

Министерство образования и науки Российской Федерации
Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет

**ПЕРЕСЕЧЕНИЕ
ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ ПЛОСКОСТЬЮ.
РАЗВЕРТКИ
НАКЛОННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ**

Методические указания к расчетно-графической работе

Составители Н. Ю. Ермилова, О. В. Богдалова



© Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Волгоградский государственный
архитектурно-строительный университет», 2012

Волгоград
ВолгГАСУ
2012

Пересечение геометрических тел плоскостью. Развертки наклонных поверхностей [Электронный ресурс] : методические указания к расчетно-графической работе / М-во образования и науки Росс. Федерации, Волгогр. гос. архит.-строит. ун-т ; сост. Н. Ю. Ермилова, О. В. Богдалова. — Электронные текстовые и графические данные (467 Мбайт). — Волгоград : ВолгГАСУ, 2012. — Учебное электронное издание комбинированного распространения : 1 CD-диск. — Систем. требования: PC 486 DX-33; Microsoft Windows XP; 2-скоростной дисковод CD-ROM; Adobe Reader 6.0. — Официальный сайт Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Режим доступа: <http://www.vgasu.ru/publishing/on-line/> — Загл. с титул. экрана.

Даны примеры поэтапного решения задач по построению сечения различных геометрических тел (прямых и наклонных) секущими плоскостями общего положения и определения натуральных величин данных сечений. Показаны развертки геометрических поверхностей с нанесением на них линий сечения.

Для студентов дневной и заочной форм обучения по направлению «Строительство».

Имеется печатный аналог (Пересечение геометрических тел плоскостью. Развертки наклонных поверхностей : методические указания к расчетно-графической работе / М-во образования и науки Росс. Федерации, Волгогр. гос. архит.-строит. ун-т ; сост. Н. Ю. Ермилова, О. В. Богдалова. — Волгоград : ВолгГАСУ, 2012. — 25, [1] с.).

Оглавление

| | |
|--|----|
| Общие понятия..... | 4 |
| Сечение многогранников плоскостями общего положения. Определение натуральной величины сечения. Развертки геометрических тел..... | 5 |
| Сечение поверхностей геометрических тел вращения плоскостями общего положения. Определение натуральной величины сечения. Развертки геометрических тел..... | 15 |
| Библиографический список..... | 26 |

Целью работы является получение студентами необходимых знаний, умений и навыков геометрического формирования, построения и взаимного пересечения моделей плоскости и пространства; развитие пространственного представления, конструктивного мышления, способностей к анализу геометрических форм и их отношений.

Объем и содержание выполняемой работы определяются программой учебной дисциплины для конкретной специальности.

Необходимо:

- 1) построить линию пересечения геометрического тела заданной плоскостью;
- 2) определить натуральную величину сечения геометрического тела плоскостью;
- 3) построить развертку геометрической поверхности с нанесением на ней линии сечения.

Чертеж выполняют на листе ватмана формата А4 (210×297 мм) или А3 (297×420 мм) в карандаше. Рамка и основная надпись должны соответствовать [2]. Толщину линий применяют по [1]. Надписи на чертеже выполняют в соответствии с [3] шрифтом № 5 в сочетании строчных и прописных букв. Наименование чертежа — «Сечение геометрических тел плоскостью», шрифт № 7. Варианты даны в сборнике заданий по курсу «Начертательная геометрия» [4].

ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ

Сечением называется плоская фигура, полученная путем пересечения геометрического тела секущей плоскостью и содержащая точки, принадлежащие поверхности тела и плоскости. *Сечение ограничивается замкнутой ломаной линией, если плоскость пересекает гранную поверхность, и замкнутой кривой линией, если плоскость пересекает кривую поверхность.*

Построение линии сечения в общем случае сводится к определению точек пересечения ребер многогранника или образующих кривой поверхности с секущей плоскостью. Следовательно, построение линии сечения сводится к множественной задаче определения точек пересечения прямой с плоскостью.

Натуральную величину сечения геометрической поверхности плоскостью определяют любым известным способом преобразования чертежа, например, способом совмещения секущей плоскости с плоскостью проекций, способом вращения, способом замены плоскостей проекций и т. д.

Кроме определения натуральной величины сечения геометрического тела заданной плоскостью, часто требуется построить развертку геометрической поверхности с нанесением на ней линии сечения.

Разверткой называется плоская фигура, полученная при совмещении поверхности (или ее отсека) с плоскостью путем изгибания. *Свойства разверток поверхностей:* сохранение длин линий, углов между линиями и площади, ограниченной замкнутым контуром.

При построении развертки любой геометрической фигуры необходимо вначале определить натуральные величины оснований и ребер или образую-

щих геометрического тела, используя способы преобразования плоскостей проекций.

Построение разверток наклонных геометрических тел осуществляется по аналогии с построением разверток прямых геометрических фигур, например, методом раскатки геометрической поверхности, методом триангуляции, методом нормального сечения и т. д.

Алгоритм построения линии пересечения геометрического тела плоскостью общего положения сводится к двум этапам. На первом этапе плоскость из общего положения преобразуют в частное (проецирующее) положение. На втором — определяют точки пересечения ребер или образующих поверхности с секущей плоскостью.

СЕЧЕНИЕ МНОГОГРАННИКОВ ПЛОСКОСТЯМИ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНОЙ ВЕЛИЧИНЫ СЕЧЕНИЯ. РАЗВЕРТКИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

Многогранники относят к гранным поверхностям. Эти поверхности являются закономерными (т. е. образующая такой поверхности перемещается по определенному закону), линейчатыми и развертываемыми.

Многогранником называют геометрическое тело, ограниченное со всех сторон плоскими многоугольниками. Плоские многоугольники — грани, а линии пересечения граней — ребра. Концы ребер многогранника называются вершинами. Образующей гранной поверхности является прямая, направляющей — ломаная линия.

Сечением многогранника плоскостью является плоский многоугольник, вершины которого принадлежат ребрам, а стороны — граням многогранника, поэтому построение линии пересечения многогранника плоскостью сводится к многократному решению задачи на определение точек пересечения ребер многогранника с секущей плоскостью. В зависимости от вида гранной поверхности и положения секущей плоскости сечение может принимать различные геометрические фигуры.

Рассмотрим некоторые примеры.

З а д а ч а 1

Дано: прямая четырехгранная призма и плоскость общего положения α (ΔABC) (рис. 1).

Выполнить: 1) построить линию пересечения призмы плоскостью; 2) определить натуральную величину сечения призмы плоскостью; 3) построить развертку прямой призмы с нанесением на ней линии сечения.

Порядок выполнения:

1. Способом замены плоскостей проекций преобразуют плоскость α (ΔABC) из общего положения в частное — проецирующее, где $\alpha_{П_4}$ ($A_4B_4C_4$) — проецирующий след плоскости. Для этого в плоскости α (ΔABC) выстраивают гори-

зонталь h плоскости и определяют проекции горизонтали h_1 и h_2 . Новую плоскость Π_4 проводят перпендикулярно горизонтальной проекции горизонтали h_1 . В результате построений плоскость α (ΔABC) проецируется на плоскость Π_4 в след α_{Π_4} ($A_4B_4C_4$). Затем в плоскости Π_4 выстраивают проекцию призмы.

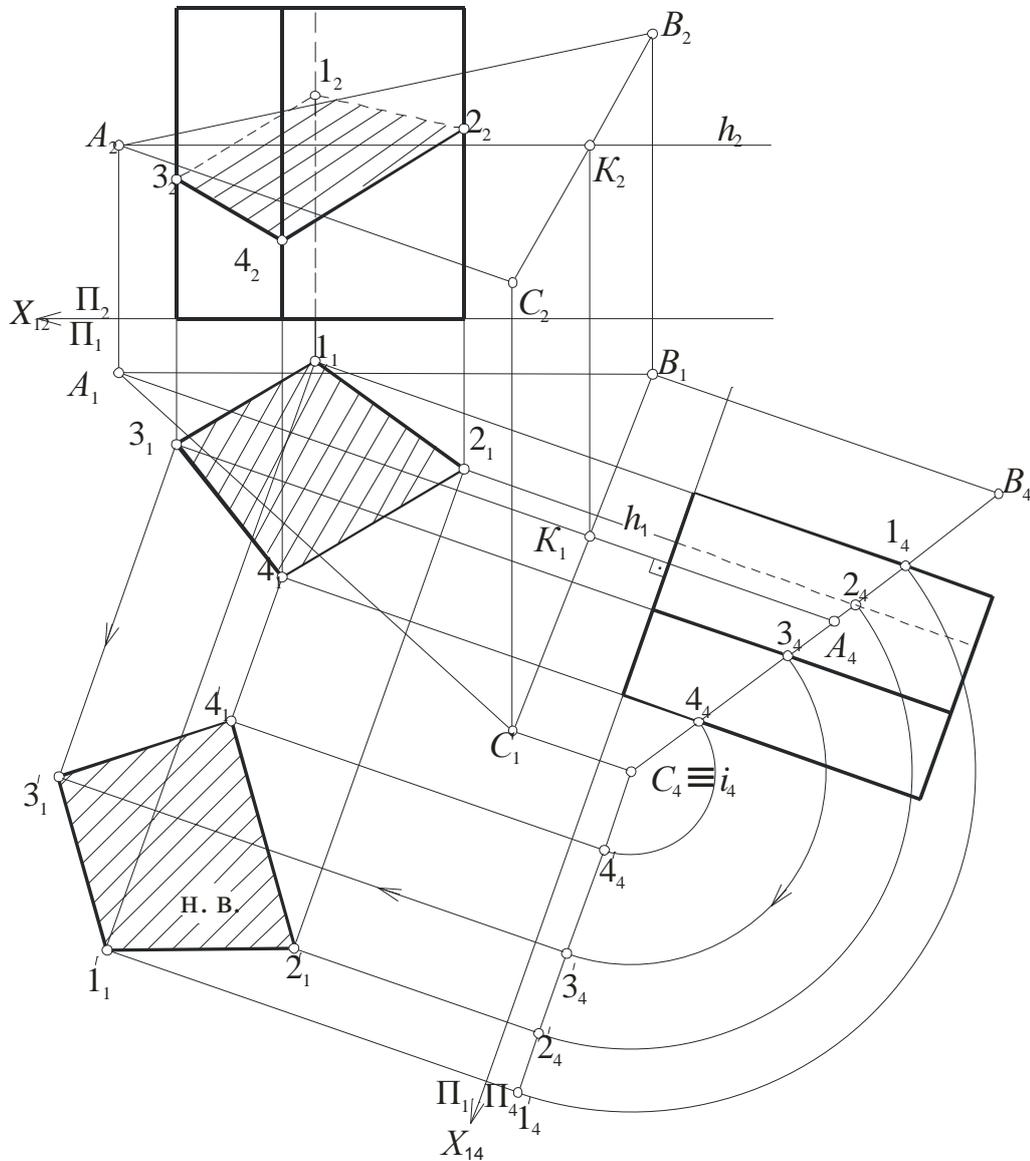


Рис. 1. Пересечение прямой призмы плоскостью α (ΔABC)

2. След α_{Π_4} ($A_4B_4C_4$) проецирующей плоскости обладает *собирательным свойством*. Следовательно, пересечение проецирующего следа α_{Π_4} ($A_4B_4C_4$) с ребрами призмы образует проекцию сечения геометрического тела плоскостью — $1_42_43_44_4$.

3. Призматическая поверхность является горизонтально проецирующей. Поэтому горизонтальную ($1_12_14_13_1$) и фронтальную ($1_22_24_23_2$) проекции сечения геометрического тела плоскостью определяют из этого условия и условия принадлежности точки прямой (ребру призмы). Таким образом, горизон-

тальные проекции точек $(1_1 2_1 4_1 3_1)$ сечения определяют в проекционной связи с плоскости Π_4 в очерке призмы в плоскости Π_1 , фронтальные проекции точек $(1_2 2_2 4_2 3_2)$ сечения определяют в проекционной связи с плоскостью Π_1 на соответствующее ребро призмы в плоскости Π_2 , при этом превышение каждой проекции точки берут с плоскости Π_4 .

4. Натуральную величину сечения поверхности плоскостью в данной задаче определяют способом вращения, но допустимо применение любого известного способа. Ось вращения выбирают перпендикулярно плоскости Π_4 в точке $C: i \perp \Pi_4 (C_4)$. Из этой точки параллельно оси $x_{1,4}$ выстраивают вспомогательную прямую, на которую разворачивают проекции точек $1_4 — 4_4$, получая точки $1'_4 2'_4 3'_4 4'_4$. Согласно способу вращения, если одна из проекций точек вращается по дуге окружности, то вторая ее проекция перемещается по прямой параллельной оси $x_{1,4}$. На пересечении прямых определяют точки $1'_1 2'_1 4'_1 3'_1$, соединяя которые отдельными прямыми линиями, получают натуральную величину сечения призмы плоскостью $\alpha (\Delta ABC)$.

5. Развертку прямой призмы выстраивают методом раскатки (рис. 2). Основания призмы в рассматриваемом примере являются горизонтальными плоскостями уровня и проецируются на горизонтальную плоскость проекций Π_1 в натуральную величину.

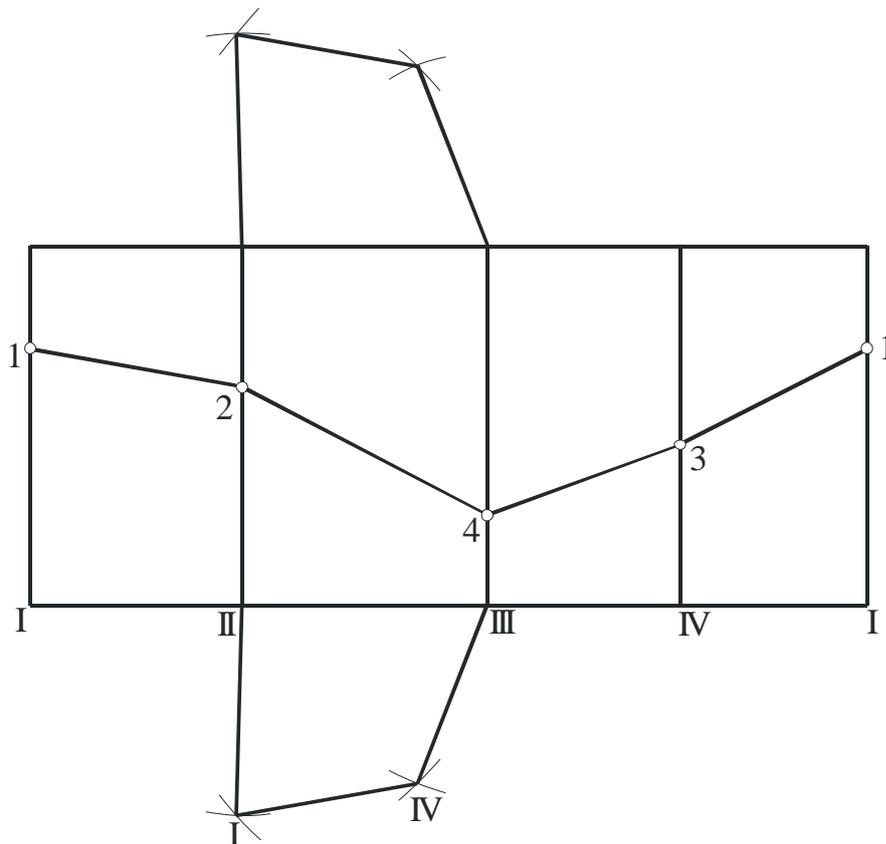


Рис. 2. Развертка прямой призмы

Ребра призмы являются горизонтально проецирующими прямыми и проецируются на фронтальную плоскость проекций Π_2 также в натуральную величину. Следовательно, для построения развертки данной геометрической

фигуры дополнительные построения не требуются. В связи с этим прочерчивают две взаимно-перпендикулярные прямые. На вертикальной прямой откладывают высоту призмы, на горизонтальной — величины, равные отрезкам основания призмы взятые с плоскости Π_1 . Соединяя по вертикали и по горизонтали все отрезки между собой прямыми линиями, получают развертку прямой призмы. Затем прочерчивают основания развертки призмы и выстраивают точки сечения призмы плоскостью (1, 2, 3, 4). Каждая точка принадлежит соответствующему ребру призмы. Превышение каждой точки сечения берут с плоскости Π_2 . Соединяют точки последовательно между собой отдельными прямыми линиями.

З а д а ч а 2

Дано: наклонная трехгранная призма и плоскость общего положения α (рис. 3).

Выполнить: 1) построить линию пересечения призмы плоскостью; 2) определить натуральную величину сечения призмы плоскостью; 3) построить развертку наклонной призмы с нанесением на ней линии сечения.

Порядок выполнения:

1. Способом замены плоскостей проекций преобразуют плоскость α из общего положения в частное — проецирующее, где α_{Π_4} — проецирующий след плоскости. Для этого перпендикулярно фронтальному следу плоскости α_{Π_2} выстраивают новую плоскость Π_5 . На горизонтальном следе плоскости α_{Π_1} произвольно берут точку M и определяют ее проекции M_1 , M_2 и M_5 . Соединяя точку схода следов α_x с проекцией точки M_5 , выстраивают след плоскости α_{Π_5} . Затем в плоскости Π_5 выстраивают проекцию призмы.

2. След плоскости α_{Π_5} обладает *собирательным свойством*. Следовательно, пересечение следа α_{Π_5} с ребрами призмы образует проекцию сечения геометрического тела плоскостью — $1_5 2_5 3_5$.

3. Фронтальную ($1_2 2_2 3_2$) и горизонтальную ($1_1 2_1 3_1$) проекции сечения геометрического тела плоскостью определяют строго в проекционной связи из условия принадлежности точки прямой (ребру призмы), при этом превышение проекций точек ($1_1 2_1 3_1$) в плоскости Π_1 должно соответствовать превышению проекций точек ($1_5 2_5 3_5$) в плоскости Π_5 .

4. Натуральную величину сечения поверхности плоскостью в данной задаче определяют способом вращения, но также допустимо применение любого другого известного способа. Ось вращения выбирают перпендикулярно плоскости Π_5 в точке схода следов $\alpha_x : i \perp \Pi_4 (\alpha_x)$. Из этой точки на ось $x_{2,5}$ разворачивают проекции точек $1_5 2_5 3_5$. Согласно способу вращения, если одна из проекций точек вращается по дуге окружности, то вторая ее проекция перемещается по прямой параллельной оси $x_{2,5}$. На пересечении прямых определяют точки $1' 2' 2' 3' 2'$, соединяя которые отдельными прямыми линиями, получают натуральную величину сечения призмы плоскостью α .

5. Развертку наклонной призмы выстраивают методом раскатки. Основания призмы ΔABC и ΔDEF в рассматриваемом примере являются фронтальными плоскостями уровня и проецируются на фронтальную плоскость проекций Π_2 в натуральную величину.

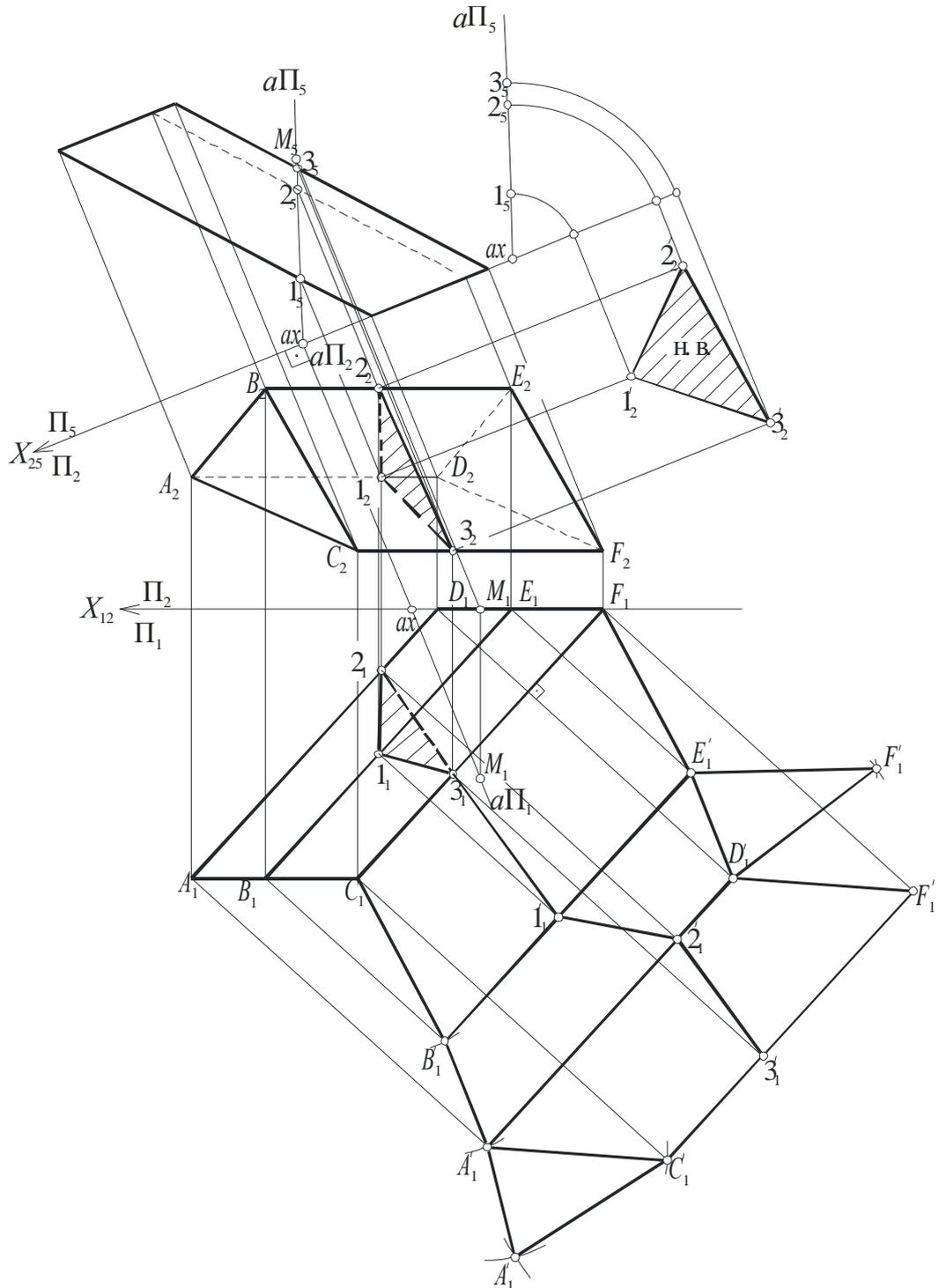


Рис. 3. Пересечение наклонной призмы плоскостью α . Развертка наклонной призмы

Ребра наклонной призмы являются горизонтальными прямыми уровня и проецируются на горизонтальную плоскость проекций Π_1 также в натуральную величину. В том случае, когда основания и ребра призмы не занимают особое положение относительно плоскостей проекций, необходимо опреде-

лить их натуральные величины, применив любой из известных способов преобразования чертежа. В нашем примере для построения развертки данной геометрической фигуры дополнительные построения не требуются. Поэтому перпендикулярно горизонтальным проекциям ребер призмы из вершин ее оснований проводят вспомогательные прямые, на которых отмечают отрезки (CB, BA, AC — с одной стороны и FE, ED, DF — с другой стороны), равные по величине сторонам основания призмы. Соединяя данные отрезки между собой прямыми линиями, получают развертку наклонной призмы. Основания развертки призмы выполняют методом треугольников. Затем в проекционной связи выстраивают точки (1, 2, 3) сечения призмы плоскостью, при этом каждая точка сечения принадлежит соответствующему ребру призмы. Соединяют точки последовательно между собой отдельными прямыми линиями.

Задача 3

Дано: прямая четырехгранная пирамида с вершиной в точке S и плоскость общего положения α ($AB \parallel CD$) (рис. 4).

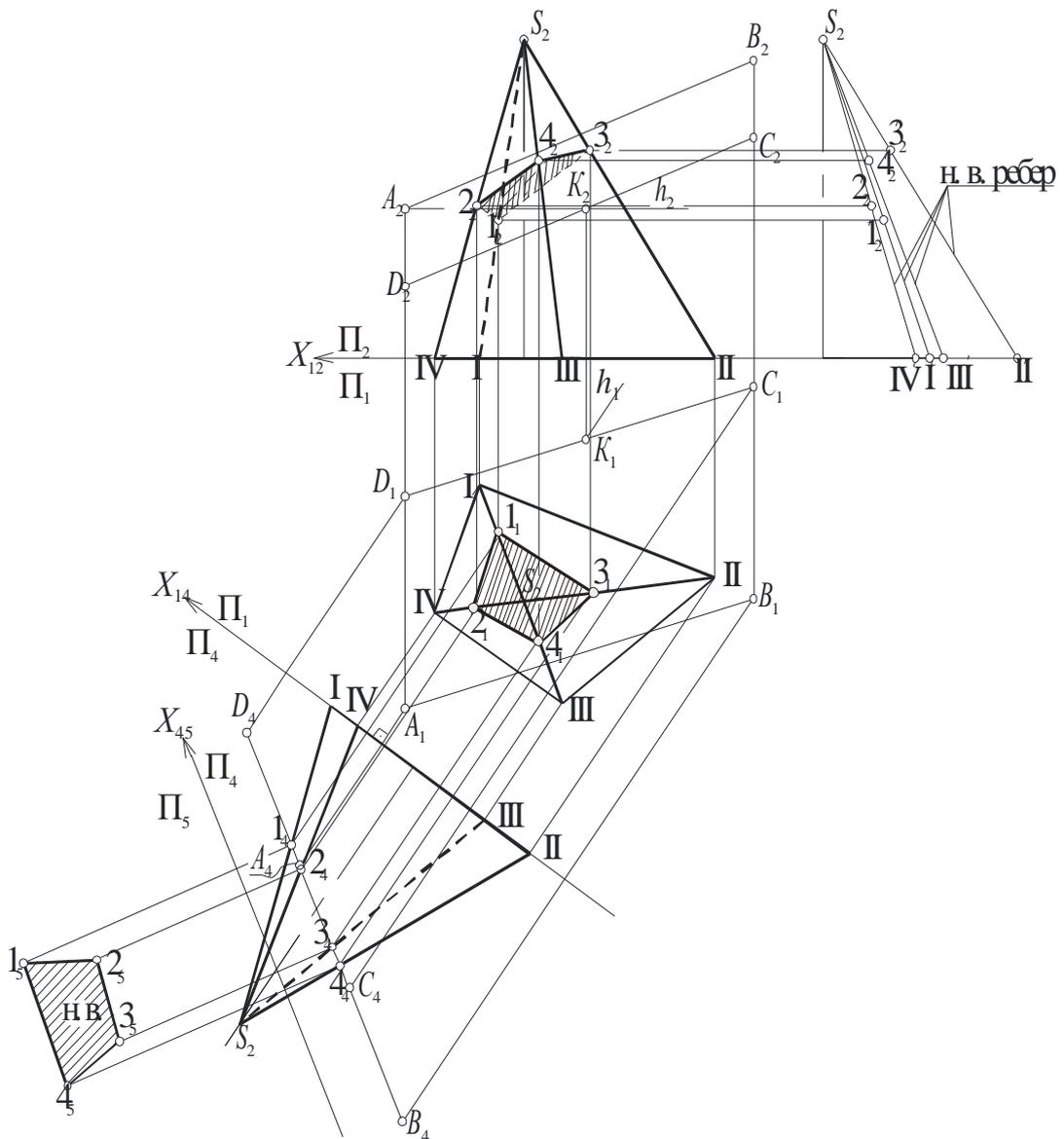


Рис. 4. Пересечение прямой пирамиды плоскостью α ($AB \parallel CD$)

Выполнить: 1) построить линию пересечения пирамиды плоскостью; 2) определить натуральную величину сечения пирамиды плоскостью; 3) построить развертку прямой пирамиды с нанесением на ней линии сечения.

Порядок выполнения:

1. Способом замены плоскостей проекций преобразуют плоскость α ($AB \parallel CD$) из общего положения в частное — проецирующее, где α_{Π_4} ($A_4B_4 \equiv C_4D_4$) — проецирующий след плоскости. В плоскости α ($AB \parallel CD$) выстраивают горизонталь h плоскости и определяют проекции горизонтали h_1 и h_2 . Новую плоскость Π_4 проводят перпендикулярно горизонтальной проекции горизонтали h_1 . В результате построений плоскость α ($AB \parallel CD$) проецируется на плоскость Π_4 в след α_{Π_4} ($A_4B_4 \equiv C_4D_4$). Затем в плоскости Π_4 выстраивают проекцию пирамиды.

2. След α_{Π_4} ($A_4B_4 \equiv C_4D_4$) проецирующей плоскости обладает *собирательным свойством*. Следовательно, пересечение проецирующего следа α_{Π_4} ($A_4B_4 \equiv C_4D_4$) с ребрами пирамиды образует проекцию сечения геометрического тела плоскостью — $1_42_43_44_4$.

3. Горизонтальную ($1_12_13_14_1$) и фронтальную ($1_22_23_24_2$) проекции сечения геометрического тела плоскостью определяют из условия принадлежности точки прямой (ребру пирамиды). Таким образом, горизонтальные проекции точек ($1_12_14_13_1$) сечения пирамиды плоскостью α ($AB \parallel CD$) определяют в проекционной связи с плоскости Π_4 на соответствующее ребро пирамиды в плоскости Π_1 , фронтальные проекции точек ($1_22_24_23_2$) сечения определяют в проекционной связи с плоскости Π_1 на соответствующее ребро призмы в плоскости Π_2 , при этом превышение проекций точек ($1_22_23_24_2$) в плоскости Π_2 должно соответствовать превышению проекций точек ($1_42_43_44_4$) в плоскости Π_4 .

4. Натуральную величину сечения поверхности плоскостью в данной задаче определяют способом замены плоскостей проекций. Для этого параллельно следу плоскости α_{Π_4} ($A_4B_4 \equiv C_4D_4$) выстраивают новую плоскость Π_5 .

Из проекций точек ($1_42_43_44_4$) проводят проекционные связи, вдоль которых от оси $x_{4,5}$ откладывают величины равные расстоянию от оси $x_{1,4}$ до горизонтальных проекций точек ($1_12_13_14_1$). Таким образом, определяют положение точек $1_52_53_54_5$, соединяя которые отдельными прямыми линиями, получают натуральную величину сечения пирамиды плоскостью α ($AB \parallel CD$).

5. Развертку прямой пирамиды выстраивают методом треугольников (метод триангуляции) (рис. 5). Основание пирамиды (I, II, III, IV) в приведенном примере является горизонтальной плоскостью уровня и следовательно проецируется на плоскость Π_1 в натуральную величину. Ребра пирамиды являются прямыми общего положения. Для определения натуральных величин ребер пирамиды применяют способ вращения вокруг оси $i \perp \Pi_1$ в точке S . Методом треугольников выстраивают последовательно грани пирамиды. Также методом треугольников в развертке пирамиды

прочерчивают основание, используя ее диагональ. Затем выстраивают точки (1,2,3,4) сечения пирамиды плоскостью, при этом превышение каждой точки берут с натуральных величин ребер пирамиды. Соединяют точки последовательно между собой отдельными прямыми линиями.

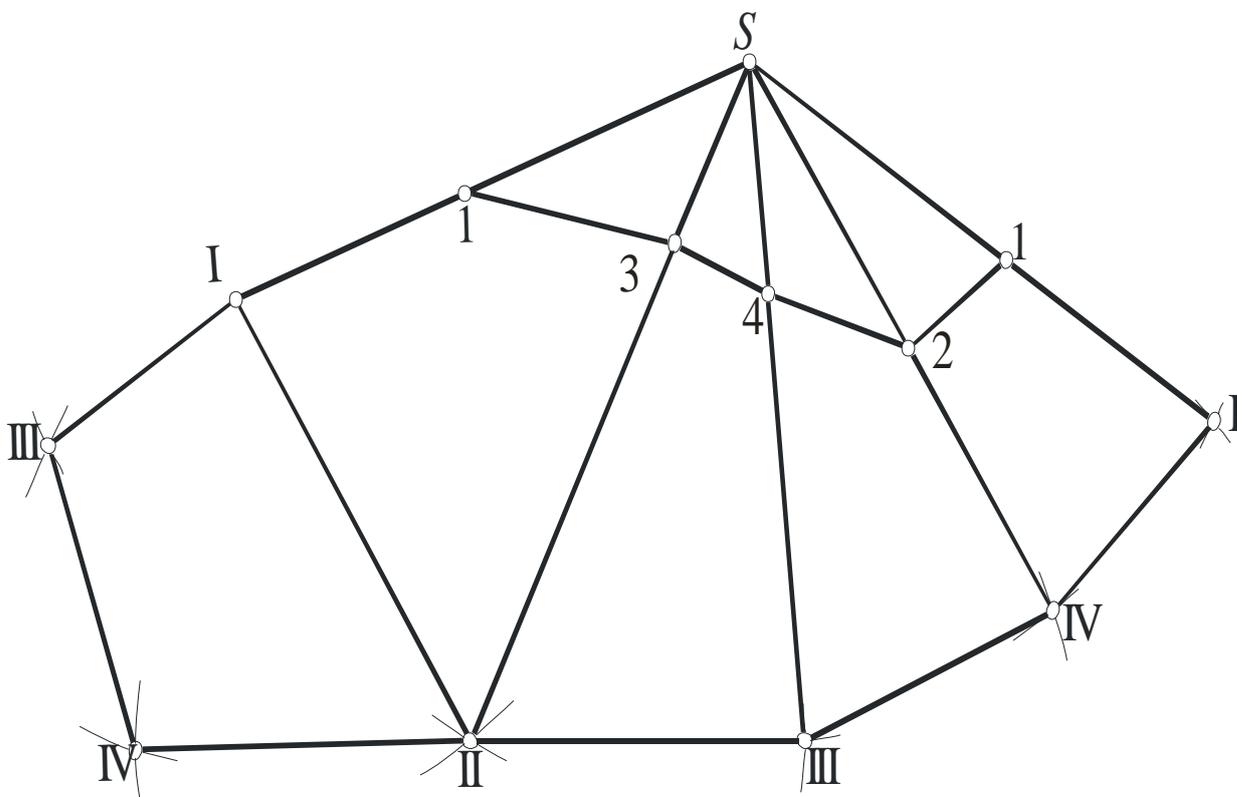


Рис. 5. Развертка прямой пирамиды

З а д а ч а 4

Дано: наклонная трехгранная пирамида $ABCS$ с вершиной в точке S и плоскость общего положения α (рис. 6).

Выполнить: 1) построить линию пересечения пирамиды плоскостью; 2) определить натуральную величину сечения пирамиды плоскостью; 3) построить развертку наклонной пирамиды с нанесением на ней линии сечения.

Порядок выполнения:

1. Способом замены плоскостей проекций преобразуют плоскость α из общего положения в частное — проецирующее, где α_{Π_4} — проецирующий след плоскости. Для этого перпендикулярно горизонтальному следу плоскости α_{Π_1} выстраивают новую плоскость Π_4 . На фронтальном следе плоскости α_{Π_2} произвольно берут точку N и определяют ее проекции N_2 , N_1 и N_4 . Соединяя точку схода следов α_x с проекцией точки N_4 , выстраивают след плоскости α_{Π_4} . Затем в плоскости Π_4 выстраивают проекцию пирамиды ($A_4B_4C_4S_4$).

2. След плоскости α_{Π_4} обладает *собирательным свойством*. Следовательно, пересечение следа α_{Π_4} с ребрами пирамиды образует проекцию сечения геометрического тела плоскостью — $1_42_43_44_4$.

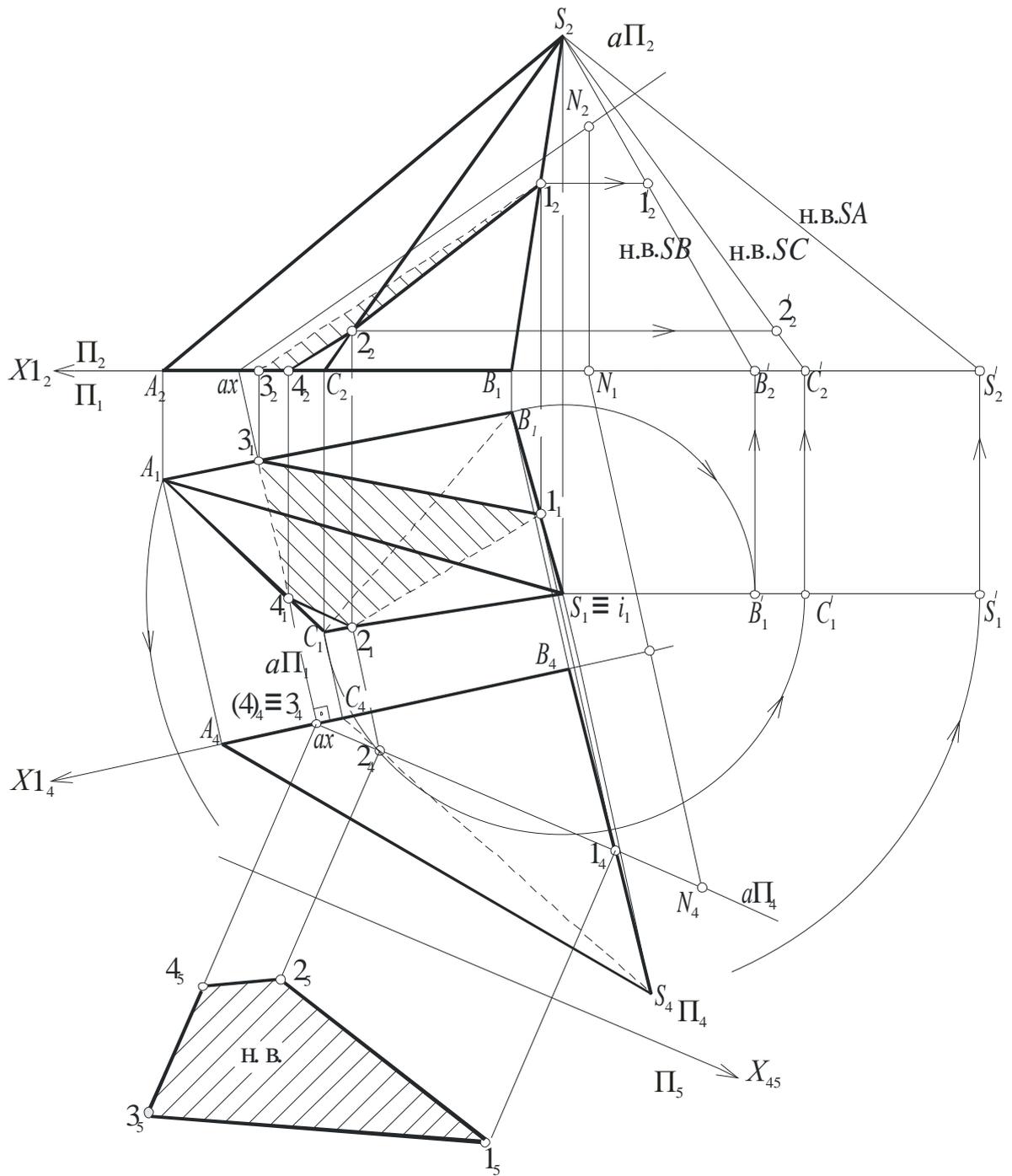


Рис. 6. Пересечение наклонной пирамиды плоскостью α

3. Горизонтальную $(1_1 2_1 4_1 3_1)$ и фронтальную $(1_2 2_2 4_2 3_2)$ проекции сечения геометрического тела плоскостью определяют из условия принадлежности точки прямой (ребру призмы). Таким образом, горизонтальные проекции точек $(1_1 2_1 4_1 3_1)$ сечения пирамиды плоскостью определяют в проекционной связи с плоскостью Π_4 на соответствующее ребро пирамиды в плоскости Π_1 , фронтальные проекции точек $(1_2 2_2 4_2 3_2)$ сечения определяют в проекционной связи с плоскости Π_1 на соответствующее ребро призмы в плоскости Π_2 , при этом превышение проекций точек 1_2 и 2_2 в плоскости Π_2 должно соответствовать превышению проекций точек 1_4 и 2_4 в плоскости Π_4 . Точки 3 и 4 проецируются в основание пирамиды.

4. Натуральную величину сечения поверхности плоскостью в данной задаче определяют способом замены плоскостей проекций. Для этого параллельно следу плоскости α_{Π_4} выстраивают новую плоскость Π_5 . Из проекций точек $(1_4 2_4 3_4 4_4)$ проводят проекционные связи, вдоль которых от оси $x_{4,5}$ откладывают величины, равные расстоянию от оси $x_{1,4}$ до горизонтальных проекций точек $(1_1 2_1 3_1 4_1)$. Таким образом, определяют положение точек $1_5 2_5 3_5 4_5$, соединяя которые отдельными прямыми линиями, получают натуральную величину сечения пирамиды плоскостью α .

5. Развертку наклонной пирамиды выстраивают методом треугольников (метод триангуляции) (рис. 7). Основание пирамиды ABC в приведенном примере является горизонтальной плоскостью уровня и, следовательно, проецируется на плоскость Π_1 в натуральную величину. Ребра пирамиды AS , BS и CS являются прямыми общего положения. Для определения натуральных величин этих ребер пирамиды применяют способ вращения вокруг оси $i \perp \Pi_1$ в точке S . Методом треугольников выстраивают последовательно грани пирамиды: ΔSAC , ΔSCB , ΔSBA . Также методом треугольников в развертке пирамиды прочерчивают ее основание. Затем выстраивают точки $(1, 2, 3, 4)$ сечения пирамиды плоскостью, при этом превышение точек 1 и 2 берут с натуральных величин ребер пирамиды, а заложение точек 3 и 4 берут с основания пирамиды в плоскости Π_1 . Соединяют точки последовательно между собой отдельными прямыми линиями.

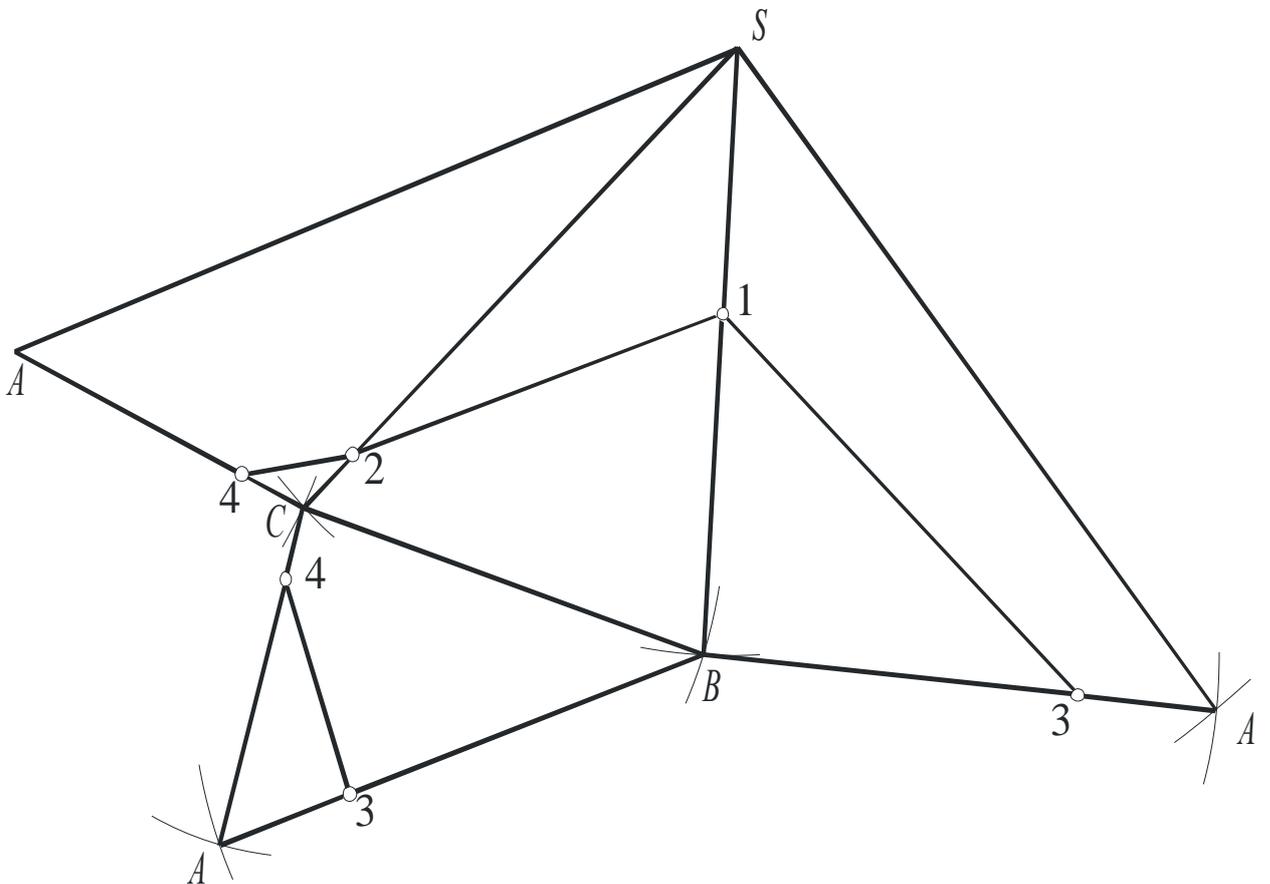


Рис. 7. Развертка наклонной пирамиды

**СЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ
ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ
ПЛОСКОСТЯМИ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ.
ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНОЙ ВЕЛИЧИНЫ СЕЧЕНИЯ.
РАЗВЕРТКИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ**

Сечением тел вращения плоскостью является плоская кривая линия. При этом в зависимости от вида поверхности вращения и положения секущей плоскости сечение может принимать различные геометрические фигуры.

Построение линии пересечения тел вращения плоскостью сводится к многократному решению задачи на определение точек пересечения образующих кривой поверхности с секущей плоскостью.

Рассмотрим некоторые примеры.

З а д а ч а 5

Дано: прямой круговой цилиндр и плоскость общего положения $\alpha (AB \cap BC)$ (рис. 8).

Выполнить: 1) построить линию пересечения цилиндра плоскостью; 2) определить натуральную величину сечения цилиндра плоскостью; 3) построить развертку прямого цилиндра с нанесением на ней линии сечения.

Порядок выполнения:

1. Способом замены плоскостей проекций преобразуют плоскость $\alpha (AB \cap BC)$ из общего положения в частное — проецирующее, где $\alpha_{\Pi_4} (A_4B_4 \equiv B_4C_4)$ — проецирующий след плоскости. В плоскости $\alpha (AB \cap BC)$ отрезок AB является горизонталью h плоскости, и новую плоскость Π_4 проводят перпендикулярно горизонтальной проекции горизонтали $h_1 (A_1B_1)$. В результате построений плоскость $\alpha (AB \cap BC)$ проецируется на плоскость Π_4 в след $\alpha_{\Pi_4} (A_4B_4 \equiv B_4C_4)$. Затем в плоскости Π_4 выстраивают проекцию цилиндра.

2. След $\alpha_{\Pi_4} (A_4B_4 \equiv B_4C_4)$ проецирующей плоскости обладает *собирательным свойством*. Следовательно, пересечение проецирующего следа $\alpha_{\Pi_4} (A_4B_4 \equiv B_4C_4)$ с поверхностью цилиндра образует проекцию сечения геометрического тела плоскостью — $1_4 2_4 3_4 4_4 5_4$.

3. Горизонтальную ($1_1 2_1 3_1 4_1 5_1$) и фронтальную ($1_2 2_2 3_2 4_2 5_2$) проекции сечения геометрического тела плоскостью определяют из условия принадлежности точки прямой (образующей цилиндра). Таким образом, горизонтальные проекции точек ($1_1 2_1 4_1 3_1 4_1 5_1$) сечения определяют в проекционной связи с плоскостью Π_4 в очерке цилиндра в плоскости Π_1 , фронтальные проекции точек ($1_2 2_2 4_2 3_2 4_2 5_2$) сечения определяют в проекционной связи с плоскостью Π_1 на соответствующую образующую цилиндра в плоскости Π_2 , при этом превышение каждой проекции точки берут с плоскости Π_4 . Особое внимание следует обратить на точки E и F . Эти точки изначально задаются на образующих цилиндра и должны проецироваться на эти образующие, т. к. именно они определяют видимость сечения конуса плоскостью.

4. Натуральную величину сечения поверхности плоскостью в данной задаче определяют способом вращения. Ось вращения выбирают перпендикулярно плоскости Π_4 в точке $5 : i \perp \Pi_4 (5_4)$. Из этой точки параллельно оси $x_{1,4}$ выстраивают вспомогательную прямую, на которую разворачивают проекции точек $1_4 — 4_4$, получая точки $1'_4 2'_4 3'_4 4'_4$. Согласно способу вращения, если одна из проекций точек вращается по дуге окружности, вторая ее проекция перемещается по прямой параллельной оси $x_{1,4}$. На пересечении прямых определяют точки $1' — 5_1$, соединяя которые отдельными кривыми линиями, получают натуральную величину сечения призмы плоскостью $\alpha (AB \cap BC)$.

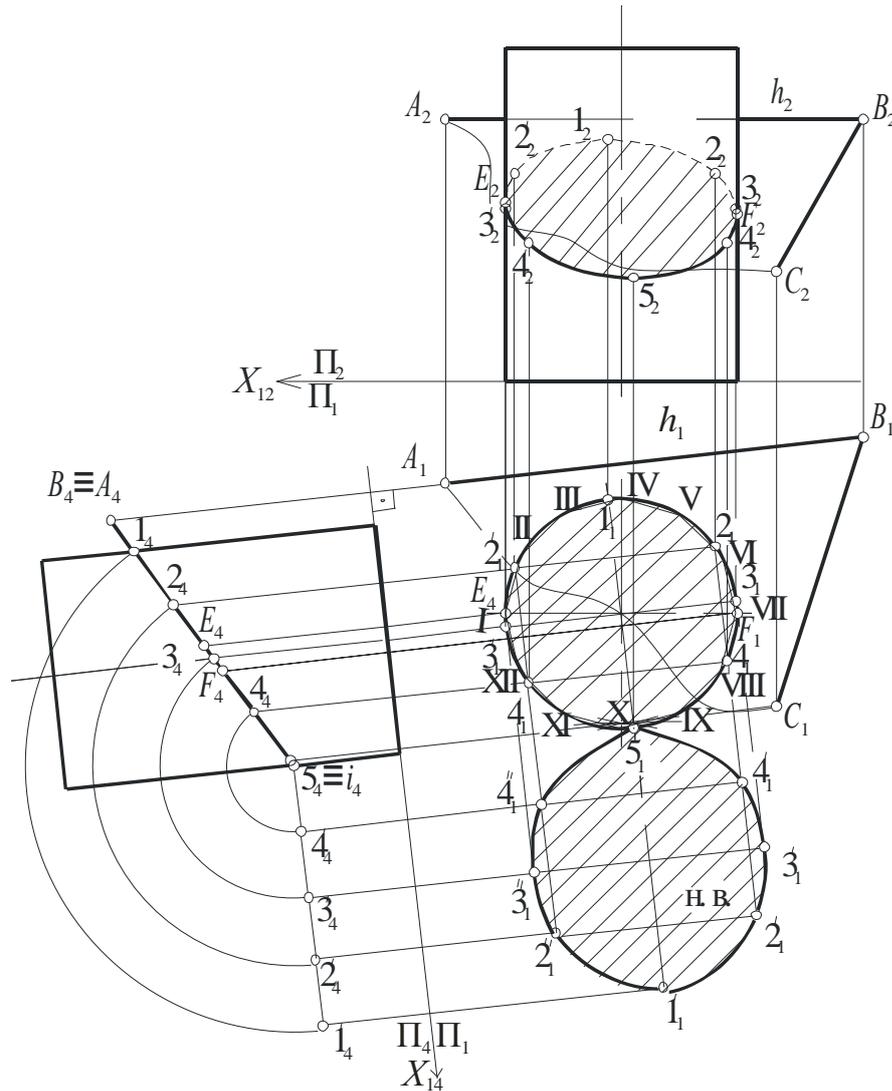


Рис. 8. Пересечение прямого кругового цилиндра плоскостью $\alpha (AB \cap BC)$

5. Развертку прямого цилиндра выстраивают методом раскатки (рис. 9). Основания цилиндра в рассматриваемом примере являются горизонтальными плоскостями уровня и проецируются на горизонтальную плоскость проекций Π_1 в натуральную величину. Образующие цилиндра являются горизонтально-проецирующими прямыми и проецируются на фронтальную Π_2 и профильную Π_3 плоскости проекций также в натуральную величину. Следовательно, для построения развертки данной геометрической фигуры дополнительные

построения не требуются. Основание цилиндра (окружность) с помощью циркуля разбивается на двенадцать равных частей (хорд). Прочерчивают две взаимно перпендикулярные прямые. На вертикальной прямой откладывают высоту цилиндра, на горизонтальной — величины, равные хордам основания, взятые с плоскости Π_1 . Соединяя полученные отрезки по вертикали и по горизонтали между собой прямыми линиями, получают развертку прямого цилиндра. Затем прочерчивают основания развертки цилиндра (окружности) и выстраивают точки сечения цилиндра плоскостью (1, 2, 3, 4, 5), при этом превышение каждой точки берут с плоскости Π_2 , а заложение — с плоскости Π_1 . Соединяют точки последовательно между собой отдельными кривыми линиями.

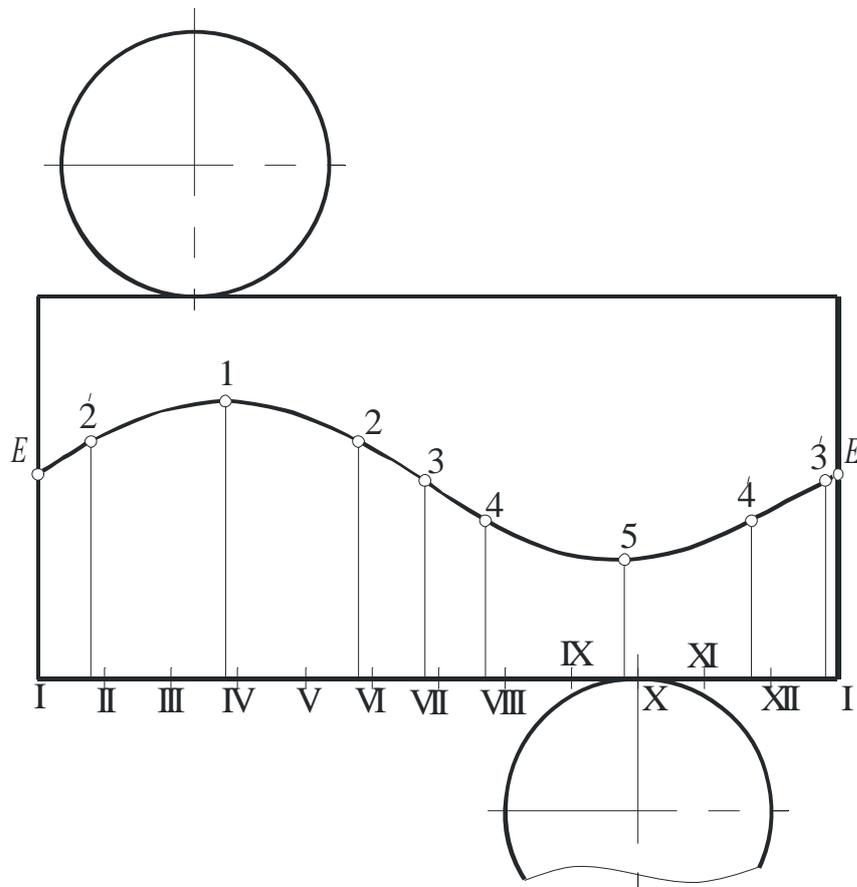


Рис. 9. Развертка прямого кругового цилиндра

Задача 6

Дано: наклонный цилиндр и плоскость общего положения α (рис. 10).

Выполнить: 1) построить линию пересечения цилиндра плоскостью; 2) определить натуральную величину сечения цилиндра плоскостью; 3) построить развертку наклонного цилиндра с нанесением на ней линии сечения.

Порядок выполнения:

1. Способом замены плоскостей проекций преобразуют плоскость α из общего положения в частное — проецирующее, где α_{Π_4} — проецирующий след плоскости. Для этого перпендикулярно горизонтальному следу плоско-

сти α_{Π_1} выстраивают новую плоскость Π_4 . На фронтальном следе плоскости α_{Π_2} произвольно берут точку N и определяют ее проекции N_2, N_1 и N_4 . Соединяя точку схода следов α_x с проекцией точки N_4 , выстраивают след плоскости α_{Π_4} . Затем в плоскости Π_4 выстраивают проекцию цилиндра.

2. След плоскости α_{Π_4} обладает *собирательным свойством*. Следовательно, пересечение следа α_{Π_4} с поверхностью цилиндра образует проекцию сечения геометрического тела плоскостью — $1_4 2_4 3_4 4_4 5_4 6_4 7_4$.

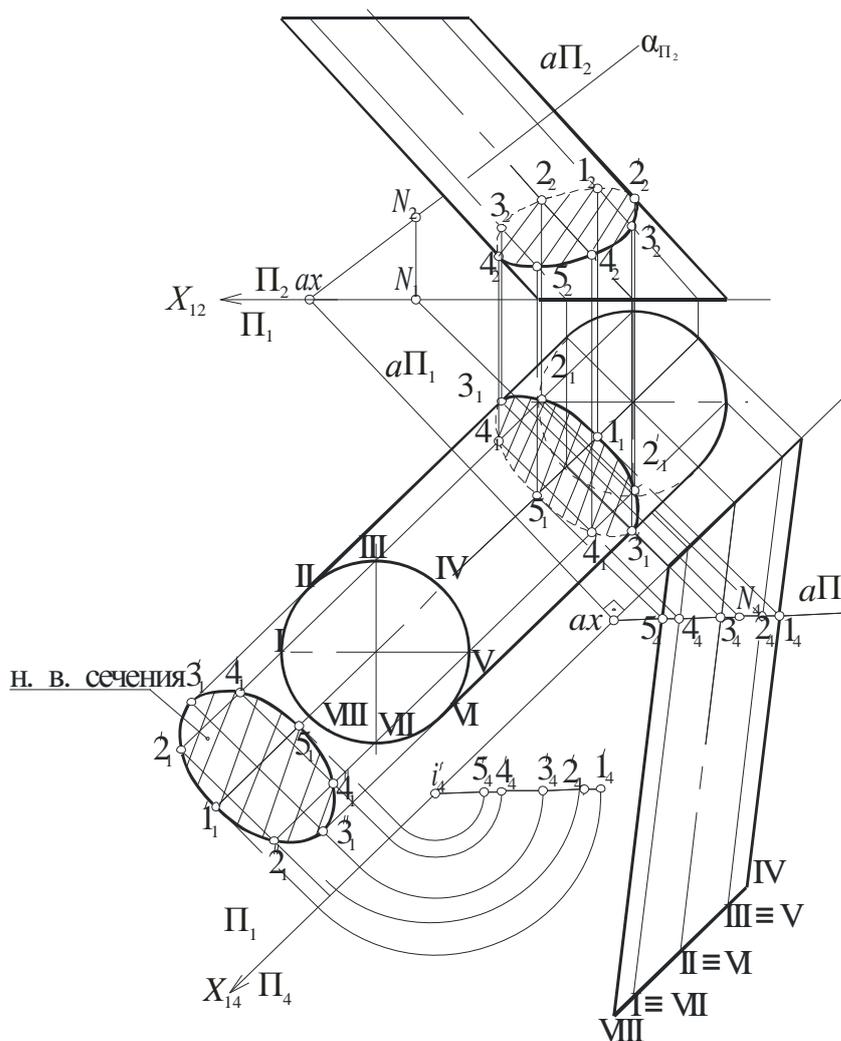


Рис. 10. Пересечение наклонного цилиндра плоскостью α

3. Горизонтальную ($1_1 2_1 3_1 4_1 5_1 6_1 7_1$) и фронтальную ($1_2 2_2 3_2 4_2 5_2 6_2 7_2$) проекции сечения геометрического тела плоскостью определяют из условия принадлежности точки прямой (образующей цилиндра), при этом превышение проекций точек ($1_2 2_2 3_2 4_2 5_2 6_2 7_2$) в плоскости Π_2 должно соответствовать превышению проекций точек ($1_4 2_4 3_4 4_4 5_4 6_4 7_4$) в плоскости Π_4 .

4. Натуральную величину сечения поверхности плоскостью в данной задаче определяют способом замены плоскостей проекций. Для этого параллельно следу плоскости α_{Π_4} выстраивают новую плоскость Π_5 . Из проекций

точек ($1_4 2_4 3_4 4_4 5_4 6_4 7_4$) проводят проекционные связи, вдоль которых откладывают величины, равные расстоянию от оси $x_{1,4}$ до горизонтальных проекций точек ($1_1 2_1 3_1 4_1 5_1 6_1 7_1$).

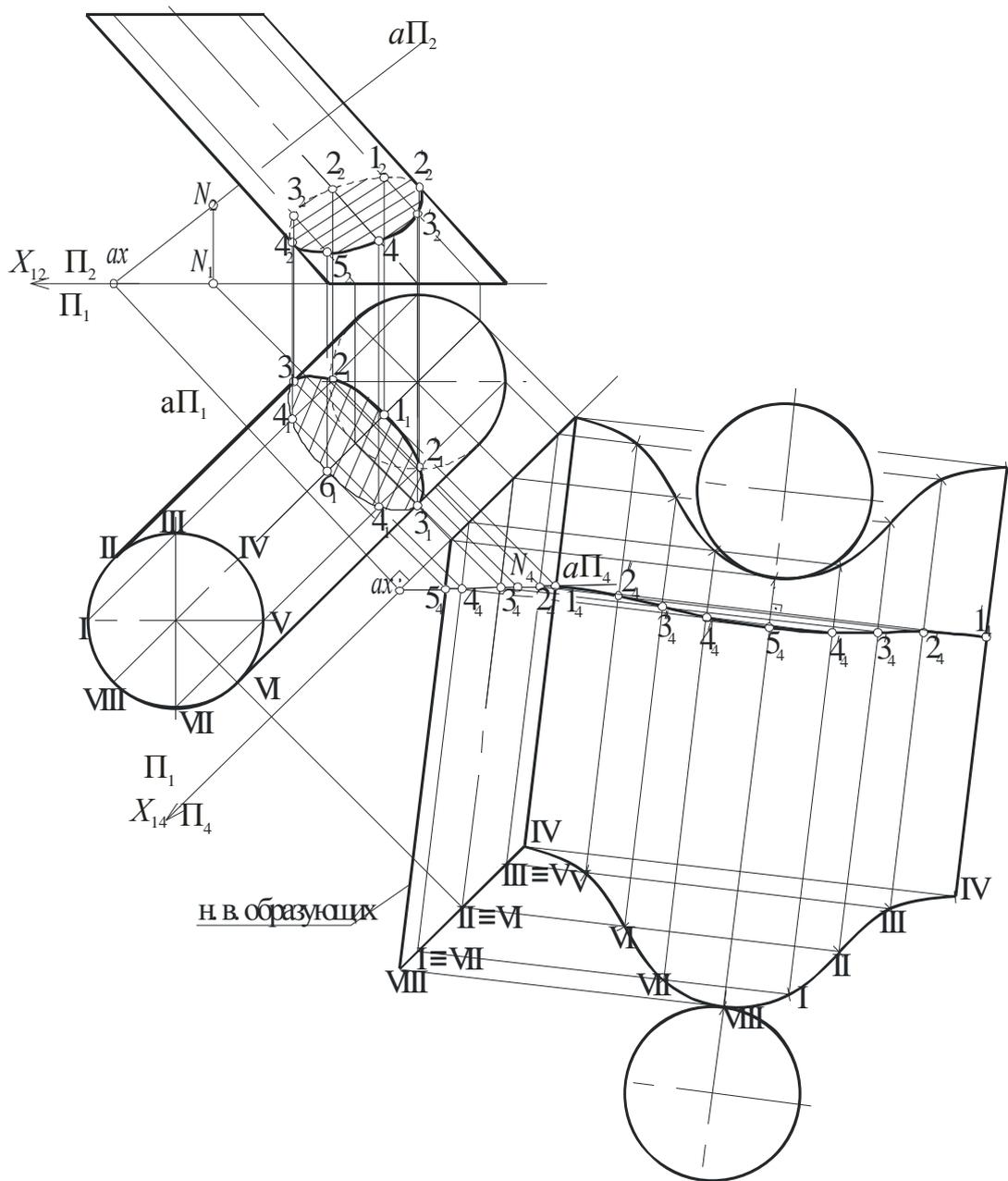


Рис. 11. Развертка наклонного цилиндра

Таким образом, определяют положение точек $1_5—7_5$, соединяя которые отдельными кривыми линиями, получают натуральную величину сечения пирамиды плоскостью α .

5. Развертку наклонного цилиндра выстраивают методом раскатки (рис. 11). Основания цилиндра в нашем примере являются горизонтальными плоскостями уровня и проецируются на плоскость Π_1 в натуральную величину. Образующие наклонного цилиндра в результате преобразования чертежа проецируются на плоскость Π_4 в натуральную величину. В том случае, если основания и образующие цилиндра не занимают частного положения

относительно плоскостей проекций, необходимо определить их натуральные величины, применив любой из известных способов преобразования чертежа. В нашем примере для построения развертки данной геометрической фигуры дополнительные построения не требуются. Поэтому перпендикулярно проекциям образующих цилиндра из точек его оснований, через которые проходят образующие, проводят вспомогательные прямые, на которых откладывают отрезки, равные по величине хорде — кратчайшему расстоянию между двумя точками основания. Соединяя данные отрезки между собой плавными линиями, получают развертку наклонного цилиндра. Затем прочерчивают основания развертки цилиндра (окружности) и в проекционной связи выстраивают точки (1,2,3,4,5,6,7) сечения цилиндра плоскостью, при этом каждая точка принадлежит соответствующей образующей цилиндра. Соединяют точки последовательно между собой отдельными кривыми линиями.

З а д а ч а 7

Дано: прямой конус и плоскость общего положения α (рис. 12).

Выполнить: 1) построить линию пересечения конуса плоскостью; 2) определить натуральную величину сечения конуса плоскостью; 3) построить развертку прямого конуса с нанесением на ней линии сечения.

Порядок выполнения:

1. Способом замены плоскостей проекций преобразуют плоскость α ($AD \parallel CB$) из общего положения в частное — проецирующее, где α_{Π_5} ($A_5D_5 \equiv C_5B_5$) — проецирующий след плоскости. В плоскости α ($AD \parallel CB$) отрезки являются фронталями f плоскости и новую плоскость Π_4 проводят перпендикулярно одной фронтальной проекции фронтали f_2 (A_2D_2). В результате построений плоскость α ($AD \parallel CB$) проецируется на плоскость Π_4 в след α_{Π_5} ($A_5D_5 \equiv C_5B_5$). Затем в плоскости Π_5 выстраивают проекцию конуса.

2. След α_{Π_5} ($A_5D_5 \equiv C_5B_5$) проецирующей плоскости обладает *собирательным свойством*. Следовательно, пересечение проецирующего следа α_{Π_5} ($A_5D_5 \equiv C_5B_5$) с поверхностью конуса образует проекцию сечения геометрического тела плоскостью — $1_52_53_54_55_5$.

3. Фронтальную ($1_22_23_24_25_2$) и горизонтальную ($1_12_13_14_15_1$) проекции сечения геометрического тела плоскостью определяют из условия принадлежности точки прямой (образующей конуса). Таким образом, фронтальные проекции точек ($1_22_24_23_24_25_2$) сечения конуса плоскостью α ($AD \parallel CB$) определяют в проекционной связи с плоскости Π_5 на соответствующую образующую конуса в плоскости Π_2 , горизонтальные проекции точек ($1_12_14_13_14_15_1$) сечения определяют в проекционной связи с плоскостью Π_2 на соответствующую образующую конуса в плоскости Π_1 , при этом превышение проекций точек ($1_12_14_13_14_15_1$) в плоскости Π_1 должно соответствовать превышению проекций точек ($1_52_53_54_55_5$) в плоскости Π_5 .

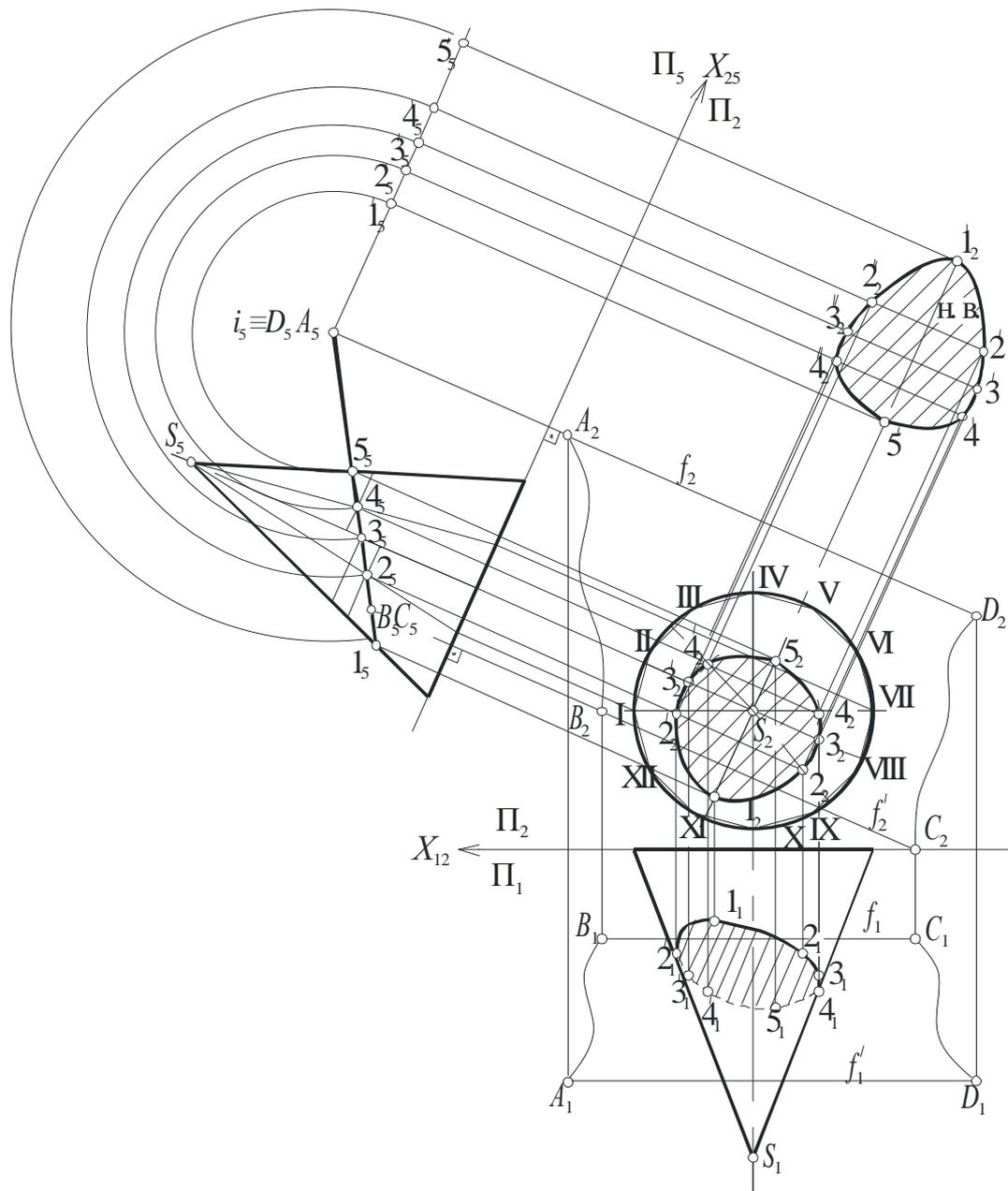


Рис. 12. Пересечение прямого кругового конуса плоскостью α ($AD \parallel CB$)

Особое внимание следует обратить на точки 2 и 4. Эти точки изначально задаются на образующих конуса SI и $SVII$ и должны проецироваться на эти образующие, т. к. именно они определяют видимость сечения конуса плоскостью.

4. Натуральную величину сечения поверхности плоскостью в данной задаче определяют способом вращения. Ось вращения выбирают перпендикулярно плоскости Π_5 в точке $A_5 \equiv D_5$: $i \perp \Pi_4$ ($A_5 \equiv D_5$). Из этой точки параллельно оси $x_{2,5}$ выстраивают вспомогательную прямую, на которую разворачивают проекции точек $1_5—5_5$, получая точки $1'_5—5'_5$. Согласно способу вращения, если одна из проекций точек вращается по дуге окружности, то вторая ее проекция перемещается по прямой параллельной оси $x_{2,5}$. На пересечении прямых определяют точки $1'_2—5'_2$, соединяя которые отдельными кривыми линиями, получают натуральную величину сечения конуса плоскостью α .

5. Развертку прямого кругового конуса выстраивают методом раскатки (рис. 13). Основание конуса в рассматриваемом примере является фронтальной плоскостью уровня и проецируется на фронтальную плоскость проекций Π_2 в натуральную величину. Образующие конуса являются горизонтальными прямыми уровня и проецируются на горизонтальную плоскость проекций Π_1 также в натуральную величину. Следовательно, для построения развертки данной геометрической фигуры дополнительные построения не требуются.

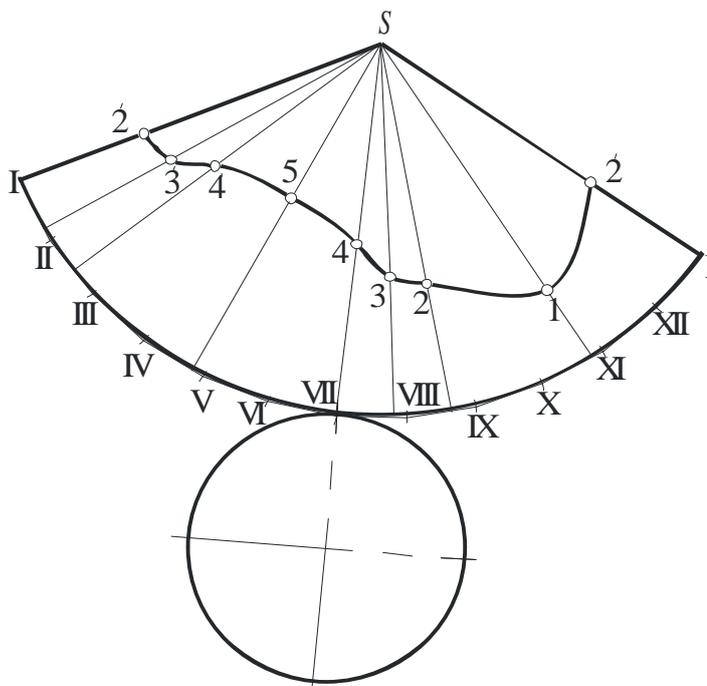


Рис. 13. Развертка прямого кругового конуса

Основание конуса (окружность) с помощью циркуля разбивается на двенадцать равных частей (хорд). Прочерчивают дугу окружности радиусом, равным натуральной величине образующей конуса. На дуге окружности откладывают величины, равные хордам основания, взятые с плоскости Π_2 . Затем прочерчивают основание развертки конуса (окружность) и выстраивают точки сечения конуса плоскостью (1, 2, 3, 4, 5), при этом превышение каждой точки берут с натуральной величины образующих конуса в плоскости Π_1 , а заложение — с плоскости Π_2 . Соединяют точки последовательно между собой отдельными кривыми линиями.

Задача 8

Дано: наклонный конус и плоскость общего положения α (рис. 14).

Выполнить: 1) построить линию пересечения конуса плоскостью; 2) определить натуральную величину сечения конуса плоскостью; 3) построить развертку наклонного конуса с нанесением на ней линии сечения.

Порядок выполнения:

1. Способом замены плоскостей проекций преобразуют плоскость α из общего положения в частное — проецирующую, где α_{Π_5} — проецирующий след плоскости. Для этого перпендикулярно фронтальному следу плоскости

α_{Π_2} выстраивают новую плоскость Π_5 . На горизонтальном следе плоскости α_{Π_1} произвольно берут точку M и определяют ее проекции M_1 , M_2 и M_5 . Соединяя точку схода следов α_x с проекцией точки M_5 , выстраивают след плоскости α_{Π_5} . Затем в плоскости Π_5 выстраивают проекцию конуса.

2. След плоскости α_{Π_5} обладает *собирательным свойством*. Следовательно, пересечение следа α_{Π_5} с поверхностью конуса образует проекцию сечения геометрического тела плоскостью — $1_5 2_5 3_5 4_5 5_5 6_5 7_5$.

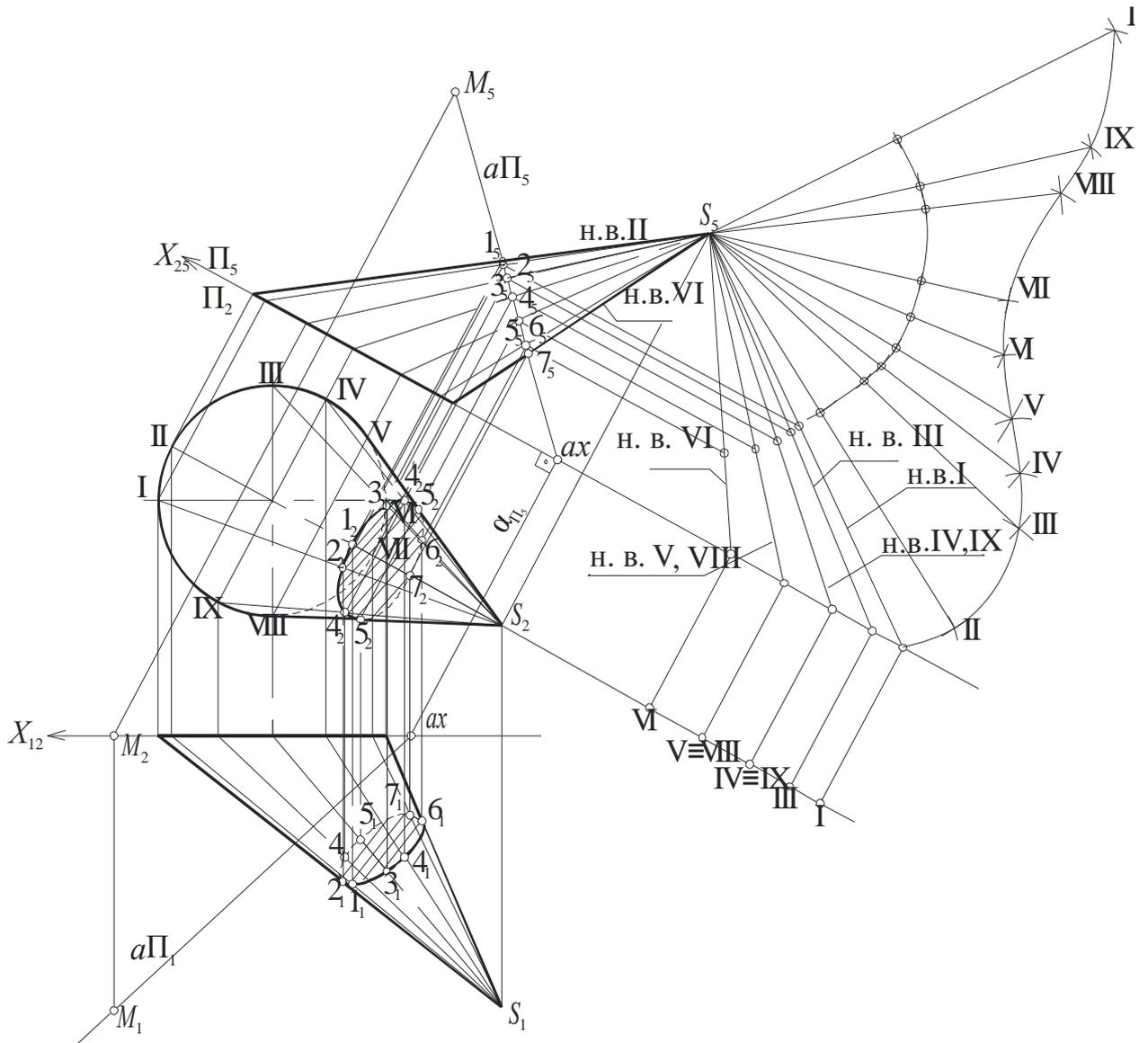


Рис. 14. Пересечение наклонного конуса плоскостью α

3. Фронтальную ($1_2 2_2 3_2 4_2 5_2 6_2 7_2$) и горизонтальную ($1_1 2_1 3_1 4_1 5_1 6_1 7_1$) проекции сечения геометрического тела плоскостью определяют из условия принадлежности точки прямой (образующей конуса). Таким образом, фронтальные проекции точек ($1_2 2_2 3_2 4_2 5_2 6_2 7_2$) сечения конуса плоскостью α определяют в проекционной связи с плоскости Π_5 на соответствующую образующую конуса в плоскости Π_2 , горизонтальные проекции точек

($1_1 2_1 4_1 3_1 4_1 5_1 6_1 7_1$) сечения определяют в проекционной связи с плоскостью Π_2 на соответствующую образующую конуса в плоскости Π_1 , при этом превышение проекций точек ($1_1 2_1 4_1 3_1 4_1 5_1$) в плоскости Π_1 должно соответствовать превышению проекций точек ($1_5 2_5 3_5 4_5 5_5$) в плоскости Π_5 . Особое внимание следует обратить на точки 2 и 6. Эти точки изначально задаются на образующих конуса SI и SVI и должны проецироваться на эти образующие, т. к. именно они определяют видимость сечения конуса плоскостью.

4. Натуральную величину сечения поверхности плоскостью в данной задаче определяют способом замены плоскостей проекций, но также допустимо применение любого другого известного способа.

5. Развертку наклонного конуса выстраивают методом треугольников (метод триангуляции) (рис. 15). Основание конуса в рассматриваемом примере является фронтальной плоскостью уровня и проецируется на фронтальную плоскость проекций Π_2 в натуральную величину. Образующие наклонного конуса SI и SVI параллельны плоскости проекций Π_4 и проецируются на нее в натуральную величину. Остальные образующие наклонного конуса являются прямыми общего положения. Для определения натуральных величин этих образующих применяют способ вращения вокруг оси $i \perp \Pi_2$ в точке S . Методом треугольников последовательно определяют положение точек основания конуса: I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX. Соединяя полученные точки между собой плавными линиями, получают развертку наклонного конуса, к которой прочерчивают основание конуса (окружность). Затем выстраивают точки (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) сечения конуса плоскостью, при этом превышение точек берут с натуральных величин образующих конуса.

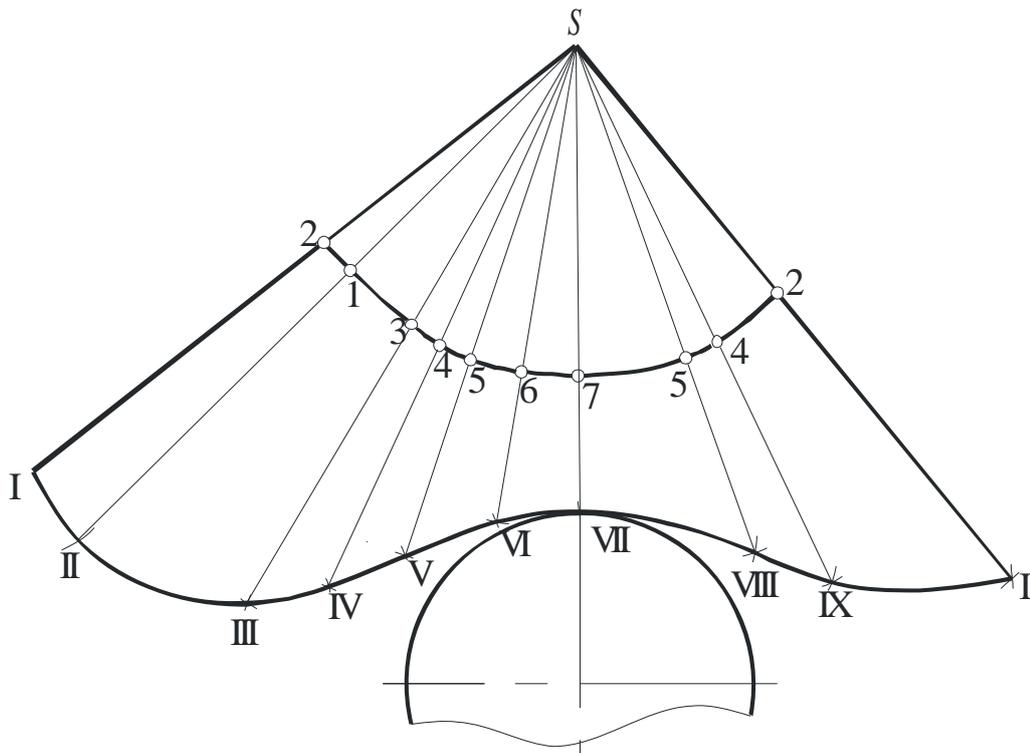


Рис. 15. Развертка наклонного конуса

З а д а ч а 9

Дано: сфера и плоскость общего положения α (рис. 16).

- Выполнить: 1) построить линию пересечения сферы плоскостью;
2) определить натуральную величину сечения сферы плоскостью.

Порядок выполнения:

1. Способом замены плоскостей проекций преобразуют плоскость α из общего положения в частное — проецирующее, где α_{Π_4} — проецирующий след плоскости. Для этого перпендикулярно горизонтальному следу плоскости α_{Π_1} выстраивают новую плоскость Π_4 . На фронтальном следе плоскости α_{Π_2} произвольно берут точку N и определяют ее проекции N_1 , N_2 и N_4 . Соединяя точку схода следов α_X с проекцией точки N_4 , выстраивают след плоскости α_{Π_4} . Затем в плоскости Π_4 выстраивают проекцию сферы.

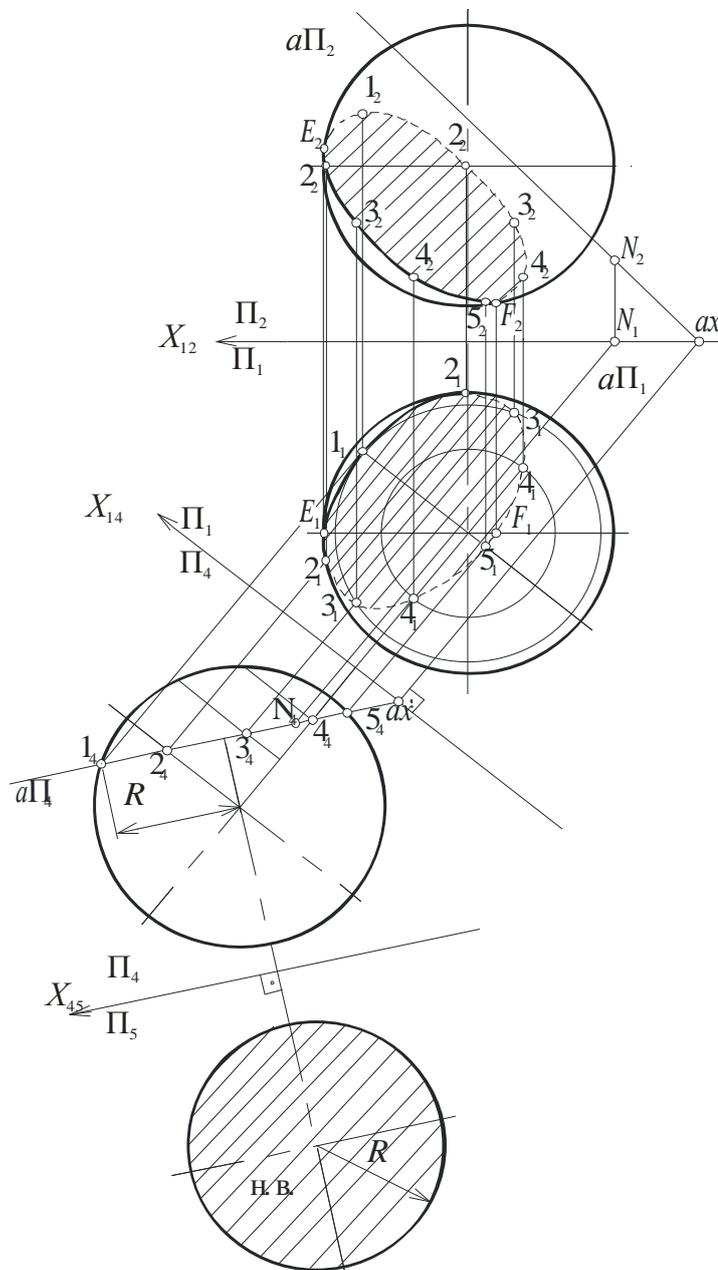


Рис. 16. Пересечение сферы плоскостью α

2. След плоскости α_{Π_4} обладает *собирательным свойством*. Следовательно, пересечение следа α_{Π_4} с поверхностью сферы образует проекцию сечения геометрического тела плоскостью — $1_4 2_4 3_4 4_4 5_4 6_4 7_4 8_4$.

3. Горизонтальную ($1_1 2_1 3_1 4_1 5_1 6_1 7_1 8_1$) и фронтальную ($1_2 2_2 3_2 4_2 5_2 6_2 7_2 8_2$) проекции сечения геометрического тела плоскостью определяют из условия принадлежности точки прямой. Горизонтальные ($1_1 2_1 3_1 4_1 5_1 6_1 7_1 8_1$) проекции точек сечения определяют в проекционной связи с плоскостью Π_4 с помощью параллелей сферы, которые проецируются на плоскость Π_1 в виде окружностей, фронтальные ($1_2 2_2 3_2 4_2 5_2 6_2 7_2 8_2$) проекции точек сечения определяют также в строгой проекционной связи с плоскости Π_1 на плоскость Π_2 , при этом превышения проекций точек в плоскости Π_2 должно соответствовать превышению проекций точек в плоскости Π_4 . Особое внимание следует обратить на точки E и F . Эти точки изначально задаются на образующих сферы и должны проецироваться на эти образующие, т. к. именно они определяют видимость сечения сферы плоскостью.

4. Натуральную величину сечения поверхности плоскостью в данной задаче определяют способом замены плоскостей проекций. Однако допустимо применение и любого другого способа.

Для этого параллельно следу плоскости α_{Π_4} выстраивают новую плоскость Π_5 . След плоскости α_{Π_4} при пересечении сферы образует окружность радиусом R . В плоскости Π_5 выстраивают окружность данного радиуса, которая и является натуральной величиной сечения сферы плоскостью.

Библиографический список

1. ГОСТ 2.303—68. ЕСКД. Линия. — М. : Стандартиформ, 2007
2. ГОСТ 2.104—68. ЕСКД. Основные надписи. — М. : Госстандарт СССР, 1968
3. ГОСТ 2.304—81. ЕСКД. Шрифты чертежные. — М. : ИПК «Издательство стандартов», 1982
4. Торгашина, С. Н. Сборник заданий по курсу «Начертательная геометрия» / С. Н. Торгашина, О. В. Проценко. — Волгоград : ВолгГАСУ, 2010. — 100 с.
5. Брилинг, Н. С. Черчение : учебное пособие для сред. спец. учеб. заведений. / Н. С. Брилинг. — М. : Стройиздат, 1989. — 420 с.
6. Ермилова, Н. Ю. Начертательная геометрия : учебно-методический комплекс для студентов строит. спец. ИДО ВолгГАСУ / Н. Ю. Ермилова. — Волгоград. : ВолгГАСУ, 2009. — 125 с.
7. Кузнецов, Н. С. Начертательная геометрия : учеб. для строительных специальностей вузов. — 3-е изд., репринтное. / Н. С. Кузнецов. — М. : ООО «ИД «БАСТЕТ»», 2011. — 264 с.
8. Начертательная геометрия : учеб. для строительных специальностей вузов / сост. Н. Н. Крылов [и др.]. — 9-е изд., стер. — М. : Высшая школа, 2005. — 224 с.
9. Тарасов, Б. Ф. Начертательная геометрия / Б. Ф. Тарасов, Л. А. Дудкина, С. О. Немолотов. — СПб. : Лань, 2001. — 256 с.
10. Чекмарев, А. А. Начертательная геометрия и черчение : учеб. для студ. вузов / А. А. Чекмарев. — М. : Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 1999. — 471 с.

План выпуска учеб.-метод. документ. 2012 г., поз. 5

Начальник РИО *М. Л. Песчаная*
Зав. редакцией *М. С. Лысенко*
Редактор *И. Б. Чижикова*
Компьютерная правка и верстка *Н. А. Кашириной*

Подписано в свет 26.11.2012.

Гарнитура «Таймс». Уч.-изд. л. 1,9. Объем данных 467 Мбайт

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет»
Редакционно-издательский отдел
400074, Волгоград, ул. Академическая, 1
<http://www.vgasu.ru>, info@vgasu.ru