом Фурье:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-i\omega x) dx.$$

Аналитический расчет преобразования Фурье при помощи меню показан на рис. 20. В листинге 14 приведены два примера вычисления прямого преобразования Фурье с применением ключевого слова `fourier` и оператора символьного вывода \rightarrow . Листингом 14 иллюстрируется прямое преобразование Фурье.

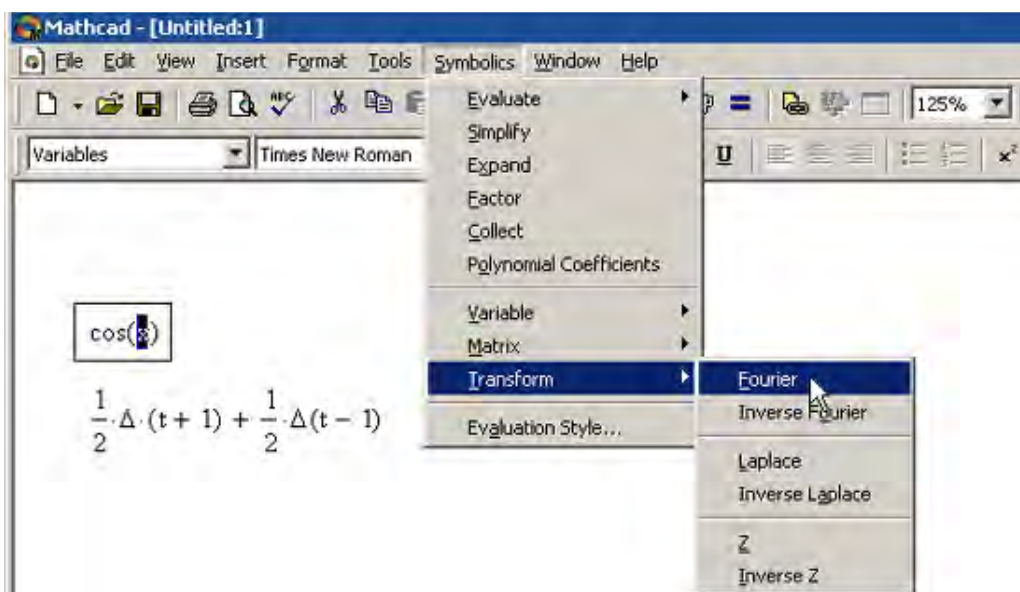


Рис. 20. Расчет Фурье-преобразования при помощи меню

Листинг 14. Прямое преобразование

$$\cos(x) \text{ fourier, } x \rightarrow \pi \cdot \Delta(\omega - 1) + \pi \cdot \Delta(\omega + 1)$$

$$x^2 + 4 \text{ fourier, } x \rightarrow -2\pi \cdot \Delta(2, \omega) + 8\pi \cdot \Delta(\omega)$$

4.2. Преобразование Лапласа (Laplace)

Преобразованием Лапласа называют интеграл от $f(x)$ следующего вида:

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(x) \cdot \exp(-sx) dx.$$

Рассчитывается преобразование Лапласа совершенно аналогично Фурье-преобразованию (см. предыдущий раздел). Примеры преобразования Лапласа приведены в листинге 15.

Листинг 15. Прямое преобразование Лапласа

$$x^2 + 4 \text{ laplace, } x \rightarrow \frac{2}{s^3} + \frac{4}{s}$$

$$\frac{2}{s^3} + \frac{4}{s} \text{ invlaplace, } s \rightarrow t^2 + 4$$

4.3. Z-преобразование (Z)

Z-преобразование функции $f(x)$ определяется через бесконечную сумму следующего вида: $F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f(n)z^{-n}$.

Пример Z-преобразования приведен в листинге 16.

Листинг 16. Прямое и обратное Z-преобразование

$$x^2 + 4 \text{ ztrans, } x \rightarrow z \cdot \frac{-7 \cdot z + 5 + 4 \cdot z^2}{(z - 1)^3}$$

$$z \cdot \frac{-7 \cdot z + 5 + 4 \cdot z^2}{(z - 1)^3} \text{ invztrans, } z \rightarrow n^2 + 4$$

5. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ СИМВОЛЬНОГО ПРОЦЕССОРА

Выше были разобраны основные приемы символьных вычислений в MathCAD. Они, как правило, были показаны на простых примерах, которые иллюстрировали ту или иную символьную операцию. Тем не менее, при проведении разнообразных (и численных тоже) расчетов в MathCAD возможности символьного процессора можно использовать более эффективно. Отметим некоторые из них.

5.1. Применение функций пользователя

При проведении символьных вычислений с оператором символьного вывода функции пользователя и переменные, определенные ранее в документе MathCAD, воспринимаются символьным процессором корректно. Таким образом, имеется мощный аппарат включения символьных расчетов в программы пользователя. Примеры применения функции пользователя приведены в листингах 17 и 18. Сравните последние строчки этих листингов. Несмотря на их идентичность слева от знака символьного вывода, полученные результаты отличаются. Это связано с тем, что в листинге 18 предварительно переменной x присвоено значение 4. Поскольку значения переменных влияют на символьные вычисления, то результат учитывает подстановку вместо x числа 4.

Листинг 17. Функция пользователя в символьных вычислениях

$$f(k,x) := \cos(k \cdot x) + 4 \cdot x^{2-k}$$
$$f(k,x) \text{ substitute, } k = \sqrt{x} \rightarrow \cos\left(x^{\frac{3}{2}}\right) + 4 \cdot x^{2-x^{\frac{1}{2}}}$$
$$f(k,x) \text{ series, } k, 2 \rightarrow 1 + 4 \cdot x^2 + -4 \cdot x^2 \cdot \ln(x) \cdot k$$

Листинг 18. Значения переменных влияют на результат символьных вычислений

$$f(k,x) := \cos(k \cdot x) + 4 \cdot x^{2-k}$$
$$x := 4$$
$$f(k,x) \text{ series, } k, 2 \rightarrow 65 - 64 \ln(4) \cdot k$$

Напротив, при осуществлении символьных операций через меню Symbolic (Символика), символьный процессор «не видит» ничего, кроме выражения, в пределах которого находятся линии ввода. Поэтому ни функции пользователя, ни предварительно определенные значения каких-либо переменных никак не влияют на вычисления.

Примечание. Используйте меню Symbolic (Символика), если требуется «сиюминутно» провести некоторые аналитические действия с выражением и получить ответ в общем виде, не учитывающем текущие значения переменных, входящих в выражение.

5.2. Получение численного значения выражения

Операция Evaluate Symbolically одна из самых мощных. Как видно на рис. 21, она позволяет в символьном виде вычислять суммы (и произведения) рядов, производные и неопределенные интегралы, выполнять символьные и численные операции с матрицами.

Символьная операция Evaluate Symbolically [Shift + F9] (Вычислить) обеспечивает работу с математическими выражениями, содержащими встроенные в систему функции и представленными в различном виде: полиномиальном, дробно-рациональном, в виде сумм и произведений, производных и интегра-

лов и т. д. Операция стремится произвести все возможные численные вычисления и представить выражение в наиболее простом виде. Она возможна над матрицами с символьными элементами. Производные и определенные интегралы, символьные значения которых вычисляются, должны быть представлены в своей естественной форме.

$$\sum n^2 \quad \frac{1}{3} \cdot n^3 - \frac{1}{2} \cdot n^2 + \frac{1}{6} \cdot n$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \tan(x) \quad 2 \cdot \tan(x) \cdot (1 + \tan(x)^2)$$

$$\int_0^x \frac{\sin(t)}{t} dt \quad \text{Si}(x)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & y \\ y & x \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x+2 \cdot y & y+2 \cdot x \\ 3 \cdot x+4 \cdot y & 3 \cdot y+4 \cdot x \end{pmatrix}$$

Рис. 21. Использование операции Evaluate Symbolically: слева — исходные выражения, подвергаемые символьным преобразованиям; справа — результат этих преобразований

С помощью символьного процессора можно рассчитать численное значение выражения (действительное или комплексное). Иногда такой путь представляется более удобным, чем применение численного процессора (т. е. знака обычного равенства). Чтобы рассчитать значение некоторого выражения (рис. 22), выберите команду Symbolic / Evaluate / Symbolically (Символика / Вычислить / Символьно), либо пункт Symbolic / Evaluate / Floating Point (Символика / Вычислить / С плавающей точкой). В последнем случае Вам будет предложено с помощью диалога Floating Point Evaluation (Вычисления с плавающей точкой) задать точность вывода. В итоге применения данных команд MathCAD заменяет символьные результаты, где это возможно, значениями в виде чисел с плавающей точкой.

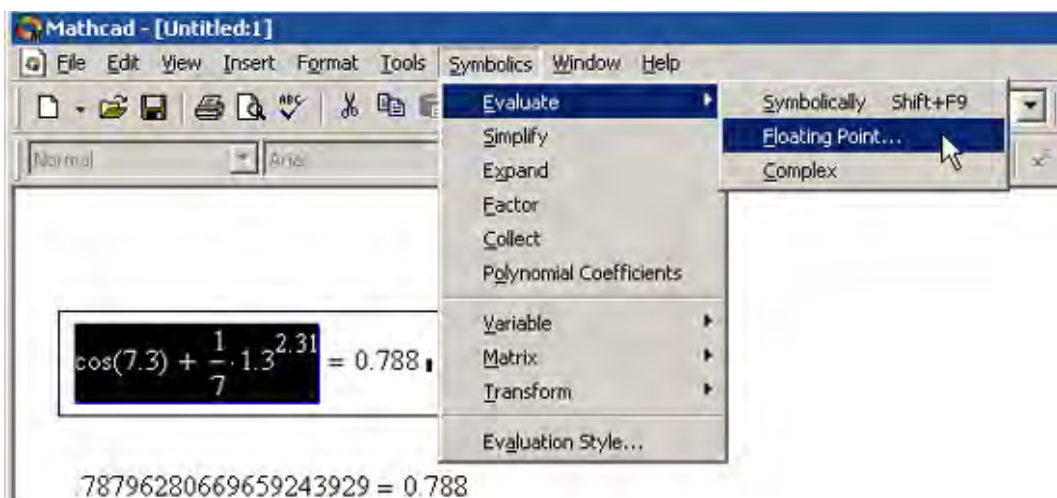


Рис. 22. Вычисление выражения с плавающей точкой

Еще один пункт меню Symbolic / Evaluate / Complex (Символика / Вычислить / Комплексно) позволяет представить выражение в виде $a + bi$.

Аналогичные по действию ключевые слова `float` и `complex` можно использовать в документах, вводя их с панели `Symbolic` (Символика). Ключевое слово `float` применяется вместе со значением точности вывода результата с плавающей точкой (листинг 19). С помощью слова `complex` можно преобразовывать выражения как в символьном виде, так и с учетом численных значений, если они были ранее присвоены переменным (несколько примеров приведено в листинге 20).

Листинг 19. Вычисление выражения с плавающей точкой

```
x := 3                k := 2.4
cos(k·x) + 4·x2-k float,3 → 3.19
cos(k·x) + 4·x2-k float,10 → 3.185927374
cos(k·x) + 4·x2-k float,20 → 3.1859273744412716730
```

Листинг 20. Комплексные преобразования выражений

```
ez+2i complex → exp(z)·cos(2) + i·exp(z)·sin(2)
4.2·2i1.8-3i complex → 1193.4523970930846183 + 1107.3477730509390980·i
x := i
4·x3 complex → -4·i
4·x3.1 complex → .62573786016092347604 - 3.9507533623805509048·i
```

5.3. Последовательности символьных команд

Символьные вычисления допускается проводить с применением цепочек из ключевых слов. Для этого ключевые слова, соответствующие последовательным символьным операциям, должны быть введены по очереди с панели `Symbolic` (Символика). Принцип организации цепочек символьных вычислений очень похож на применение встроенного языка программирования `MathCAD`. Несколько примеров использования последовательности символьных операторов приводится в листингах 21 и 22.

Последовательности символьных команд допускают введение дополнительных условий в расчеты, например таких, как ограничение на действительную или комплексную форму результата. Это делается с помощью ключевого слова `assume`.

Листинг 21. Фурье-преобразование, разложение в ряд с заданной точностью

```
e-x fourier,x → 2·π·Δ(ω - i)
e-x2 | fourier,x
      | series,ω,5 → π +  $\frac{-1}{4} \cdot \pi \cdot \omega^2 + \frac{1}{32} \cdot \pi \cdot \omega^4$ 
e-x2 | fourier,x
      | series,ω,5 → 1.77 - .443·ω2 + 5.54·10-2·ω4
      | float,3
```


Листинг 22. Z-преобразование и разложение на простые дроби

$$x^2 + 4 \text{ ztrans, x} \rightarrow z \cdot \frac{-7 \cdot z + 5 + 4z^2}{(z-1)^3}$$

$$x^2 + 4 \left| \begin{array}{l} \text{ztrans, x} \\ \text{convert, parfrac, z} \end{array} \right. \rightarrow 4 + \frac{2}{(z-1)^3} + \frac{3}{(z-1)^2} + \frac{5}{z-1}$$

6. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

6.1. Варианты индивидуальных заданий для лабораторной работы

№ варианта	Задания	№ варианта	Задания
1	1.1, 2—3.1, 4.1, 5.1, 6.1, 7.1, 8.1, 9.1, 10—11.1, 12.1, 13.1	16	1.6, 2—3.7, 4.8, 5.9, 6. 10, 7.1, 8.2, 9.3, 10—11.4, 12.5, 13.6
2	1.2, 2—3.2, 4.2, 5.2, 6.2, 7.2, 8.2, 9.2, 10—11.2, 12.2, 13.2	17	1.7, 2—3.8, 4.9, 5.10, 6.1, 7.2, 8.3, 9.4, 10—11.5, 12.6, 13.7
3	1.3, 2—3.3, 4.3, 5.3, 6.3, 7.3, 8.3, 9.3, 10—11.3, 12.3, 13.3	18	1.8, 2—3.9, 4.10, 5.1, 6.2, 7.3, 8.4, 9.5, 10—11.6, 12.7, 13.8
4	1.4, 2—3.4, 4.4, 5.4, 6.4, 7.4, 8.4, 9.4, 10—11.4, 12.4, 13.4	19	1.9, 2—3.10, 4.1, 5.2, 6.3, 7.4, 8.5, 9.6, 10—11.7, 12.8, 13.9
5	1.5, 2—3.5, 4.5, 5.5, 6.5, 7.5, 8.5, 9.5, 10—11.5, 12.5, 13.5	20	1.10, 2—3.1, 4.2, 5.3, 6.4, 7.5, 8.6, 9.7, 10—11.8, 12.9, 13.1
6	1.6, 2—3.6, 4.6, 5.6, 6.6, 7.6, 8.6, 9.6, 10—11.6, 12.6, 13.6	21	1.1, 2—3.10, 4.9, 5.8, 6.7, 7.6, 8.5, 9.4, 10—11.3, 10—11.2, 12.1, 13.10
7	1.7, 2—3.7, 4.7, 5.7, 6.7, 7.7, 8.7, 9.7, 10—11.7, 12.7, 13.7	22	1.2, 2—3.8, 4.7, 5.6, 6.5, 7.4, 8.3, 9.2, 10—11.1, 12.10, 13.9
8	1.8, 2—3.8, 4.8, 5.8, 6.8, 7.8, 8.8, 9.8, 10—11.8, 12.8, 13.8	23	1.3, 2—3.7, 4.6, 5.5, 6.4, 7.3, 8.2, 9.1, 10—11.10, 12.9, 13.8
9	1.9, 2—3.9, 4.9, 5.9, 6.9, 7.9, 8.9, 9.9, 10—11.9, 12.9, 13.9	24	1.4, 2—3.6, 4.5, 5.4, 6.3, 7.2, 8.1, 9.10, 10—11.9, 12.8, 13.7
10	1.10, 2—3.10, 4.10, 5.10, 6.10, 7.10, 8.10, 9.10, 10—11.10, 12.10, 13.10	25	1.5, 2—3.5, 4.4, 5.3, 6.2, 7.1, 8.10, 9.9, 10—11.8, 12.7, 13.6
11	1.1, 2—3.2, 4.3, 5.4, 6.5, 7.6, 8.7, 9.8, 10—11.9, 12.10, 13.1	26	1.6, 2—3.4, 4.3, 5.2, 6.1, 7.10, 8.19, 9.8, 10—11.7, 12.6, 13.5
12	1.2, 2—3.3, 4.4, 5.5, 6.6, 7.7, 8.8, 9.9, 10—11.10, 12.1, 13.2	27	1.7, 2—3.3, 4.2, 5.1, 6.10, 7.9, 8.8, 9.7, 10—11.6, 12.5, 13.4
13	1.3, 2—3.4, 4.5, 5.6, 6.7, 7.8, 8.9, 9.10, 10—11.1, 12.2, 13.3	28	1.8, 2—3.2, 4.1, 5.10, 6.9, 7.8, 8.17, 9.6, 10—11.5, 12.4, 13.3
14	1.4, 2—3.5, 4.6, 5.7, 6.8, 7.9, 8.10, 9.1, 10—11.2, 12.3, 13.4	29	1.9, 2—3.1, 4.10, 5.9, 6.8, 7.7, 8.6, 9.5, 10—11.4, 12.3, 13.2
15	1.5, 2—3.6, 4.7, 5.8, 6.9, 7.10, 8.1, 9.2, 10—11.3, 12.4, 13.5	30	1.10, 2—3.10, 4.9, 5.8, 6.7, 7.6, 8.1, 9.2, 10—11.3, 12.4, 13.5

6.2. Задания для лабораторной работы

Задание 1. Упростите выражение.

$$1.1. \frac{1}{1-a} + \frac{1}{1+a} - \frac{2a}{1+a^2} - \frac{4a^3}{1+a^4} - \frac{8a^7}{1+a^8}.$$

$$1.2. \left(\frac{b}{a+b} + a \right) \left(\frac{a}{a-b} - b \right) - \left(\frac{a}{a+b} + b \right) \left(\frac{b}{a-b} - a \right).$$

$$1.3. \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-c)(b-a)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)}.$$

$$1.4. \frac{a-c}{a^2+ac+c^2} \frac{a^3-c^3}{a^2b-bc^2} \left(1 + \frac{c}{a-c} - \frac{1+c}{c} \right) : \frac{c(1+c)-a}{bc}.$$

$$1.5. \frac{a-b}{a+b} + \frac{b-c}{b+c} + \frac{c-a}{c+a} + \frac{(a-b)(b-c)(c-a)}{(a+b)(b+c)(c+a)}.$$

$$1.6. \frac{1}{1-a} + \frac{1}{1+a} + \frac{2}{1+a^2} + \frac{4}{1+a^4} + \frac{8}{1+a^8} + \frac{16}{1+a^{16}}.$$

$$1.7. \frac{a+b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} : \left(\frac{a+b}{\sqrt{ab}} + \frac{b}{a-\sqrt{ab}} - \frac{a}{\sqrt{ab}+b} \right).$$

$$1.8. \frac{b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c-a}{(b-c)(b-a)} + \frac{a-b}{(c-a)(c-b)}.$$

$$1.9. \frac{a-c}{a^2+ac+c^2} \frac{a^3-c^3}{a^2b-bc^2} \left(1 + \frac{c}{a-c} - \frac{1+c}{c} \right) : \frac{c(1+c)-a}{bc}.$$

$$1.10. \left(\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{a+1}} + \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{a-1}} \right) : \left(1 + \sqrt{\frac{a+1}{a-1}} \right).$$

Задание 2—3. Разложите выражение на множители и относительно переменной a .

$$2-3.1. 4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2.$$

$$2-3.2. a^4 + 3a^3 + 4a^2 - 6a - 12.$$

$$2-3.3. (ab + ac + bc)(a + b + c) - abc.$$

$$2-3.4. (a^2 + a + 3)(a^2 + a + 4) - 12.$$

$$2-3.5. (a+1)(a+3)(a+5)(a+7) + 15.$$

$$2-3.6. a^4 + 2a^3b - 3a^2b^2 - 4ab^3 - b^4.$$

$$2-3.7. a^4 - 2a^3b - 8a^2b^2 - 6ab^3 - b^4.$$

$$2-3.8. 2a^2b + 4ab^2 - a^2c + ac^2 - 4b^2c + 2bc - 4abc.$$

$$2-3.9. (a^2 + b^2)^3 - (b^2 + c^2)^3 - (a^2 - c^2)^3.$$

$$2-3.10. (a-b)^3 + (b-c)^3 - (a-c)^3.$$

Задание 4. Приведите подобные.

$$4.1. 2(x-y) + 2(2x-3y).$$

$$4.2. 5x + 3(x+z) - 4(2x+2z).$$

$$4.3. -3(2x+5y) + (3x-3y).$$

$$4.4. x + 2y - 3(4x+6y).$$

$$4.5. -4y + 2x - (-6y) + 2(x+y).$$

$$4.6. 5(x+y) - 3(x-y) + 9y.$$

$$4.7. -x + 2y + 7(x-2y).$$

$$4.8. 5x + 2y - 8y + 3(x+y).$$

$$4.9. -4x - 7y + 2(x+y) - 4(2x-y).$$

$$4.10. -x + y - 2(x+y) - 3(x+2y).$$

Задание 5. Вычислите коэффициенты полинома по аргументу x .

$$5.1. (x+2y)x^2 + yx.$$

$$5.2. (y+z)x + zx^2 + yx^3.$$

$$5.3. -x^2 + xy^2 + 2y + x.$$

$$5.4. x^4y^3 + xy^2 + x.$$

$$5.5. xy + xz + yz.$$

$$5.6. -x^2y + x^2y^2 + xy^2.$$

$$5.7. (2x+y)x^3 + yx^2 + x.$$

$$5.8. xy^2 + xz^2 + x(y+z).$$

$$5.9. x + y + z + x^2 + y^2 + z^2.$$

$$5.10. 5yx^3 + yx^2 + x.$$

Задание 6. Вычислите ряды и произведения.

$$6.1. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2-1}; \quad \prod_{n=2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right).$$

$$6.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(2n+1)}; \quad \prod_{n=2}^{\infty} \left(1 - \frac{2}{n(n+1)}\right).$$

$$6.3. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n(n+1)}{n!}; \quad \prod_{n=2}^{\infty} \frac{n^3-1}{n^3+1}.$$

$$6.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2(n+1)^2(n+2)^2}; \quad \prod_{n=3}^{\infty} \frac{n^2-4}{n^2-1}.$$

$$6.5. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n - 2}; \prod_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{3n-1}.$$

$$6.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n^2(2n+1)^2}; \prod_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)(2n+7)}{(2n+3)(2n+5)}.$$

$$6.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}; \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n(n+2)}\right).$$

$$6.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2(n+1)^2}; \prod_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{n(n+2)}.$$

$$6.9. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{(2n+1)!}; \prod_{n=2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right).$$

$$6.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{2^n}; \prod_{n=0}^{\infty} \sqrt{\frac{n+1}{n+2}}.$$

Задание 7. Разложите на элементарные дроби.

$$7.1. \frac{2x^2 - 5}{x^4 - 5x^2 + 6}.$$

$$7.2. \frac{x^2 - 3x + 2}{x(x^2 + 2x + 1)}.$$

$$7.3. \frac{x^2}{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}.$$

$$7.4. \left(\frac{x+2}{x-1}\right)^2.$$

$$7.5. \frac{x^3 + 1}{x^3 - x^2}.$$

$$7.6. \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x}.$$

$$7.7. \frac{x^3 - 1}{4x^3 - x}.$$

$$7.8. \frac{1}{6x^3 - 7x^2 - 3x}.$$

$$7.9. \frac{2x^2 + 41x - 91}{(x-1)(x+3)(x-4)}.$$

$$7.10. \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 5}{(x-2)^4}.$$

Задание 8. Подставьте значение переменной в выражение.

8.1. $x^2 + 2y + xy$; y ; $2x$.

8.2. $5x + 2y + xy^2$; x ; y^2 .

8.3. $3xy + x^2 + y^2$; x ; $z + a$.

8.4. $-x^3 + 6xy + 4yx^2$; x ; $2y$.

8.5. $(x + y)x + 2(x - y)y$; x ; zy .

8.6. $5x(x + y) - 2y(x - 2y)$; x ; $z - a$.

8.7. $xy + xz + yz$; z ; $2k$.

8.8. $x^2 + y^2 + z^2 + 3xyz$; y ; $2z$.

8.9. $8y + x + 2zy^2$; x ; $2a$.

8.10. $3x(z + y) - 2y(x - z)$; z ; $x + y$.

Задание 9. Вычислите транспонированную, обратную матрицу к данной матрице и их определители.

9.1.
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

9.2.
$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & -1 \\ 4 & 5 & -2 \end{pmatrix}.$$

9.3.
$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

9.4.
$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

9.5.
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

9.6.
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 3 & 4 & -5 \\ 0 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

9.7.
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$9.8. \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$9.9. \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$9.10. \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задание 10—11. Выполните дифференцирование и интегрирование выражения по переменным x и y .

$$10—11.1. \quad 2x^2 - xy^2 + 3x^2y.$$

$$10—11.2. \quad yx^3 + xy^2.$$

$$10—11.3. \quad \frac{x^2}{y} + \frac{y}{x^2}.$$

$$10—11.4. \quad \ln(x + y).$$

$$10—11.5. \quad x^3 \cos 4y.$$

$$10—11.6. \quad \sin x \cos x.$$

$$10—11.7. \quad \frac{xy}{x + y}.$$

$$10—11.8. \quad e^x + e^{-y}.$$

$$10—11.9. \quad e^{xy}(x + y).$$

$$10—11.10. \quad xye^{x+2y}.$$

Задание 12. Разложите в ряд с разным порядком аппроксимации.

$$12.1. \quad e^x \sin(x).$$

$$12.2. \quad e^x \cos(x).$$

$$12.3. \quad (1 + x)e^{-x}.$$

$$12.4. \quad \ln(1 + x).$$

$$12.5. \quad \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right).$$

$$12.6. \quad \ln\left(1 + \sqrt{1+x^2}\right).$$

$$12.7. \quad \frac{x}{(1-x)(1-x^2)}.$$

$$12.8. \frac{x}{1+x-x^2}.$$

$$12.9. \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$12.10. a \sin(x).$$

Задание 13. Решите уравнение.

$$13.1. x^4 - 2x^3 - 5x^2 - 10x - 1 = 0.$$

$$13.2. x^4 - 8x^3 - 10x^2 - 40x + 7 = 0.$$

$$13.3. x^4 + 6x^3 - 16x^2 + 24x - 2 = 0.$$

$$13.4. x^4 - 2x^3 + 2,2x^2 + 2x - 4 = 0.$$

$$13.5. x^4 - 4x^3 + 5,2x^2 - 4 = 0.$$

$$13.6. x^4 + 6x^3 - 5x^2 + 24x + 2 = 0.$$

$$13.7. x^4 + 10x^3 - 3x^2 + 36x + 2 = 0.$$

$$13.8. x^4 - 8x^3 - 5x^2 - 42x + 6 = 0.$$

$$13.9. x^4 + 4xx^3 + 7,2x^2 + 4x - 1 = 0.$$

$$13.10. x^4 + 2x^3 + 6,2x^2 + 10x + 4 = 0.$$

6.3. Содержание отчета

1. Название, цель работы и задание.
2. Результаты расчета на ПЭВМ выполненного индивидуального задания.

Список рекомендуемой литературы

1. *Макаров, Е. Г.* Инженерные расчеты в MathCAD 14 / Е. Г. Макаров. — СПб. : Питер, 2007. — 592 с.
2. *Кирьянов, Д. В.* Самоучитель MathCAD 12 / Д. В. Кирьянов. — СПб. : БХВ — Петербург, 2004. — 576 с.
3. URL: <http://ru.wikipedia.org/wiki/MathCAD> / (дата обращения : 16.09.2013).

План выпуска учеб.-метод. документ. 2013 г., поз. 38

Начальник РИО *М. Л. Песчаная*
Зав. редакцией *О. А. Шипунова*
Редактор *Р. В. Худадян*
Компьютерная правка и верстка *А. Г. Вишняков*

Подписано в свет 12.12.2013.
Гарнитура «Таймс». Уч.-изд. л. 1,4. Объем данных 1,28 Мбайт.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет»
Редакционно-издательский отдел
400074, Волгоград, ул. Академическая, 1
<http://www.vgasu.ru>, info@vgasu.